Unschärfen in der Heisenbergschen Unschärferelation

Johannes Kofler

Max-Planck-Institut für Quantenoptik (MPQ), Garching, Deutschland

Die Heisenbergsche Unschärferelation ist seit mehr als 80 Jahren von zentraler Bedeutung in der Quantenmechanik. Wesentliche Fragen blieben aber lange offen und wurden erst in jüngerer Vergangenheit untersucht.

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts geriet die Physik in eine Sackgasse. Immer genauere Experimente zur Struktur der Atome deuteten zunehmend darauf hin, dass zur Beschreibung eine grundlegend neue Theorie jenseits der klassischen Mechanik und Elektrodynamik nötig war. Von der Vorstellung deterministischer Elektronenbahnen um den Atomkern – erdacht in Analogie zu den Planetenbahnen um die Sonne – musste man sich Schritt für Schritt verabschieden. Die Physik war am Vorabend eines Paradigmenwechsels.

Der Durchbruch gelang im Sommer 1925. Der 23-jährige Physiker Werner Heisenberg war auf der Nordseeinsel Helgoland, um seinen starken Heuschnupfen auszukurieren [1]. Seine dort angestellten Überlegungen und Berechnungen legten den Grundstein zur sogenannten „Matrizenmechanik". Dieser radikale Bruch mit den Gesetzen der klassischen Physik wurde in den darauffolgenden Jahren zu einer der grundlegenden Formulierungen der neuen Quantenmechanik ausgebaut und 1932 mit dem Nobelpreis gewürdigt (Abbildung 1). Trotz all ihrer anschaulich kaum fassbaren Eigenschaften ist die Quantenmechanik bis heute eine der fundamentalen Säulen der Physik.

Zu den Eckpfeilern der sogenannten Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik gehört, was der dänische Physiker Niels Bohr als Prinzip der Komplementarität bezeichnet hat. Komplementäre Größen sind in der Quantenmechanik nicht gleichzeitig beliebig genau bestimmbar – die Zunahme der Bestimmtheit einer Größe reduziert unweigerlich die Bestimmtheit einer anderen Größe. Komplementarität manifestiert sich unter anderem im berühmten Doppelspalt-Experiment, das man nur mit einem Dualismus aus Teilchen- und Wellenbild erklären kann, nicht aber mit einem einzelnen Konzept. Je mehr Kenntnis man über die genaue Bahn (dh. den Teilchen-Charakter) der den Doppelspalt passierenden Quantensysteme in Erfahrung bringt, umso weniger tritt das Interferenzbild am Beobachtungsschirm (dh. der Wellen-Charakter) in Erscheinung. Mathematisch bedeutet dies, dass Ort x und der Impuls p eines Quantensystems komplementär sind. Im Gegensatz zur klassischen Mechanik von Galilei und Newton werden x und p nicht mehr durch einfache reelle Zahlen repräsentiert sondern durch Matrizen bzw. sogenannte Operatoren. Diese Tatsache liegt auch im Herzen der Heisenbergschen Unschärferelation. Wie wir im Folgenden sehen werden, hat diese Relation eine spannende Geschichte, und selbst heute sind noch nicht alle Einzelheiten abschließend geklärt.

