

22. (a)

$$y = \frac{1+x^2}{x}$$

$$y' = \frac{-1+x^2}{x^2}$$

$$y'' = \frac{2}{x^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Nullstellen: Keine

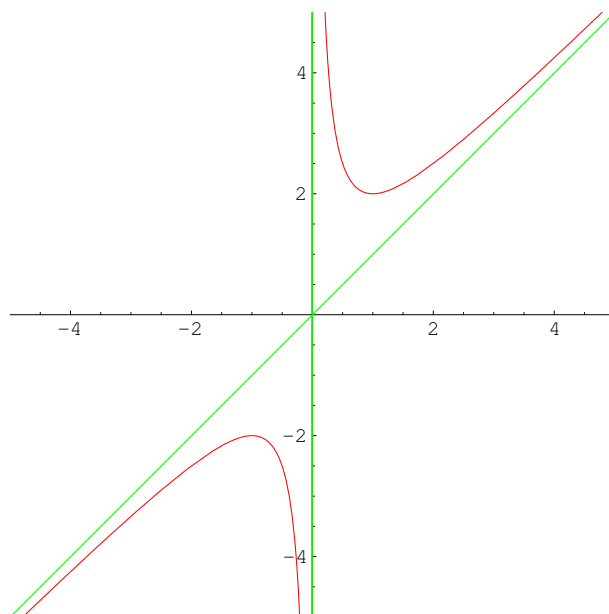
Asymptoten: $a_1 : y = x$
 $a_2 : x = 0$

Extrempunkte: H(-1|-2), T(1|2)

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $] -\infty; -1[$ monoton wachsend
 $] -1; 0[$ monoton fallend
 $] 0; 1[$ monoton fallend
 $] 1; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; 0[$ konkav
 $] 0; \infty[$ konvex



22. (b)

$$y = \frac{-4 + x^3}{x^2}$$

$$y' = \frac{8 + x^3}{x^3}$$

$$y'' = \frac{-24}{x^4}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Nullstellen: $N(1.587|0)$

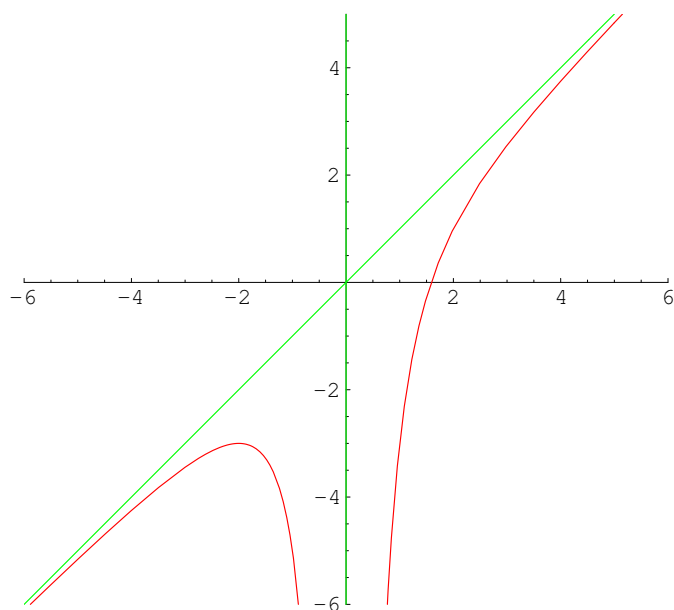
Asymptoten: $a_1 : y = x$
 $a_2 : x = 0$

Extrempunkte: $H(-2|-3)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $] -\infty; -2[$ monoton wachsend
 $] -2; 0[$ monoton fallend
 $] 0; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; 0[$ konkav
 $] 0; \infty[$ konkav



22. (c)

$$y = \frac{1 + 2x^3}{x^2}$$

$$y' = \frac{2(-1 + x^3)}{x^3}$$

$$y'' = \frac{6}{x^4}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Nullstellen: $N(-0.794|0)$

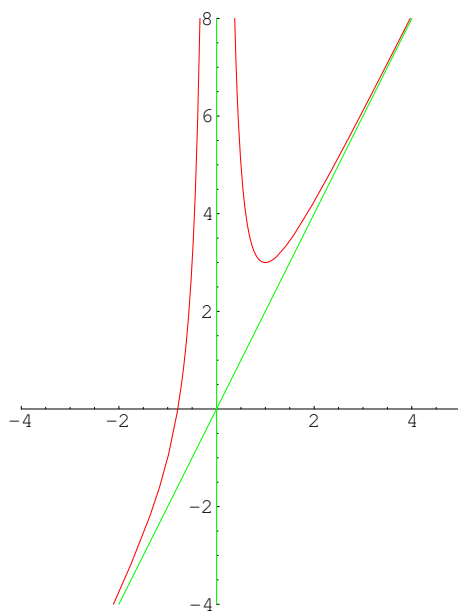
Asymptoten: $a_1 : y = 2x$
 $a_2 : x = 0$

Extrempunkte: $T(1|3)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $]-\infty; 0[$ monoton wachsend
 $]0; 1[$ monoton fallend
 $]1; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty; 0[$ konvex
 $]0; \infty[$ konvex



22. (d)

$$y = \frac{-1 + 2x^3}{x^2}$$

$$y' = \frac{2(1 + x^3)}{x^3}$$

$$y'' = \frac{-6}{x^4}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Nullstellen: $N(0.794|0)$

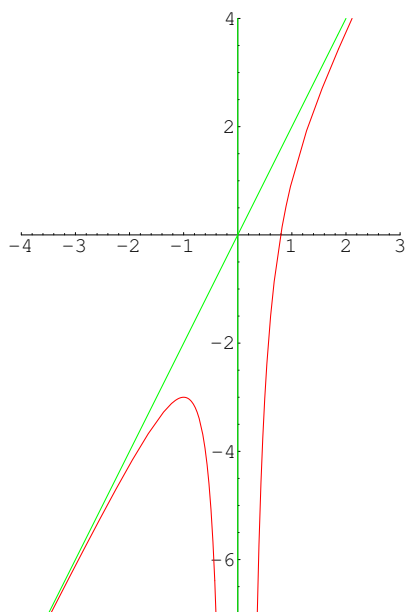
Asymptoten: $a_1 : y = 2x$
 $a_2 : x = 0$

Extrempunkte: $H(-1|-3)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $]-\infty; -1[$ monoton wachsend
 $]-1; 0[$ monoton fallend
 $]0; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty; 0[$ konkav
 $]0; \infty[$ konkav



22. (e)

$$y = \frac{4+x^2}{2(-2+x)}$$

$$y' = \frac{-4-4x+x^2}{2(-2+x)^2}$$

$$y'' = \frac{8}{(-2+x)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Nullstellen: Keine

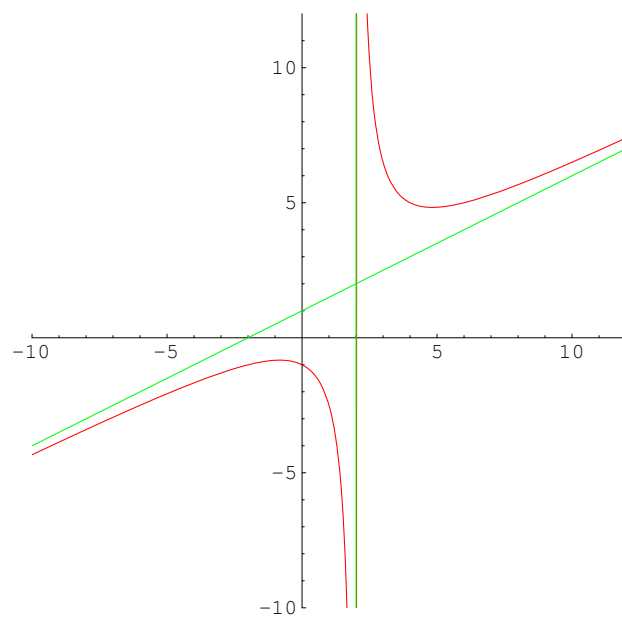
Asymptoten: $a_1 : y = 1 + \frac{x}{2}$
 $a_2 : x = 2$

