

Beispiele zu Mathematica

1. Berechne mit *Mathematica*:

- (a) 273^{12}
- (b) $\sqrt{225/729}$
- (c) $144^{1/4}$
- (d) 2^{40}
- (e) $(2.)^{40}$
- (f) $(1/2)^{40}$
- (g) $(0.5)^{40}$

2. Wie unterscheiden sich die Ergebnisse von `N[Sqrt[2]]` und `N[Sqrt[2],40]` ?

3. Berechne π auf 100 Stellen genau.

4. Berechne:

- (a) $\sin(\pi/4)$
- (b) $\arctan(0.6)$
- (c) $|-3.4|$
- (d) $100!$

5. Multipliziere folgende Terme aus:

- (a) $x(3x + 7y) + 2x^2$
- (b) $(x + 2y)(x - 3)^2$

6. Faktorisiere die Terme:

- (a) $x^3 + 2x^2 - 3x$
- (b) $ax^2 + ay + bx^2 + by$
- (c) $x^6 - 1$

7. Wende auf den Bruchterm

$$\frac{x^2 - 2x}{2(x - 1)} + \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}$$

nacheinander die Anweisungen `Cancel[]`, `Together[]` und `Apart[]` an.

8. Werte den Ausdruck $y = 2x + x^2$ unter Anwendung der Ersetzungsregel $x \rightarrow 3$ aus. Ersetze x auch durch $2a - 1$.

9. Ersetze in dem Ausdruck $a^2 + b^2 + c$ die Variable a durch 2, die Variable b durch x und c durch $2y$.

10. Definiere die Listen `liste1 = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }` und `liste2 = { a, b, 3, 4, {e, c^2 - 3*c}, (x + 2*y)^2 }` und berechne `liste1 + 3`, `5 * liste1`, `Sqrt[list1]`, `Expand[list2]`, `liste1 + liste2`, sowie `liste1 * liste2`.

11. (a) Erstelle eine Liste mit den ersten zehn Kubikzahlen.

(b) Erstelle eine Liste mit den Quadratwurzeln aus den Zahlen 1.0, 1.2, ..., 2.0 .

(c) Erstelle eine Liste mit den Potenzen j^k , wobei j von 2 - 4 und k von 1 - 5 laufen.

12. Bestimme für die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

\mathbf{A}^\top , \mathbf{A}^{-1} , $\det(\mathbf{A})$, $\text{Tr}(\mathbf{A})$, \mathbf{A}^3 , $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^k}{k!}$, sowie die Eigenwerte und Eigenvektoren.

13. Berechne folgende Summen:

(a) $\sum_{k=1}^n k^3$

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$

(c) $\sum_{k=0}^{\infty} x^k$

14. Berechne folgende Grenzwerte:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 2}}{3 - 4x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x^2}{9 - x^2}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x}$

15. Stelle die 2D-Kurve mit der Parameterdarstellung

$$(x(t), y(t)) = (4 \cos(-11t/4) + 7 \cos t, 4 \sin(-11t/4) + 7 \sin t),$$

$0 \leq t < 8\pi$, mit Hilfe der Funktion `ParametricPlot[]` ohne Koordinatenachsen mit verschiedenen Linienstärken und Farben graphisch dar. Was bewirkt die Option `AspectRatio -> 1` ?

16. Stelle die Funktion $f(x, y) = \sin(xy)$, $-\pi \leq x, y \leq \pi$ graphisch dar. Untersuche die Wirkung der `Plot3D[]`-Optionen `PlotPoints -> 40` und `Mesh -> False`.

17. Berechne die Ableitung folgender Funktionen:

(a) $y(x) = \sin(e^{x^2})$

(b) $y(x) = e^x \sin x$

(c) Was liefert die Auswertung von `D[f[x]/g[x], x] // Together` ?

18. Berechne folgende Integrale:

(a) $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$

(b) $\int \frac{x}{a^3+x^3} dx$

(c) Überprüfe das letzte Resultat durch Differenzieren!

(d) $\int_0^1 \tan(\cos x) dx$

19. Berechne für $f(x) = (1 + x^4)^{1/3}$ die Potenzreihe um den Entwicklungspunkt $x = 0$ bis zur Termen der Ordnung x^8 .

20. Ermittle für den *Integralsinus*,

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt,$$

eine Potenzreihendarstellung. Stelle das Ergebnis graphisch dar und vergleiche es mit der *Mathematica*-internen Funktion `SinIntegral[]`.

21. Ermittle die symbolische Fourierreihe der Ordnung 4 der Funktion $f(x) = x$, $-1/2 < x < 1/2$, mit Hilfe der Funktion `FourierTrigSeries[]` aus dem Paket `Calculus`FourierTransform``. Stelle das Ergebnis zusammen mit f graphisch dar.

22. Löse folgende Differentialgleichung symbolisch:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 13y = e^x \cos x$$

23. Bestimme die numerische Lösung von

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= v(t) \\ \frac{dv(t)}{dt} &= [1 - x^2(t)]v(t) - x(t), \end{aligned}$$

$0 \leq t \leq 7\pi$, für die Anfangsbedingungen $(x(0), v(0)) = (-4, 4), (-3, 4), (-2, 4), (-1, 4), (1, -4), (2, -4), (3, -4), (4, -4), (0.1, 0), (0.6, 0)$. Stelle die Lösungen in der Phasenebene $\{x(t), v(t)\}$ mit Hilfe von `ParametricPlot[]` graphisch dar. Stelle auch $x(t)$ und $v(t)$ jeweils als Funktion von t graphisch dar.

24. Löse symbolisch:

(a) $t^2 + 4t - 8 = 0$

(b) $\sqrt{x+2} + 4 = x$

25. Löse numerisch:

$$x^5 - 3x^4 + 2x^3 + x = 4$$

26. Löse folgendes Gleichungssystem auf zwei verschiedene Arten:

$$\begin{aligned} x + y &= z \\ 10 - 6x - 2z &= 0 \\ 6x - 24 - 4y &= 0 \end{aligned}$$

27. Bestimme näherungsweise die positive Lösung der transzendenten Gleichung

$$\sin x = x^2.$$

Ermittle für `FindRoot[]` einen geeigneten Startwert aus der graphischen Darstellung der Funktionen $\sin x$ und x^2 .