In einer Arbeit des Jahres 1927 schrieb Heisenberg zum ersten Mal über die Unschärferelation, die später seinen Namen tragen sollte. Sein zentrales Resultat über quantenmechanische Systeme – die Aussage: „je genauer der Ort bestimmt ist, desto ungenauer ist der Impuls bekannt und umgekehrt" [2] – leitet er aus folgendem Gedankenexperiment ab: Heisenberg betrachtet ein Mikroskop, das zur Feststellung des Ortes eines Elektrons verwendet wird. Die Genauigkeit der Ortsbestimmung ϵ_x ist aufgrund des sogenannten Abbe-Limits im Wesentlichen charakterisiert durch die Wellenlänge λ des verwendeten Lichts bzw. der verwendeten Gammastrahlen. Berücksichtigt man den Öffnungswinkel ε des in das Mikroskop eintretenden Strahlenbündels (Abbildung 2), so erhält man gemäß den Gesetzen der Optik für die Ortsunschärfe die ungefähre Bedingung $\epsilon_x \sim \lambda / \sin\varepsilon$. Hier interessiert nur die Größenordnung, nicht genaue numerische Faktoren. Für eine Ortsmessung ist es erforderlich, dass zumindest ein Photon am Elektron gestreut wird und dann durch das Mikroskop den Beobachter erreicht. Der amerikanische Physiker Arthur Compton hatte bereits 1922 gezeigt, dass bei der Kollision von Photonen und Elektronen die Gesamtenergie und der Gesamtimpuls erhalten bleiben, genauso wie beim elastischen Stoß gewöhnlicher klassischer Teilchen. Das Lichtquant hat Energie $h\nu = hc/\lambda$ (mit $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js dem Planckschen Wirkungsquantum, ν der Photonenfrequenz und c der Lichtgeschwindigkeit) und Impuls h/λ. Der Impulsübertrag auf das Elektron hängt vom Winkel ab, unter dem das Photon das Elektron verlässt. Da die Richtung des gestreuten Lichtquants innerhalb des ins Mikroskop eintretenden Strahlenbündels (mit Öffnungswinkel ε) unbestimmt bleibt, ist auch der Impulsübertrag nicht genau bestimmt. Die Unsicherheit des Impulsübertrags in x-Richtung ist daher $\eta_p = \sin\varepsilon \cdot h/\lambda$. Das Produkt aus Unbestimmtheit des Orts sowie Unbestimmtheit des Impulses des Elektrons beträgt mithin

$$\epsilon_x \, \eta_p \sim h. \qquad (1)$$

Heisenberg fasst diese mathematische Beziehung so zusammen, „dass jedes Experiment, das eine Messung etwa des Ortes ermöglicht, notwendig die Kenntnis der Geschwindigkeit in gewissem Grade stört" [3]. Die obige Herleitung ist ihrem Charakter nach semiklassisch und daher mit Vorsicht zu genießen. Einerseits wird der quantenmechanische Dualismus aus Teilchen- und Wellenbild verwendet, indem man sowohl von Strahlen und Gesetzen der Optik also auch von Lichtquanten und Rückstößen spricht. Andererseits sind alle auftauchenden Größen reelle Zahlen wie in der klassischen Physik und nicht quantenmechanische Operatoren. Das Ergebnis (1) sah Heisenberg dennoch gerade als „direkte anschauliche Erläuterung" [2] der Komplementarität von Ort und Impuls.

Zwischen 1927 und 1930 entwickelten Earle Hesse Kennard [4], Hermann Weyl [5], Howard Percy Robertson [6] und Erwin Schrödinger [7] eine vollständig quantenmechanische und mathematisch exakte Beschreibung der Heisenbergschen Unschärferelation. Sie besagt, dass es unmöglich ist, Quantensysteme so zu präparieren, dass sowohl die Orts- als auch die Impulsunschärfe beliebig klein sind. Das Produkt der beiden Unschärfen muss vielmehr eine bestimmte Mindestgröße haben. Für die formale Herleitung betrachtet man ein Ensemble aus Systemen, beispielsweise Elektronen, die alle im gleichen Quantenzustand ρ präpariert wurden. Dieser Zustand beschreibt die Wahrscheinlichkeiten für die Ergebnisse aller möglichen Messungen. Führt man an diesem Ensemble, dh. System für System, Messungen des Ortes – also des Ortsoperators $\hat{x}$ – durch, so kann man aus den Messergebnissen einen Mittelwert $\overline{x} = \langle \hat{x} \rangle_\rho$ und eine Standardabweichung $\Delta x = (\langle \hat{x}^2 \rangle_\rho - \overline{x}^2)^{1/2}$ bestimmen. Führt man an dem gleichen Ensemble ρ allerdings Messungen des Impulsoperators $\hat{p}$ durch, erhält man aus den einzelnen Resultaten entsprechend einen Impuls-Mittelwert $\overline{p} = \langle \hat{p} \rangle_\rho$ und die Standardabweichung $\Delta p = (\langle \hat{p}^2 \rangle_\rho - \overline{p}^2)^{1/2}$. Nach den Gesetzen der Quantenmechanik kann das Produkt der beiden Standardabweichungen niemals kleiner sein als die Hälfte des reduzierten Planckschen Wirkungsquantums $\hbar = h/2\pi$:

$$\Delta x\, \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}\,. \tag{2}$$