Extrempunkte: H(-0.828|-0.828), T(4.828|4.828)

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $]-\infty; -0.828[$ monoton wachsend
 $]-0.828; 2[$ monoton fallend
 $]2; 4.828[$ monoton fallend
 $]4.828; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty; 2[$ konkav
 $]2; \infty[$ konvex



22. (f)

$$y = \frac{-8+x^2}{2+x}$$

$$y' = \frac{8+4x+x^2}{(2+x)^2}$$

$$y'' = \frac{-8}{(2+x)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Nullstellen: $N_1(-2.828|0)$, $N_2(2.828|0)$

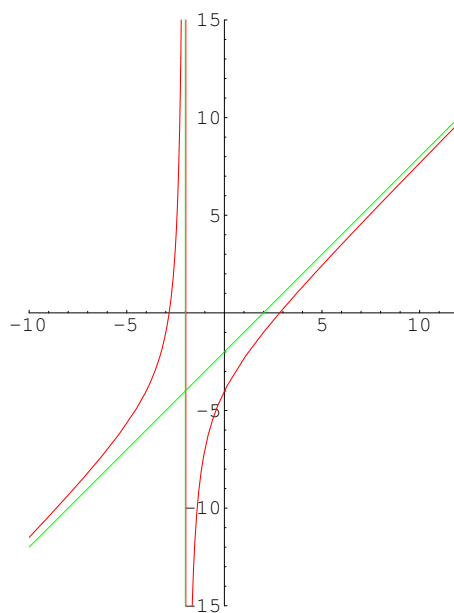
Asymptoten: $a_1 : y = -2 + x$
 $a_2 : x = -2$

Extrempunkte: Keine

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $] -\infty; -2[$ monoton wachsend
 $] -2; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; -2[$ konvex
 $] -2; \infty[$ konkav



22. (g)

$$y = \frac{4 + 3x - x^2}{2(2+x)}$$

$$y' = \frac{2 - 4x - x^2}{2(2+x)^2}$$

$$y'' = \frac{-6}{(2+x)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Nullstellen: $N_1(-1|0)$, $N_2(4|0)$

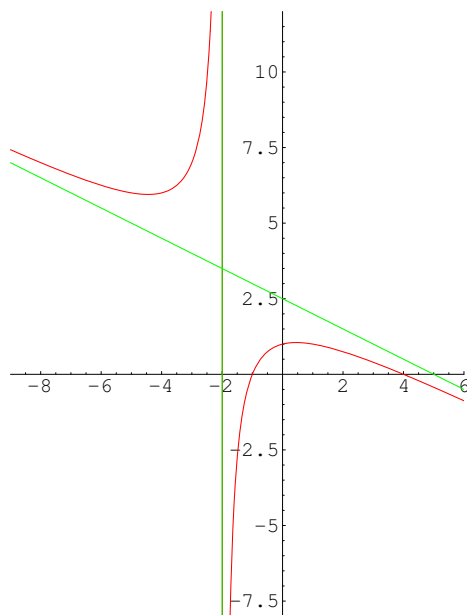
Asymptoten: $a_1: y = \frac{5}{2} - \frac{x}{2}$
 $a_2: x = -2$

Extrempunkte: $H(0.449|1.051)$, $T(-4.449|5.949)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $] -\infty; -4.449[$ monoton fallend
 $] -4.449; -2[$ monoton wachsend
 $] -2; 0.449[$ monoton wachsend
 $] 0.449; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $] -\infty; -2[$ konvex
 $] -2; \infty[$ konkav



22. (h)

$$y = \frac{x}{-6+x^2}$$

$$y' = \frac{-6-x^2}{(-6+x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{2x(18+x^2)}{(-6+x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2.449, 2.449\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = 0$
 $a_2 : x = -2.449$
 $a_3 : x = 2.449$

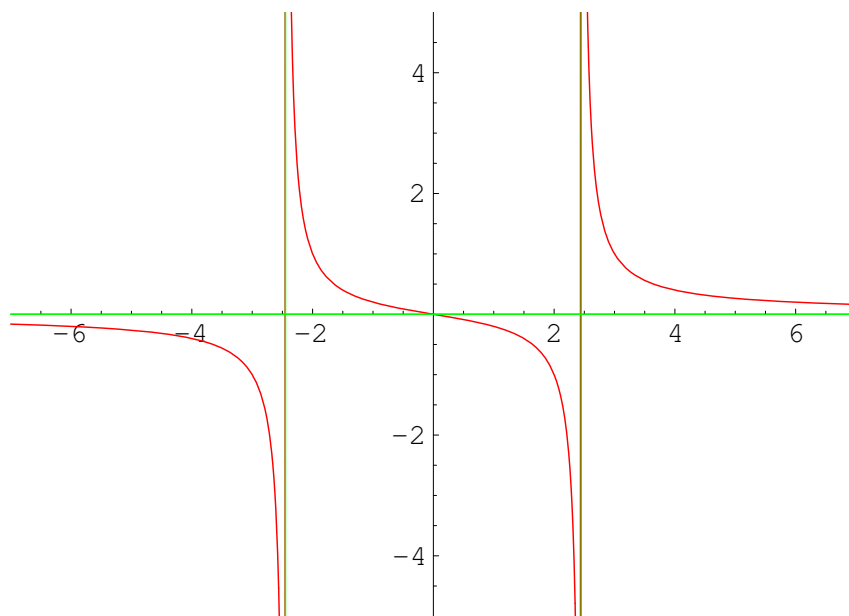
Extrempunkte: Keine

Wendepunkte: $W(0|0)$

Wendetangente: $t_W : y = -0.167 \cdot x$

Monotonie: $]-\infty; -2.449[$ monoton fallend
 $]-2.449; 2.449[$ monoton fallend
 $]2.449; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $]-\infty; -2.449[$ konkav
 $]-2.449; 0[$ konvex
 $]0; 2.449[$ konkav
 $]2.449; \infty[$ konvex



22. (i)

$$y = \frac{4x}{1+x^2}$$

$$y' = \frac{-4(-1+x^2)}{(1+x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{8x(-3+x^2)}{(1+x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = 0$

