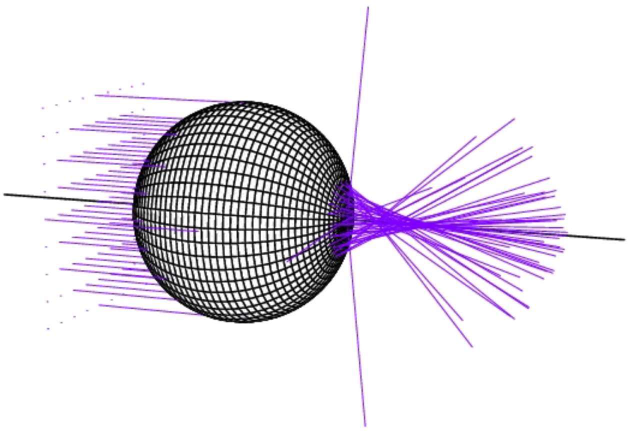
Fokussierung von Licht in axialsymmetrischen Systemen

Johannes Kofler
Institut für Angewandte Physik, Johannes Kepler Universität Linz

Transparente Kugeln mit Durchmessern in der Größe einiger Wellenlängen des Lichts wirken als fokussierende Linsen. Bringt man eine einzelne Lage solcher Mikrokugeln auf eine Oberfläche auf, dann ordnen sie sich durch Selbstorganisation dichtestgepackt an. So kann man aufgrund der Fokussierung durch einen einzigen Laserpuls Millionen gleichartiger geordneter Strukturen erzeugen, die nur dutzende Nanometer groß sind. Dies geschieht etwa durch das Abtragen der Oberfläche, durch Ablagern von Material oder durch Oberflächenmodifikation. Kugelförmige Partikel spielen aber neben der Materialbearbeitung auch in vielen anderen Gebieten der Naturwissenschaft eine wichtige Rolle, weil sie die minimale Oberfläche für ein gegebenes Volumen haben und somit in natürlicher Weise entstehen. Man denke zum Beispiel an Wassertröpfchen in der Luft (Regenbogen), andere Aerosole und an Kolloide, die als Modell-Verunreinigungen auf sensiblen Oberflächen verwendet werden (Halbleitertechnologie, Mikro- und Nanomechanik, etc).

Die Feldverteilung des fokussierten Lichts hinter solchen Mikrokugeln ist also eine sehr interessante und einfach zu formulierende Fragestellung, deren Lösung allerdings nicht durch Standardmethoden wie etwa einfache geometrische Optik oder schwache sphärische Aberration beschrieben werden kann. Nur die so genannte Mie-Theorie bietet eine exakte elektrodynamische Lösung der Maxwell-Gleichungen. Diese ist allerdings sehr unanschaulich, auf den speziellen Fall der Kugel beschränkt und kann nur numerisch durch das Aufsummieren von hunderten Termen gefunden werden.

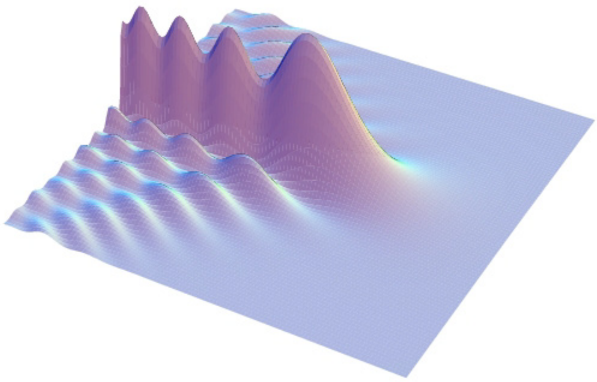
In der Tat ist es aber möglich, die Fokussierung nicht nur qualitativ sondern auch quantitativ weitestgehend mithilfe der geometrischen Optik zu verstehen. Hier betrachtet man das Licht als durch Strahlen repräsentiert, die von der Kugel gebrochen werden (Figur 1).



Figur 1. Die von links parallel zur Achse einfallenden Strahlen werden von einer Kugel gebrochen. In der geometrischen Optik gibt es hinter der Kugel Bereiche kleiner und großer Intensität (niedriger und hoher Strahlendichte) und auch solche mit unendlicher Intensität (Kaustik).

Die Strahlendichte in jedem beliebigen Punkt ist ein Maß für die dortige Lichtintensität. Die Strahlen bilden ein bestimmtes axialsymmetrisches „Skelett", das zur allgemeinen Topologie der sphärischen Aberration gehört (achsenferne Strahlen werden sphärisch aberriert, das heißt sie werden stärker zur Achse gebrochen als die achsennahen Strahlen). Es gibt Bereiche – genannt Kaustik –, in denen die Strahlendichte unendlich groß wird. Hier verliert die geometrische Optik ihre Gültigkeit und man ist gezwungen, dem Wellencharakter des Lichts Rechnung zu tragen. Dies geschieht im Rahmen der Wellenoptik durch Beugungsintegrale, welche die Beiträge aller Punktquellen aufsummieren.

Zunächst muss daher für die axialsymmetrische Geometrie der sphärischen Aberration das entsprechende kanonische (d.h. einfachstmögliche) Beugungsintegral gefunden und studiert werden. Dies ist das so genannte Bessoid-Integral, das keine Unendlichkeiten zeigt (Figur 2).