Man beachte, dass diese Formulierung der Heisenbergschen Unschärferelation nicht das Geringste mit etwaigen „Störungen" aufgrund von Messungen zu tun hat. Im Gegenteil, man führt die Orts- und Impulsmessungen gerade *nicht* sequentiell durch. Experimentell unterteilt man das ursprüngliche Ensemble in zwei Hälften, und an den Systemen der einen Hälfte misst man den Ort und an jenen der anderen den Impuls. Dies genügt zur Bestimmung der beiden Standardabweichungen Δx und Δp. Kein einziges System wird zweimal gemessen werden, geschweige denn mit zwei verschiedenen Messoperatoren. Ungleichung (2) ist auch der Grund, warum man den Elektronen im Atom keine klassischen Bahnen mit wohldefiniertem Ort ($\Delta x = 0$) und wohldefiniertem Impuls ($\Delta p = 0$) zuordnen kann. Vielmehr muss man von Wahrscheinlichkeitsbereichen sprechen, zumal sowohl Ort als auch Impuls zu gewissem Grad unbestimmt sind.

Die Heisenbergsche Unschärferelation gilt nicht nur für den Ort und Impuls eines Teilchens, sondern allgemein für alle komplementären Größen. Andere Beispiele wären: (i) Winkel und Drehimpuls, (ii) zwei verschiedene Richtungen des Spins, zB. eines Neutrons, (iii) zwei verschiedene Polarisationsrichtungen eines Photons. In all diesen und vielen weiteren Fällen ist es nicht möglich, dass beide Größen gleichzeitig beliebig scharf bestimmt sind. Je genauer man die eine Größe bestimmt, umso unschärfer wird die komplementäre Größe. Eine Analogie kennt man aus der klassischen Optik. Kurze Pulse mit kleiner zeitlicher Unschärfe Δt setzen sich aus der Überlagerung von sehr vielen „reinen Frequenzen" (Sinus-Schwingungen) zusammen, haben also eine große Unschärfe in der Frequenz $\Delta \nu$. Und umgekehrt muss ein Puls mit kleiner Frequenzunschärfe, bestehend aus nur wenigen benachbarten Sinus-Schwingungen, zeitlich sehr ausgedehnt sein. Gemäß dem Prinzip von Fourier ist die Ungleichung $\Delta \nu\, \Delta t \geq 1$ stets erfüllt. Ganz ähnlich kann man in der Quantenmechanik ein räumlich ausgedehntes Wellenpaket als Überlagerung reiner Impulszustände betrachten (siehe Abbildung 3). Je schärfer das Paket (dh. je kleiner Δx), umso mehr reine Impulszustände muss man überlagern (dh. umso größer Δp).

Die beiden Betrachtungen, die zu den Ausdrücken (1) und (2) geführt haben, sind ihrem Wesen nach verschieden. Und damit auch die Bedeutung der in ihnen auftauchenden Variablen: während Δx und Δp die Unbestimmtheiten von Ort und Impuls für ein gegebenes Ensemble sind, bezeichnet ϵ_x den Messfehler einer Ortsmessung und η_p die dadurch hervorgerufene Störung des Impulses. Beziehung (1) wird daher auch als „Messfehler-Störungs-Relation" („error-disturbance relation") bezeichnet.

Obwohl sich Heisenbergs ursprüngliche Intuition der Störung des Teilchenzustands aufgrund der Messung in der Unschärferelation (2) nicht wiederfindet, ist es in der Quantenmechanik in der Tat im Allgemeinen so, dass eine Messung den Zustand des Systems verändert. Dies führt zu einer spannenden Problemstellung: Ist die semiklassische Analyse, die Ausdruck (1) zu Folge hat, dennoch richtig, oder gibt es Möglichkeiten, die Beziehung $\epsilon_x\, \eta_p \sim h$ experimentell zu verletzen? Bemerkenswerterweise wurde diese Frage nach 1930 weitgehend ignoriert.