Extrempunkte: $H(1|2), T(-1|-2)$

Wendepunkte: $W_1(-1.732|-1.732), W_2(0|0), W_3(1.732|1.732)$

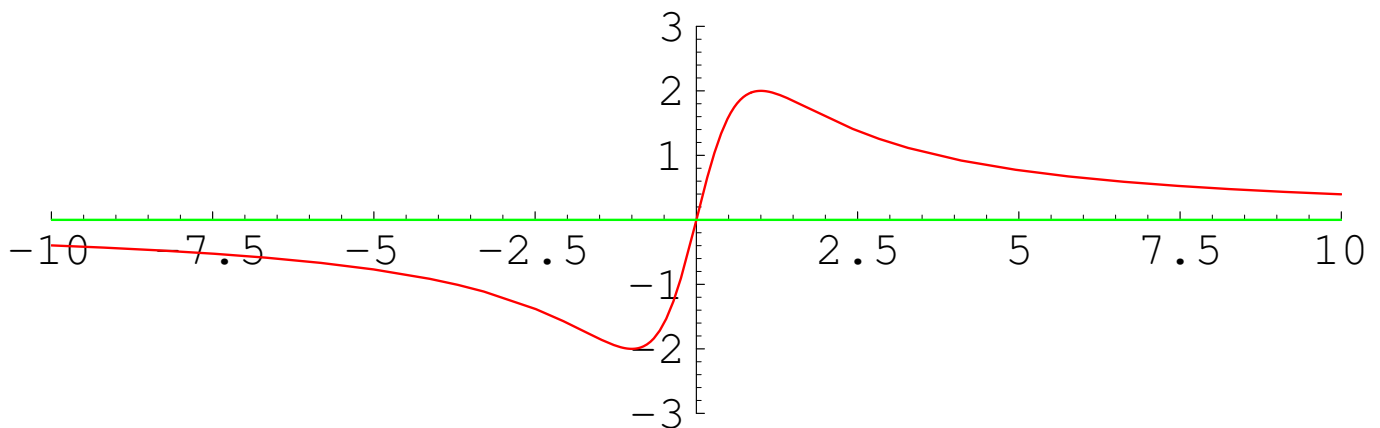
Wendetangenten: $t_{W_1} : y = -0.5 \cdot x - 2.598$

$t_{W_2} : y = 4 \cdot x$

$t_{W_3} : y = -0.5 \cdot x + 2.598$

Monotonie: $]-\infty; -1[$ monoton fallend
 $]-1; 1[$ monoton wachsend
 $]1; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $]-\infty; -1.732[$ konkav
 $]-1.732; 0[$ konvex
 $]0; 1.732[$ konkav
 $]1.732; \infty[$ konvex



22. (j)

$$y = \frac{6x}{4 + 2x + x^2}$$

$$y' = \frac{-6(-4 + x^2)}{(4 + 2x + x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{12(-8 - 12x + x^3)}{(4 + 2x + x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = 0$

Extrempunkte: $H(2|1)$, $T(-2|-3)$

Wendepunkte: $W_1(-3.064|-2.532)$, $W_2(-0.695|-1.348)$, $W_3(3.759|0.879)$

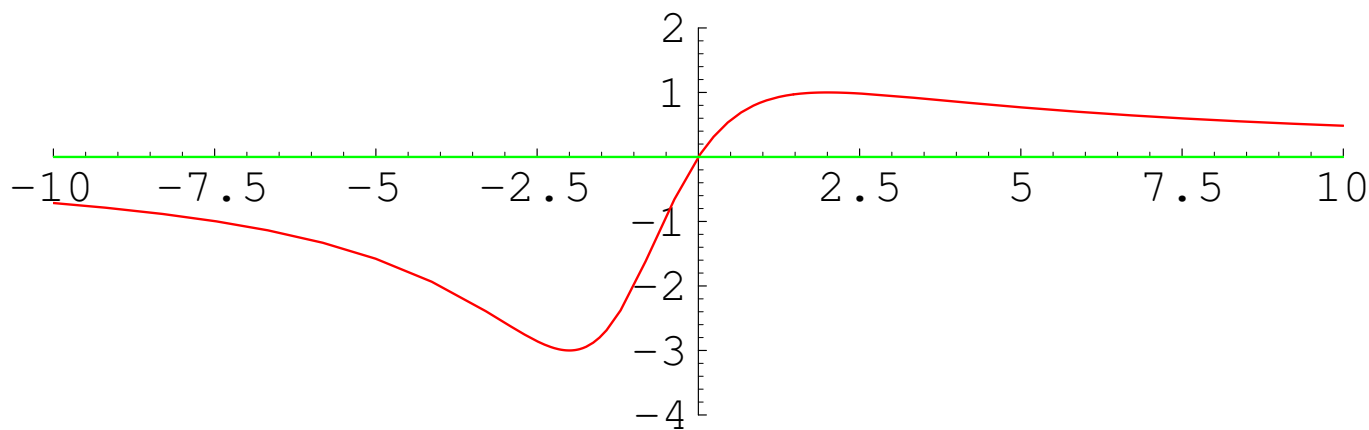
Wendetangenten: $t_{W_1} : y = -0.613 \cdot x - 4.411$

$t_{W_2} : y = 2.206 \cdot x + 0.185$

$t_{W_3} : y = -0.092 \cdot x + 1.226$

Monotonie: $] -\infty; -2[$ monoton fallend
 $] -2; 2[$ monoton wachsend
 $] 2; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $] -\infty; -3.064[$ konkav
 $] -3.064; -0.695[$ konvex
 $] -0.695; 3.759[$ konkav
 $] 3.759; \infty[$ konvex



22. (k)

$$y = \frac{1-x^4}{x^2}$$

$$y' = \frac{-2(1+x^4)}{x^3}$$

$$y'' = \frac{-2(-3+x^4)}{x^4}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Nullstellen: $N_1(-1|0)$, $N_2(1|0)$

Asymptoten: $a_1: y = -x^2$
 $a_2: x = 0$

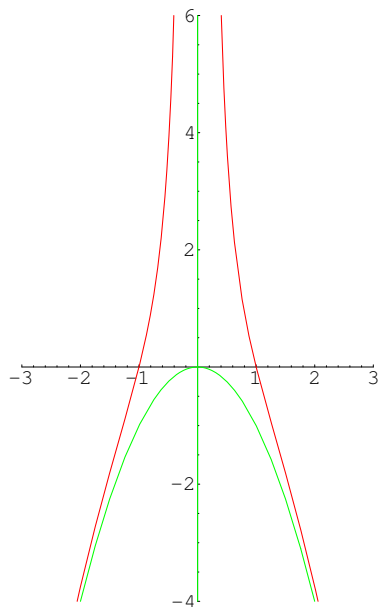
Extrempunkte: Keine

Wendepunkte: $W_1(-1.316|-1.154)$, $W_2(1.316|-1.154)$

Wendetangenten: $t_{W_1}: y = 3.51 \cdot x + 3.465$
 $t_{W_2}: y = -3.51 \cdot x + 3.465$

Monotonie: $] -\infty; 0[$ monoton wachsend
 $] 0; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $] -\infty; -1.316[$ konkav
 $] -1.316; 0[$ konvex
 $] 0; 1.316[$ konvex
 $] 1.316; \infty[$ konkav



22. (1)

$$y = -\left(\frac{x^2}{-1+x^2}\right)$$

$$y' = \frac{2x}{(-1+x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{-2(1+3x^2)}{(-1+x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

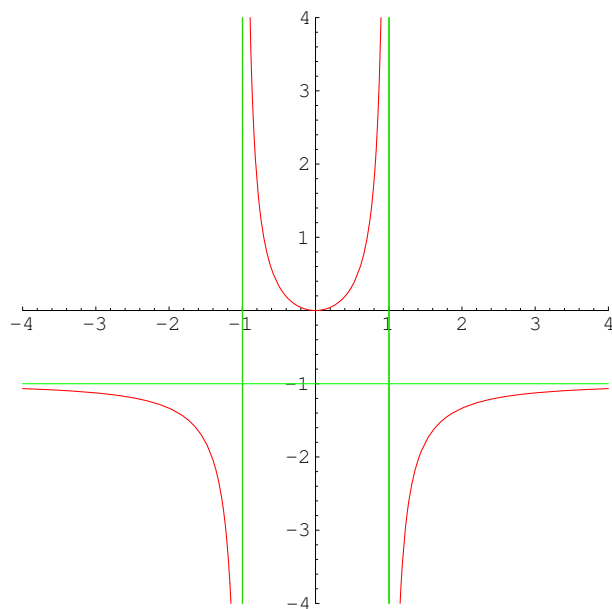
Asymptoten: $a_1 : y = -1$
 $a_2 : x = -1$
 $a_3 : x = 1$