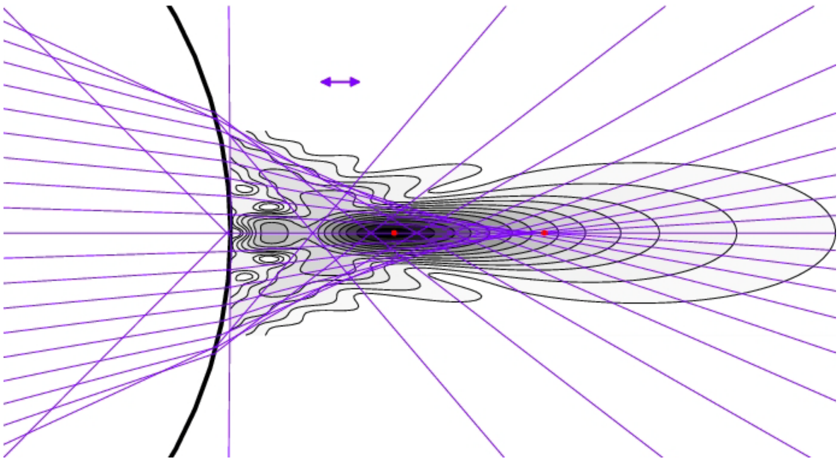
Figur 2. Das kanonische Bessoid-Integral. Es repräsentiert die Topologie aller Beugungsprobleme mit axialer Symmetrie und sphärischer Aberration, insbesondere die hohe Intensität entlang der Achse.

Das Bessoid-Integral kann nun verwendet werden, um einen allgemeinen Ansatz zu formulieren, der die Feldverteilung in beliebigen Systemen mit axialer Symmetrie und sphärischer Aberration beschreibt. Man „verzerrt“ und „verbiegt“ das allgemeine Bessoid-Wellenfeld in einer Weise, dass es das Feld der geometrischen Optik mit dem entsprechenden Strahlskelett exakt widerspiegelt, aber die Unendlichkeiten beseitigt. Die Lösung jedes beliebigen Problems der geometrischen Optik mit axialer Symmetrie und sphärischer Aberration kann also mit der Wellenoptik gleichgesetzt werden („Bessoid-Matching“). Dieses Anpassen findet mathematisch durch Koordinaten- und Amplitudentransformationen statt.

Das Bessoid-Wellenfeld hat eine hohe Intensität entlang der Achse, weil sich dort aufgrund der Symmetrie viele Strahlen schneiden. Dieser Fokusbereich ist schmaler als er mit konventionellen Linsen erzeugt werden könnte, was von großer Wichtigkeit für praktische Anwendungen ist.

Vom mathematischen Standpunkt aus betrachtet, ist der Integrand des Bessoid-Integrals stark oszillierend und das Integral schwer zu berechnen. Fern von der Kaustik und entlang der Achse gibt es aber einfache analytische Ausdrücke. In den anderen Regionen kann das Bessoid-Integral sehr effizient durch das Lösen einer gewöhnlichen Differentialgleichung berechnet werden.

Das durch die Fokussierung einer Kugel erzeugte Lichtfeld ist ein spezielles Problem mit der entsprechenden Topologie, das heißt axialer Symmetrie und sphärischer Aberration. Daher genügt es nun, die Situation in der geometrischen Optik zu lösen und dieses Resultat – samt seinen Unendlichkeiten – in die allgemein gefundenen Koordinaten- und Amplitudengleichungen für den ursprünglichen Wellenansatz einzusetzen. Als Ergebnis findet man die von der Kugel erzeugte Feldverteilung, ausgedrückt durch das angepasste kanonische Bessoid-Wellenfeld (Figur 3).



Figur 3. Die Verteilung der Lichtintensität hinter einem Glaskügelchen mit einem Radius von drei Mikrometern. Das von links einfallende Licht hat eine Wellenlänge von ungefähr einem Viertel Mikrometer (horizontaler violetter Pfeil). Weiß entspricht niedriger, schwarz entspricht hoher Lichtintensität. Zum Vergleich ist das violette Strahlskelett der geometrischen Optik dargestellt, das seinen Fokus an der Spitze der Kaustik hat (rechter roter Punkt). Der Beugungsfokus – der tatsächliche Punkt maximaler Lichtintensität – ist aber signifikant zur Kugel hin verschoben (linker roter Punkt).

Die durch das Bessoid-Matching gewonnenen Resultate stimmen für Kugeln mit Radien in der Größe bis hinunter zu 4 bis 5 Wellenlängen sehr gut mit der Mie-Theorie überein. Die Fokussierung einer linear polarisierten Welle ist eine vektorielle Fragestellung mit winkelabhängigen Feldkomponenten. Sie bedingt das Einführen von Bessoid-Integralen höherer Ordnung, aber die Transformationsformeln bleiben praktisch unverändert. Ferner ist es möglich, einfache analytische Ausdrücke für das Feld entlang der Achse und für den Beugungsfokus (den Punkt der größten Lichtintensität) herzuleiten. Letzterer ist insofern universell, als er durch Phasenunterschiede der geometrischen Strahlen dargestellt werden kann. Zudem werden die beiden starken direkt hinter der Kugel befindlichen Intensitätsmaxima erklärt.

Der entwickelte Ansatz beschreibt neben optischen Wellen auch die Fokussierung von Schall-, Radio- und quantenmechanischen Materiewellen.