Ein großer Schritt gelang erst in jüngerer Vergangenheit, als der japanische Physiker Masanao Ozawa das Problem aufgegriffen und eine Unschärferelation aus den Gesetzen der Quantenmechanik abgeleitet hat. Sie verknüpft alle oben diskutierten Größen, also den Messfehler des Orts ϵ_x, die dadurch hervorgerufene Störung des Impulses η_p sowie die Standardabweichungen Δx und Δp des Ensembles vor der Messung [8-10]:

$$\epsilon_x\,\eta_p + \epsilon_x\,\Delta p + \Delta x\,\eta_p \geq \frac{\hbar}{2}\,. \tag{3}$$

Der Term $\epsilon_x\,\eta_p$ des Ausdrucks (1) ist hier nur der erste von insgesamt drei Termen auf der linken Seite. Um Ungleichung (3) besser zu verstehen, betrachten wir Abbildung 4 [11]. Sowohl in (a) als auch in (b) fällt ein Ensemble aus Wellenpaketen mit anfänglicher Orts- und Impulsunschärfe Δx und Δp zur Ortsmessung auf einen Spalt der Größe ϵ_x und hat direkt nach dem Spalt die Orts- und Impulsunschärfe $\Delta x'$ und $\Delta p'$. Die Störung des Impulses wird definiert als quadratisches Mittel der Differenz des Impulses vor ($\hat{p}$) und nach ($\hat{p}'$) der Ortsmessung: $\eta_p = \langle(\hat{p} - \hat{p}')^2\rangle^{1/2}$.

Konzentrieren wir uns zunächst auf Fall (a) in Abbildung 4: Hier ist $\epsilon_x < \Delta x$, also der Spalt kleiner als die ursprüngliche Unschärfe der Wellenpakete. Damit gilt für die Unschärfe nach dem Spalt $\Delta x' \approx \epsilon_x$. Verwendet man Unschärferelation (2) für die gestrichenen Größen, erhält man für die Impulsunschärfe nach der Messung $\Delta p' \geq \hbar/(2\Delta x') \approx \hbar/(2\epsilon_x)$. Diese Unschärfe ist umso größer als die ursprüngliche Δp, je kleiner ϵ_x im Vergleich zu Δx ist. Allerdings ist es im Allgemeinen nicht richtig anzunehmen, dass die Impulsstörung η_p durch $\Delta p'$ gegeben ist. Dann wäre $\epsilon_x\,\eta_p \geq \hbar/2$ automatisch erfüllt und nur der erste Term in (3) erforderlich. Dies ist aber deshalb nicht zulässig, weil es auch schon vor der Messung eine Impulsunschärfe Δp gegeben hat.

Dass in der Tat alle Terme in (3) nötig sind, sieht man eindrucksvoll bei Betrachtung des Falles (b): Jedes Wellenpaket hat außerhalb der schwarz markierten Punkte die Amplitude Null, sodass der Spalt das Wellenpaket nicht beeinflusst und letzteres absolut unverändert passieren kann. Die Unschärfen bleiben konstant: $\Delta x' = \Delta x$, $\Delta p' = \Delta p$. Damit gibt es naturgemäß keine Störung des Impulses, $\eta_p = 0$, und folglich verschwindet auch das Produkt aus Messfehler und Störung: $\epsilon_x\,\eta_p = 0$. Dies ist eine klare Verletzung der Ungleichung (1), also dessen, was Heisenberg 1927 hergeleitet hat. Wegen $\eta_p = 0$ verschwindet nicht nur der erste sondern auch der dritte Term in (3). Aber da $\epsilon_x > \Delta x$ ist und die Unschärferelation (2) gilt, ist (3) aufgrund des zweiten Terms dennoch erfüllt.