Extrempunkte: $T(0|0)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $] -\infty; -1[$ monoton fallend
 $] -1; 0[$ monoton fallend
 $] 0; 1[$ monoton wachsend
 $] 1; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; -1[$ konkav
 $] -1; 1[$ konvex
 $] 1; \infty[$ konkav



22. (m)

$$y = \frac{3-x^2}{-4+x^2}$$

$$y' = \frac{2x}{(-4+x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{-2(4+3x^2)}{(-4+x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Nullstellen: $N_1(-1.732|0), N_2(1.732|0)$

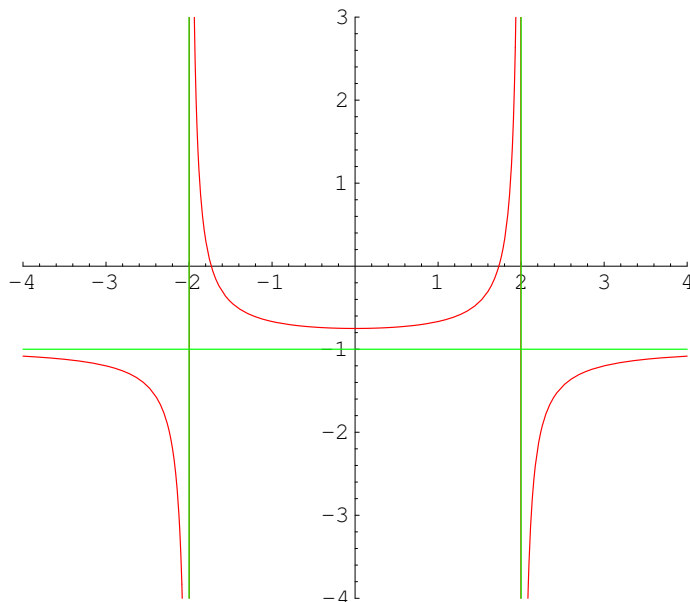
Asymptoten: $a_1 : y = -1$
 $a_2 : x = -2$
 $a_3 : x = 2$

Extrempunkte: $T(0|-0.75)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $] -\infty; -2[$ monoton fallend
 $] -2; 0[$ monoton fallend
 $] 0; 2[$ monoton wachsend
 $] 2; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; -2[$ konkav
 $] -2; 2[$ konvex
 $] 2; \infty[$ konkav



22. (n)

$$y = \frac{-6+x^2}{-4+x^2}$$

$$y' = \frac{4x}{(-4+x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{-4(4+3x^2)}{(-4+x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Nullstellen: $N_1(-2.449|0), N_2(2.449|0)$

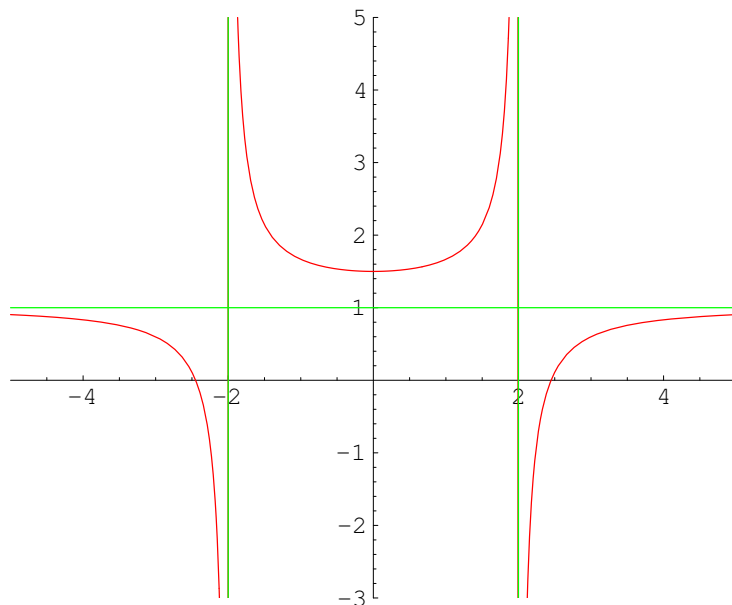
Asymptoten: $a_1 : y = 1$
 $a_2 : x = -2$
 $a_3 : x = 2$

Extrempunkte: $T(0|1.5)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $] -\infty; -2[$ monoton fallend
 $] -2; 0[$ monoton fallend
 $] 0; 2[$ monoton wachsend
 $] 2; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; -2[$ konkav
 $] -2; 2[$ konvex
 $] 2; \infty[$ konkav



22. (o)

$$y = \frac{6}{3+x^2}$$

$$y' = \frac{-12x}{(3+x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{36(-1+x^2)}{(3+x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: Keine

Asymptoten: $a_1 : y = 0$

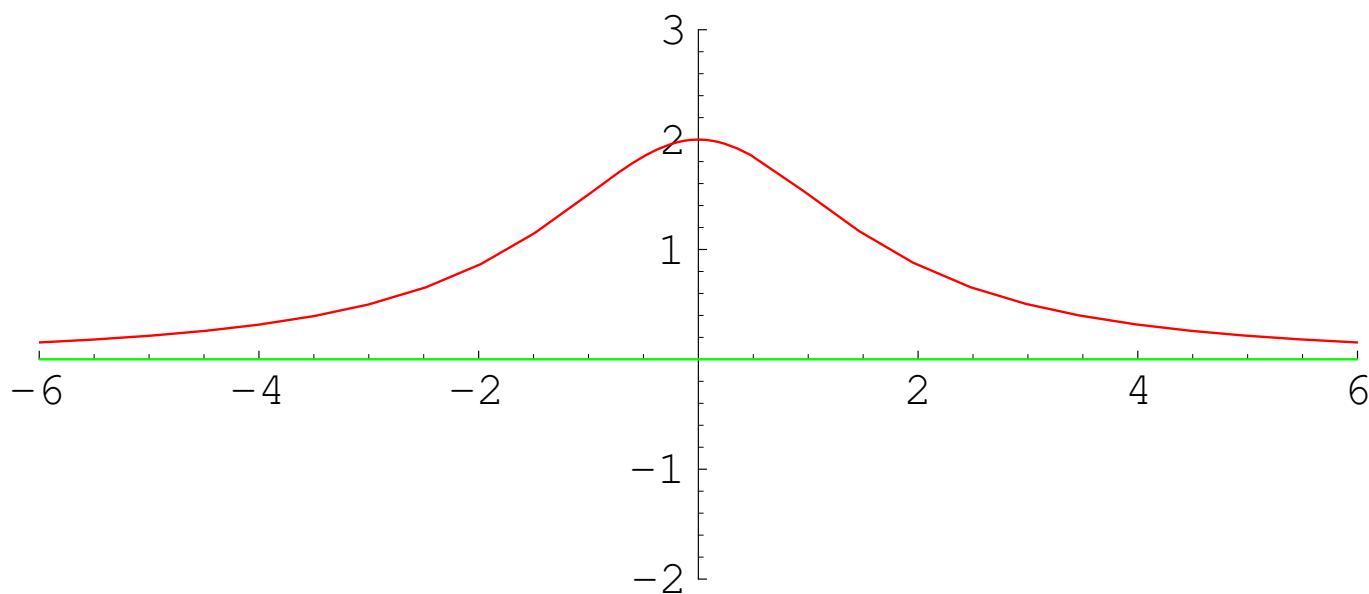
Extrempunkte: $H(0|2)$

Wendepunkte: $W_1(-1|1.5)$, $W_2(1|1.5)$

Wendetangenten: $t_{W_1} : y = 0.75 \cdot x + 2.25$
 $t_{W_2} : y = -0.75 \cdot x + 2.25$