Im Jahr 2012 wurden Ergebnisse von Experimenten mit Neutronen an der Technischen Universität Wien [12] und Photonen an der Universität von Toronto [13] veröffentlicht, die die Verletzung der Messfehler-Störungs-Relation (1) zeigen, gleichzeitig aber die Gültigkeit der allgemeineren Ungleichung (3) untermauern. Mittlerweile wurde gezeigt, dass man Ungleichung (3) sogar noch verfeinern kann, dass sie also nicht die strengstmögliche Kombination der beteiligten Größen ist [14].

Aber damit war das letzte Wort noch nicht gesprochen. Paul Busch (Großbritannien), Pekka Lahti (Finnland) und Reinhard Werner (Deutschland) kritisierten kürzlich insbesondere Ozawas Definition der Störung des Impulses als quadratisches Mittel der Differenz des Impulses vor ($\hat{p}$) und nach ($\hat{p}'$) der Ortsmessung für einen gegebenen Quantenzustand ρ. Sie verlangten vielmehr, dass die Definition als Charakterisierung des Messgeräts dienen sollte und daher die Störung den „worst case" für alle möglichen Quantenzustände quantifizieren sollte. Mit dieser alternativen Herangehensweise und entsprechenden zustandsunabhängigen Definitionen von Messfehler ϵ_x und Störung η_p gelang ihnen ein strenger mathematischer Beweis [15] der allgemeinen Messfehler-Störungs-Relation

$$\epsilon_x\,\eta_p \geq \frac{\hbar}{2}\,. \tag{4}$$

Im Beispiel von Abbildung 4 bedeutet dies, dass man zur Charakterisierung des Messaufbaus (dh. bei gegebener Spaltgröße ϵ_x) alle möglichen einfallenden Quantenzustände betrachten muss, also auch jene ebenen Wellen mit beliebig großer Unschärfe $\Delta x \to \infty$ und scharfem Impuls $\Delta p \to 0$, wobei das Produkt natürlich Ungleichung (2) erfüllt. Für solche Zustände geht die Impulsunschärfe nach dem Spalt $\Delta p'$ in der Tat vollständig auf die Störung zurück. Somit gilt für die *maximale* Störung, die dieser Spalt hervorrufen kann, $\eta_p = \Delta p' \geq \hbar/(2\Delta x') \approx \hbar/(2\epsilon_x)$, und damit ist Ungleichung (4) erfüllt.

Wir können damit wie folgt zusammenfassen: Ozawa stellte die Frage, wie sehr einzelne Zustände durch eine Messung gestört werden und zeigte, dass es Fälle gibt, in denen das Produkt aus Messfehler und Störung beliebig klein sein kann. Nur die etwas kompliziertere Ungleichung (3) mit drei Termen ist stets erfüllt. Busch, Lahti und Werner hingegen charakterisierten das prinzipielle Störungsvermögen von Messgeräten und konnten damit die kompakte Messfehler-Störungs-Relation (4) aus den Gesetzen der Quantenmechanik ableiten. Die zu diesen beiden Methoden derzeit in der Forschungsgemeinschaft geführten Debatten [16] deuten durchaus darauf hin, dass es auch in Zukunft noch weitere Entwicklungen geben wird.

Ein vollständiges Verständnis der Heisenbergschen Unschärferelation ist nicht nur von fundamentaler Bedeutung für die Grundlagen der Quantenmechanik. Die genaue Quantifizierung der Störung des Zustands durch die Messung ist auch relevant für das Feld der sogenannten Quantenmetrologie, wo es darum geht, hochauflösende und hochsensitive Messverfahren zu entwickeln. Noch scheint aber – aufgrund mangelnder Eindeutigkeit der sprachlichen Begriffe und daher der Möglichkeit verschiedener mathematischer Definitionen – weiterhin eine gewisse Unschärfe über der Unschärferelation zu liegen.

Zusammenfassung:

Im Gedankenexperiment des Heisenberg-Mikroskops des Jahres 1927 führt eine Ortsmessung zu einer Störung des Impulses. Diese Intuition der „Störung" findet sich in der bekannten quantenmechanischen Formulierung der Heisenbergschen Unschärferelation $\Delta x\, \Delta p \geq \hbar/2$ nicht wieder. Wie eine quantenmechanische Messfehler-Störungs-Relation genau aussieht, wurde erst in den letzten 10 Jahren erforscht. Das Ergebnis hängt von den genauen Definitionen ab, insbesondere davon, ob man die Störung einzeln für jeden Quantenzustand charakterisiert oder das prinzipielle Störungsvermögen der Messapparatur für alle Zustände.

Abbildungen:

Abbildung 1: Werner Heisenberg im Jahr 1933, dem Jahr, in dem ihm nachträglich der Nobelpreis für Physik des Jahres 1932 verliehen wurde (Photo: Bundesarchiv, Bild 183-R57262 / CC-BY-SA).

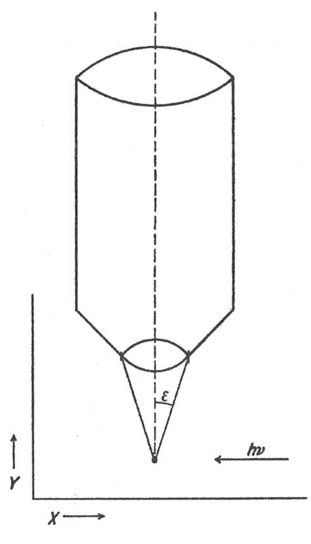

Abbildung 2: Heisenbergs Mikroskop-Skizze aus seinen 1930 abgedruckten Vorlesungen des Jahres 1929 (Bild entnommen aus Referenz [3]). Ein Lichtquant mit Frequenz ν und Energie $h\nu$ wird an einem punktförmigen Elektron gestreut und gelangt über ein Mikroskop mit Öffnungswinkel ε bis zum Beobachter. Heisenberg nutzte dieses Gedankenexperiment, um zu zeigen, dass das Produkt aus Unschärfe der Ortsmessung und Störung des Impulses durch ebendiese Messung nicht kleiner sein kann als die Größenordnung des Planckschen Wirkungsquantums h.

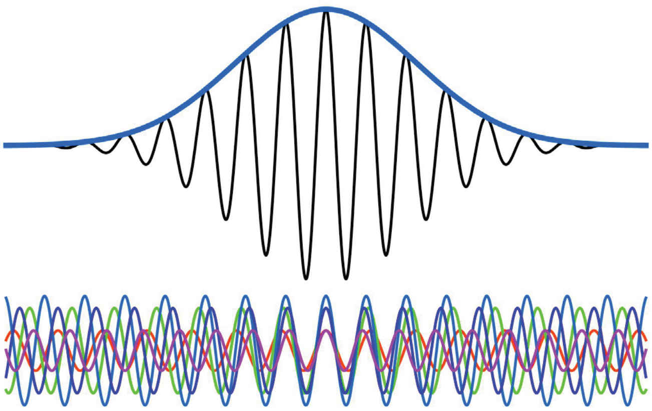

Abbildung 3: Ein Wellenpaket (schwarz) hat eine sogenannte „Einhüllende" (blau), deren Breite Δx die Ortsunschärfe charakterisiert. Das Wellenpaket kann man in sogenannte Impulseigenzustände zerlegen. Diese sind räumlich unendlich ausgedehnte „ebene Wellen" mit präzise definiertem Impuls, dh. reine Sinus-Schwingungen mit scharfer Frequenz. Im unteren Teil der Abbildung sind zur Veranschaulichung einige der notwendigen Impulseigenzustände mit ihren entsprechenden Amplituden gezeichnet. Die Einhüllende klingt trotz der unendlich ausgedehnten ebenen Wellen ab, weil sich letztere in größerer Entfernung von der Mitte des Pakets gegenseitig auslöschen. Je schmäler das Wellenpaket (dh. je kleiner Δx), umso breiter ist die Verteilung der Impulseigenzustände, die man überlagern muss (dh. umso größer Δp).