Monotonie: $] -\infty; 0[$ monoton wachsend
 $] 0; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $] -\infty; -1[$ konvex
 $] -1; 1[$ konkav
 $] 1; \infty[$ konvex



22. (p)

$$y = \frac{x^2}{12+x^2}$$

$$y' = \frac{24x}{(12+x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{-72(-4+x^2)}{(12+x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = 1$

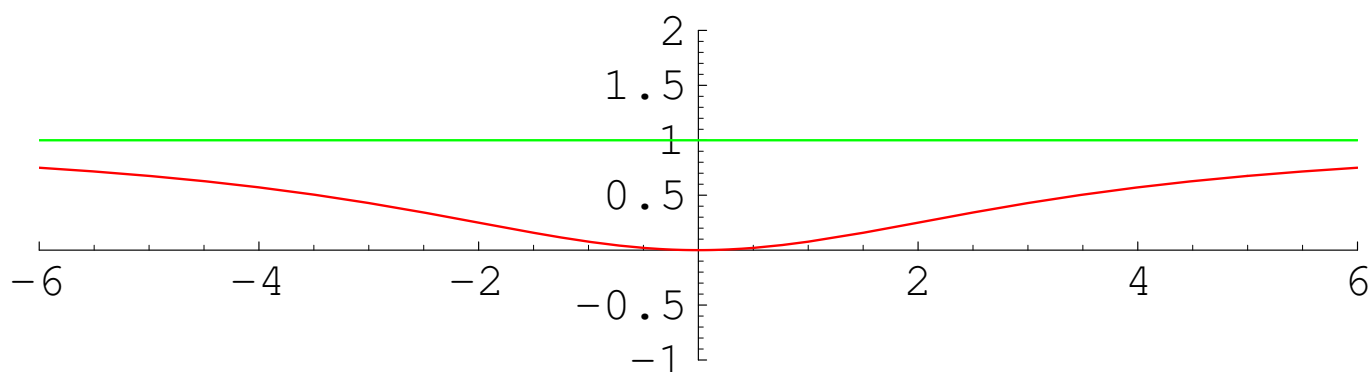
Extrempunkte: $T(0|0)$

Wendepunkte: $W_1(-2|0.25)$, $W_2(2|0.25)$

Wendetangenten: $t_{W_1} : y = -0.187 \cdot x - 0.125$
 $t_{W_2} : y = 0.188 \cdot x - 0.125$

Monotonie: $] -\infty; 0[$ monoton fallend
 $] 0; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; -2[$ konkav
 $] -2; 2[$ konvex
 $] 2; \infty[$ konkav



22. (q)

$$y = \frac{-2x + x^2}{(1+x)^2}$$

$$y' = \frac{2(-1+2x)}{(1+x)^3}$$

$$y'' = \frac{-2(-5+4x)}{(1+x)^4}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Nullstellen: $N_1(0|0)$, $N_2(2|0)$

Asymptoten: $a_1: y = 1$
 $a_2: x = -1$

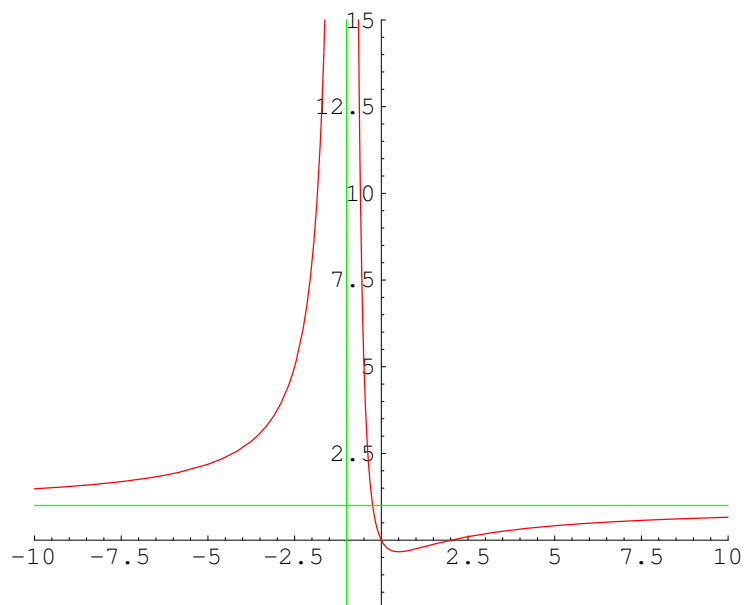
Extrempunkte: $T(0.5|-0.333)$

Wendepunkte: $W(1.25|-0.185)$

Wendetangente: $t_W: y = 0.263 \cdot x - 0.514$

Monotonie: $] -\infty; -1[$ monoton wachsend
 $] -1; 0.5[$ monoton fallend
 $] 0.5; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; -1[$ konvex
 $] -1; 1.25[$ konvex
 $] 1.25; \infty[$ konkav



22. (r)

$$y = \frac{x^3}{-3+x^2}$$

$$y' = \frac{x^2(-9+x^2)}{(-3+x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{6x(9+x^2)}{(-3+x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1.732, 1.732\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = x$
 $a_2 : x = -1.732$
 $a_3 : x = 1.732$

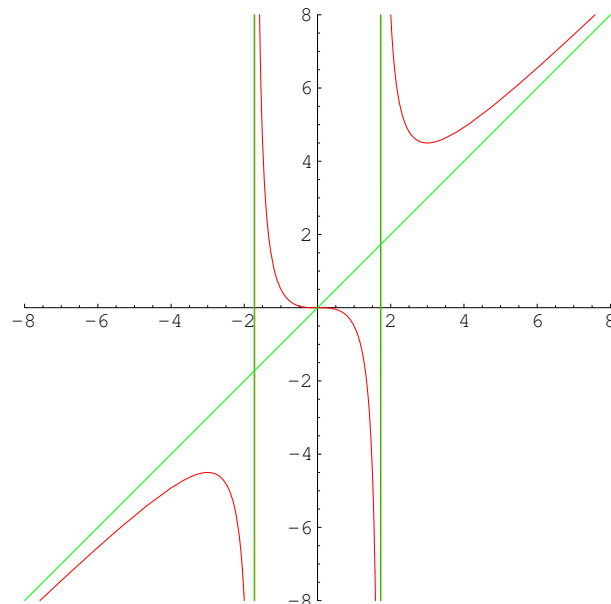
Extrempunkte: $H(-3|-4.5)$, $T(3|4.5)$, $S(0|0)$

Wendepunkte: $W(0|0)$

Wendetangente: $t_W : y = 0$

Monotonie:	$] -\infty; -3[$	monoton wachsend
	$] -3; -1.732[$	monoton fallend
	$] -1.732; 1.732[$	monoton fallend
	$] 1.732; 3[$	monoton fallend
	$] 3; \infty[$	monoton wachsend

Krümmung:	$] -\infty; -1.732[$	konkav
	$] -1.732; 0[$	konvex
	$] 0; 1.732[$	konkav
	$] 1.732; \infty[$	konvex



22. (s)

$$y = -\left(\frac{x^3}{-4+x^2}\right)$$

$$y' = -\left(\frac{x^2(-12+x^2)}{(-4+x^2)^2}\right)$$

$$y'' = \frac{-8x(12+x^2)}{(-4+x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = -x$
 $a_2 : x = -2$
 $a_3 : x = 2$

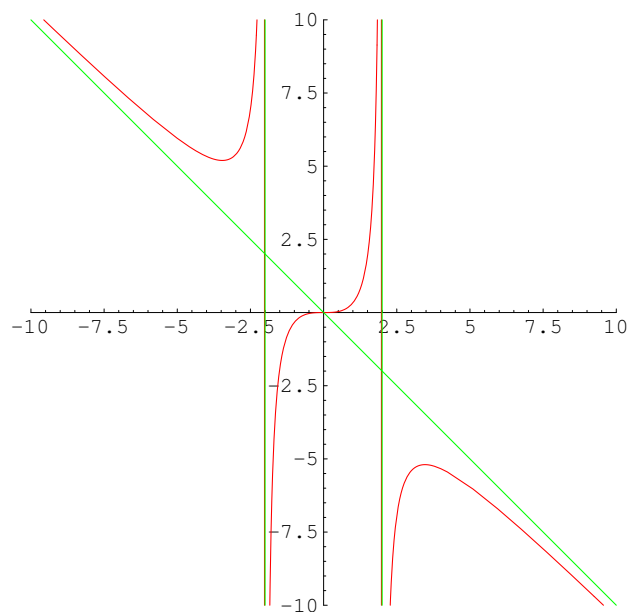
Extrempunkte: $H(3.464|-5.196)$, $T(-3.464|5.196)$, $S(0|0)$

Wendepunkte: $W(0|0)$

Wendetangente: $t_W : y = 0$

Monotonie: $] -\infty; -3.464[$ monoton fallend
 $] -3.464; -2[$ monoton wachsend
 $] -2; 2[$ monoton fallend
 $] 2; 3.464[$ monoton wachsend
 $] 3.464; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $] -\infty; -2[$ konvex
 $] -2; 0[$ konkav
 $] 0; 2[$ konvex
 $] 2; \infty[$ konkav



22. (t)

$$y = \frac{x^3}{-2 - x + x^2}$$

$$y' = \frac{x^2(-6 - 2x + x^2)}{(-2 - x + x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{6x(4 + 2x + x^2)}{(-2 - x + x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = 1 + x$
 $a_2 : x = -1$
 $a_3 : x = 2$

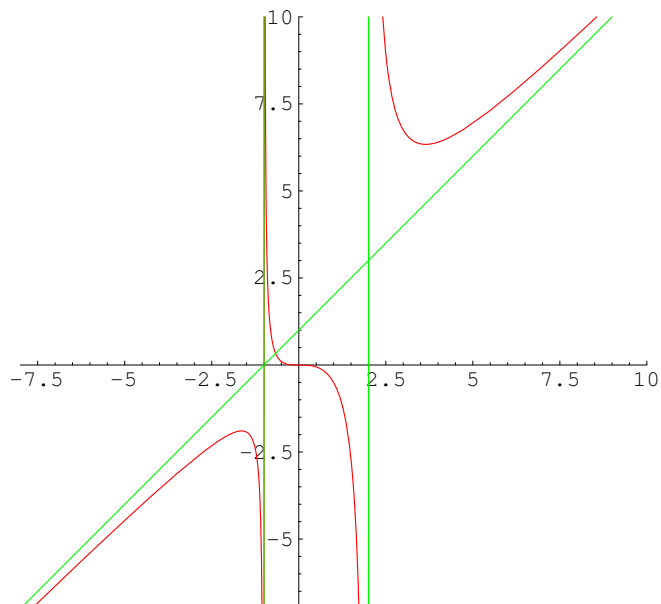
Extrempunkte: $H(-1.646|-1.893)$, $T(3.646|6.338)$, $S(0|0)$

Wendepunkte: $W(0|0)$

Wendetangente: $t_W : y = 0$

Monotonie: $] -\infty; -1.646[$ monoton wachsend
 $] -1.646; -1[$ monoton fallend
 $] -1; 2[$ monoton fallend
 $] 2; 3.646[$ monoton fallend
 $] 3.646; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; -1[$ konkav
 $] -1; 0[$ konvex
 $] 0; 2[$ konkav
 $] 2; \infty[$ konvex



22. (u)

$$y = \frac{x^3}{-6 + x + x^2}$$

$$y' = \frac{x^2(-18 + 2x + x^2)}{(-6 + x + x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{2x(108 - 18x + 7x^2)}{(-6 + x + x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3, 2\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = -1 + x$

$a_2 : x = -3$

$a_3 : x = 2$

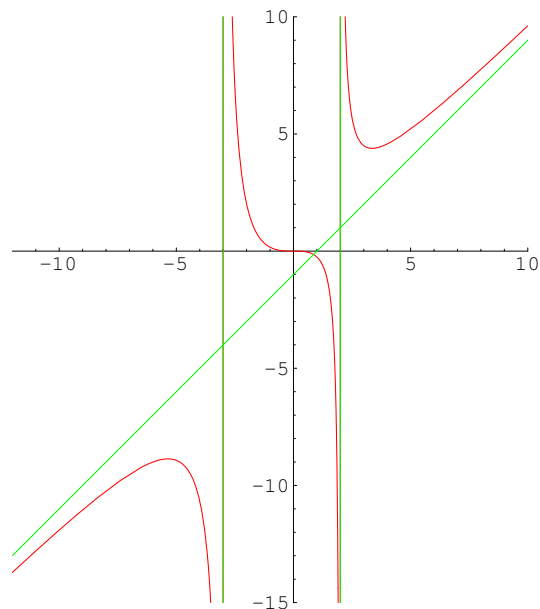
Extrempunkte: $H(-5.359|-8.866)$, $T(3.359|4.386)$, $S(0|0)$

Wendepunkte: $W(0|0)$

Wendetangente: $t_W : y = 0$

Monotonie: $] -\infty; -5.359[$ monoton wachsend
 $] -5.359; -3[$ monoton fallend
 $] -3; 2[$ monoton fallend
 $] 2; 3.359[$ monoton fallend
 $] 3.359; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; -3[$ konkav
 $] -3; 0[$ konvex
 $] 0; 2[$ konkav
 $] 2; \infty[$ konvex



22. (v)

$$y = \frac{x^3}{-6 - x + x^2}$$

$$y' = \frac{x^2(-18 - 2x + x^2)}{(-6 - x + x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{2x(108 + 18x + 7x^2)}{(-6 - x + x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 3\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = 1 + x$
 $a_2 : x = -2$
 $a_3 : x = 3$

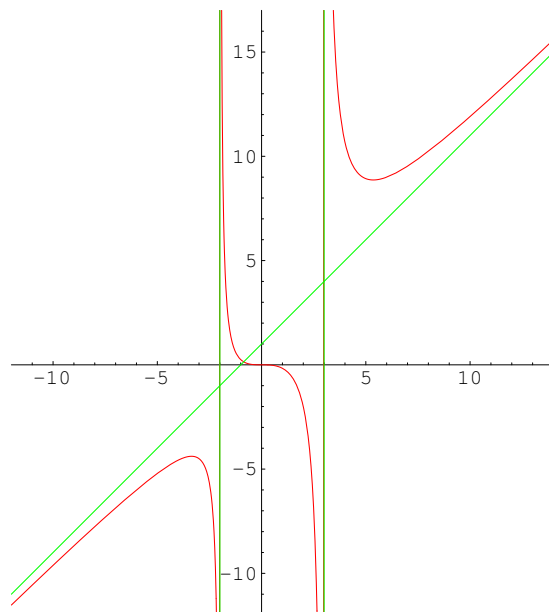
Extrempunkte: $H(-3.359|-4.386)$, $T(5.359|8.866)$, $S(0|0)$