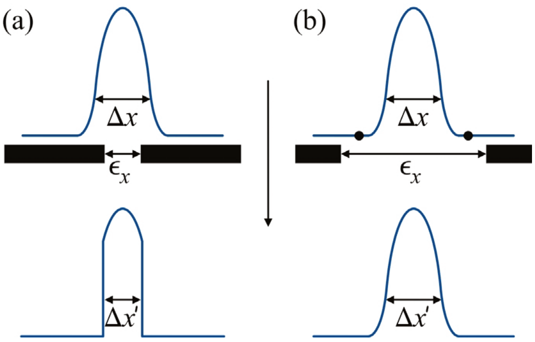

Abbildung 4: (Figur reproduziert aus Referenz [11].) Wellenpakete der Ortsunschärfe Δx – gezeichnet ist die Einhüllende in blau – fallen auf Spalte mit verschiedenen Größen ϵ_x. Direkt nach dieser Ortsmessung haben sie die Breite $\Delta x'$. Im Fall (a) ist der Spalt kleiner als die ursprüngliche Ortsunschärfe, sodass das resultierende Wellenpaket nun eine geringere Breite hat als das ursprüngliche ($\Delta x' \approx \epsilon_x < \Delta x$), dafür aber eine Störung des Impulses erfahren hat: $\eta_p > 0$. Im Fall (b) ist der Spalt so groß, dass das Wellenpaket vollkommen ungestört passieren kann, weil es außerhalb der schwarz markierten Punkte keine Amplitude hat. Die Ortsunschärfe bleibt konstant, $\Delta x' = \Delta x$, und der Impuls wird nicht gestört: $\eta_p = 0$. Damit verschwindet auch das Produkt aus Messfehler des Orts und Störung des Impulses: $\epsilon_x\, \eta_p = 0$.

Literatur:

[1] W. Heisenberg, Der Teil und das Ganze (R. Piper & Co., 1969).
[2] W. Heisenberg, Zeitschrift für Physik **43**, 172 (1927).
[3] W. Heisenberg, Physikalische Prinzipien der Quantentheorie (B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim/Wien/Zürich, 1991).
[4] E. H. Kennard, Zeitschrift für Physik **44**, 326 (1927).
[5] H. Weyl, Gruppentheorie und Quantenmechanik, (Leipzig, Hirzel, 1928).
[6] H. P. Robertson, Phys. Rev. **34**, 163 (1929).
[7] E. Schrödinger, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Physikalisch-mathematische Klasse **14**, 296 (1930).
[8] M. Ozawa, Phys. Rev. A **67**, 042105 (2003).
[9] M. Ozawa, Phys. Lett. A **318**, 21 (2003).
[10] M. Ozawa, Phys. Lett. A **320**, 367 (2004).
[11] L. A. Rozema, D. H. Mahler, A. Hayat, A. M. Steinberg, arXiv:1307.3604v1 [quant-ph] (2013).
[12] J. Erhart, S. Sponar, G. Sulyok, G. Badurek, M. Ozawa, Y. Hasegawa, Nature Phys. **8**, 185 (2012).
[13] L. A. Rozema, A. Darabi, D. H. Mahler, A. Hayat, Y. Soudagar, A. M. Steinberg, Phys. Rev. Lett. **109**, 100404 (2012).
[14] C. Branciard, Proc. Nat. Acad. Sci. USA **110**, 6742 (2103).
[15] P. Busch, P. Lahti, R. Werner, Phys. Rev. Lett. **111**, 160405 (2013).
[16] P. Ball, Uncertainty reigns over Heisenberg's measurement analogy, physicsworld.com (1 Nov. 2013).

Der Autor:

Johannes Kofler studierte Physik an der Johannes Kepler Universität Linz und promovierte 2009 „sub auspiciis" an der Universität Wien. Danach war er Junior Scientist am Institut für Quantenoptik und Quanteninformation (IQOQI) der Österreichischen Akademie der Wissenschaften in Wien. Seit 2011 ist er wissenschaftlicher Mitarbeiter der Theorie-Gruppe am Max-Planck-Institut für Quantenoptik (MPQ) in Garching bei München. Email: johannes.kofler@mpq.mpg.de