Wendepunkte: $W(0|0)$

Wendetangente: $t_W : y = 0$

Monotonie: $]-\infty; -3.359[$ monoton wachsend
 $]-3.359; -2[$ monoton fallend
 $]-2; 3[$ monoton fallend
 $]3; 5.359[$ monoton fallend
 $]5.359; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty; -2[$ konkav
 $]-2; 0[$ konvex
 $]0; 3[$ konkav
 $]3; \infty[$ konvex



22. (w)

$$y = \frac{x^3}{-3 + 2x + x^2}$$

$$y' = \frac{x^2(-9 + 4x + x^2)}{(-3 + 2x + x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{2x(27 - 18x + 7x^2)}{(-3 + 2x + x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = -2 + x$
 $a_2 : x = -3$
 $a_3 : x = 1$

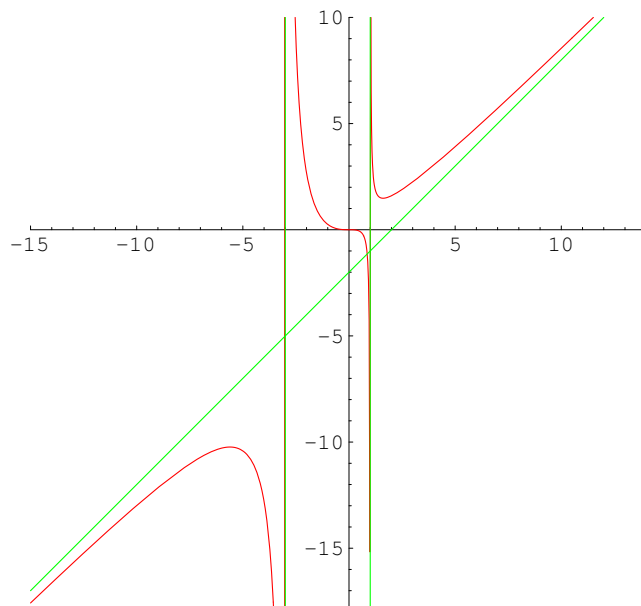
Extrempunkte: $H(-5.606|-10.234)$, $T(1.606|1.484)$, $S(0|0)$

Wendepunkte: $W(0|0)$

Wendetangente: $t_W : y = 0$

Monotonie: $]-\infty; -5.606[$ monoton wachsend
 $]-5.606; -3[$ monoton fallend
 $]-3; 1[$ monoton fallend
 $]1; 1.606[$ monoton fallend
 $]1.606; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty; -3[$ konkav
 $]-3; 0[$ konvex
 $]0; 1[$ konkav
 $]1; \infty[$ konvex



22. (x)

$$y = \frac{(-9+x)x^2}{2(-8+x)^2}$$

$$y' = \frac{(-12+x)^2 x}{2(-8+x)^3}$$

$$y'' = \frac{48(-12+x)}{(-8+x)^4}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{8\}$

Nullstellen: $N_1(0|0)$, $N_2(9|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = \frac{7}{2} + \frac{x}{2}$
 $a_2 : x = 8$

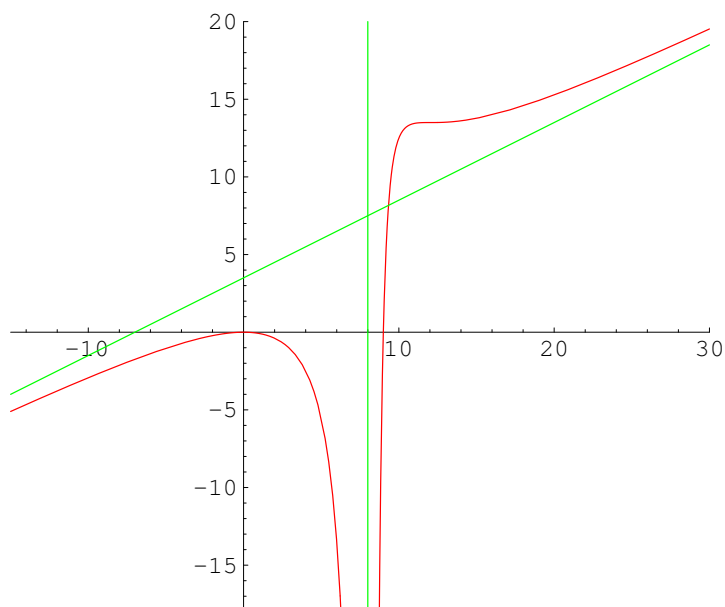
Extrempunkte: $H(0|0)$, $S(12|13.5)$

Wendepunkte: $W(12|13.5)$

Wendetangente: $t_W : y = +13.5$

Monotonie: $]-\infty; 0[$ monoton wachsend
 $]0; 8[$ monoton fallend
 $]8; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty; 8[$ konkav
 $]8; 12[$ konkav
 $]12; \infty[$ konvex



22. (y)

$$y = \frac{-((-8+x)x^2)}{2(-6+x)^3}$$

$$y' = \frac{x(-48+5x)}{(-6+x)^4}$$

$$y'' = \frac{-2(-144-42x+5x^2)}{(-6+x)^5}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{6\}$

Nullstellen: $N_1(0|0), N_2(8|0)$

Asymptoten: $a_1: y = -\left(\frac{1}{2}\right)$
 $a_2: x = 6$

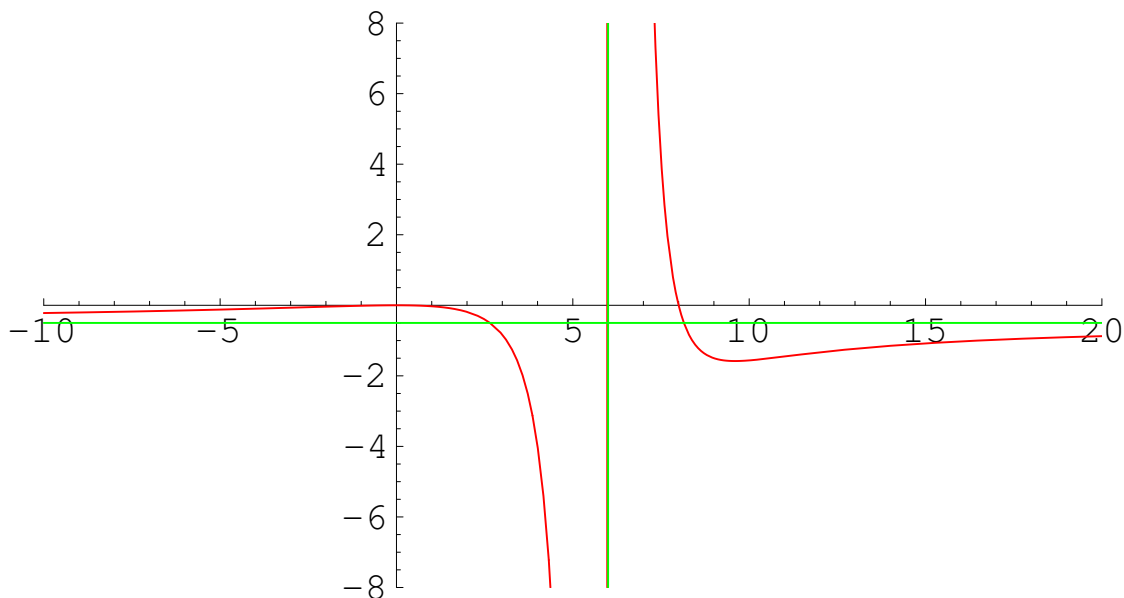
Extrempunkte: $H(0|0), T(9.6|-1.58)$

Wendepunkte: $W_1(-2.615|-0.057), W_2(11.015|-1.45)$

Wendetangenten: $t_{W_1}: y = 0.029 \cdot x + 0.019$
 $t_{W_2}: y = 0.123 \cdot x - 2.807$

Monotonie: $]-\infty; 0[$ monoton wachsend
 $]0; 6[$ monoton fallend
 $]6; 9.6[$ monoton fallend
 $]9.6; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty; -2.615[$ konvex
 $]-2.615; 6[$ konkav
 $]6; 11.015[$ konvex
 $]11.015; \infty[$ konkav



22. (z1)

$$y = \frac{x^3}{3(-2+x)^2}$$

$$y' = \frac{(-6+x)x^2}{3(-2+x)^3}$$

$$y'' = \frac{8x}{(-2+x)^4}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = \frac{4}{3} + \frac{x}{3}$
 $a_2 : x = 2$

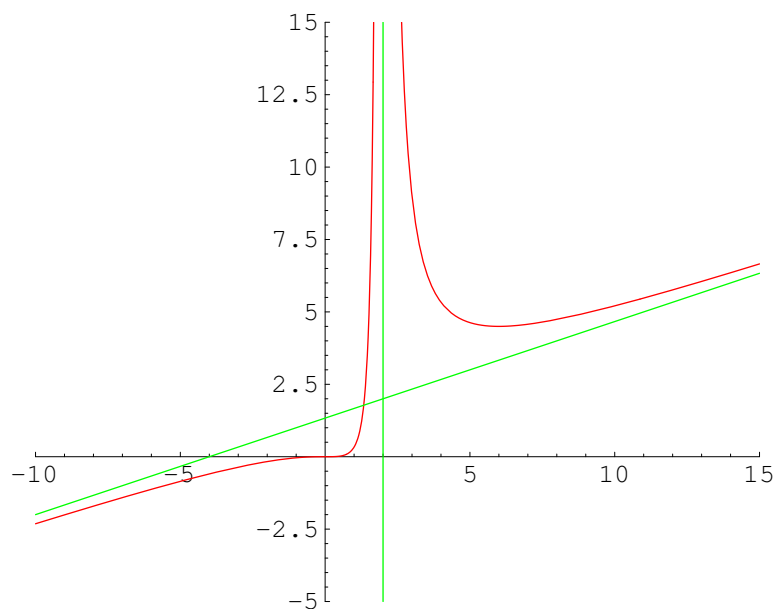
Extrempunkte: $T(6|4.5)$, $S(0|0)$

Wendepunkte: $W(0|0)$

Wendetangente: $t_W : y = 0$

Monotonie: $] -\infty; 2[$ monoton wachsend
 $] 2; 6[$ monoton fallend
 $] 6; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; 0[$ konkav
 $] 0; 2[$ konvex
 $] 2; \infty[$ konvex



22. (z₂)

$$y = \frac{x^3}{(1+x)^2}$$

$$y' = \frac{x^2(3+x)}{(1+x)^3}$$

$$y'' = \frac{6x}{(1+x)^4}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = -2 + x$
 $a_2 : x = -1$

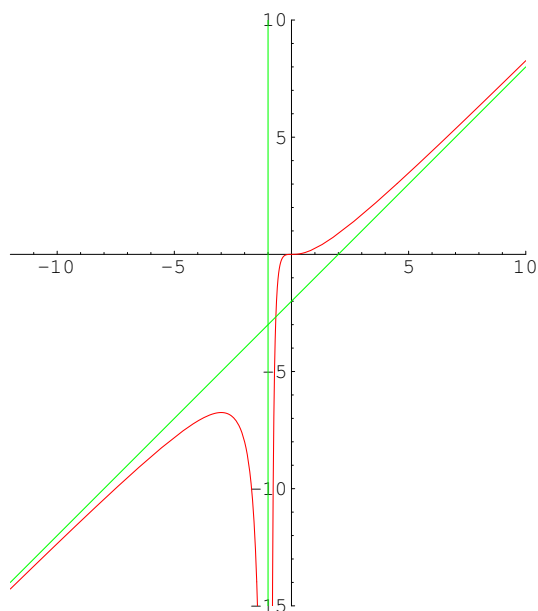
Extrempunkte: $H(-3|-6.75)$, $S(0|0)$

Wendepunkte: $W(0|0)$

Wendetangente: $t_W : y = 0$

Monotonie: $] -\infty; -3[$ monoton wachsend
 $] -3; -1[$ monoton fallend
 $] -1; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $] -\infty; -1[$ konkav
 $] -1; 0[$ konkav
 $] 0; \infty[$ konvex



22. (z₃)

$$y = \frac{-4x^3}{-1+x+3x^2}$$

$$y' = \frac{-4x^2(-3+2x+3x^2)}{(-1+x+3x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{-8x(3-3x+4x^2)}{(-1+x+3x^2)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-0.768, 0.434\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = \frac{4}{9} - \frac{4x}{3}$
 $a_2 : x = -0.768$
 $a_3 : x = 0.434$

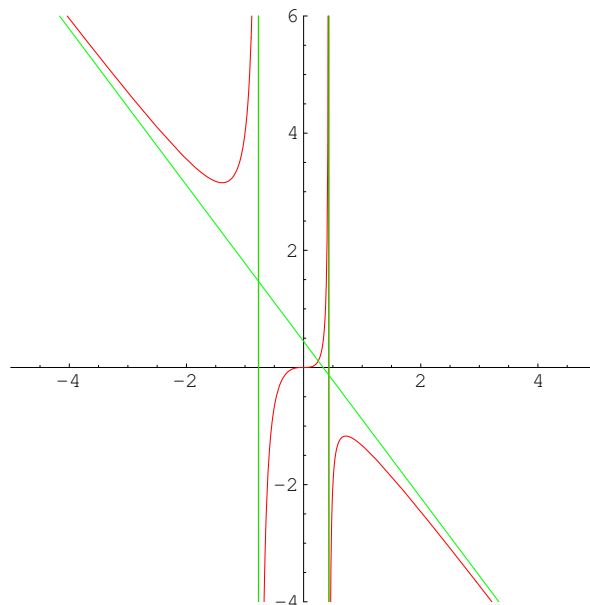
Extrempunkte: $H(0.721|-1.171)$, $T(-1.387|3.154)$, $S(0|0)$

Wendepunkte: $W(0|0)$

Wendetangente: $t_W : y = 0$

Monotonie: $]-\infty; -1.387[$ monoton fallend
 $]-1.387; -0.768[$ monoton wachsend
 $]-0.768; 0.434[$ monoton wachsend
 $]0.434; 0.721[$ monoton wachsend
 $]0.721; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $]-\infty; -0.768[$ konvex
 $]-0.768; 0[$ konkav
 $]0; 0.434[$ konvex
 $]0.434; \infty[$ konkav



22. (z4)

$$y = \frac{-2+x^3}{2x}$$

$$y' = \frac{1+x^3}{x^2}$$

$$y'' = \frac{-2+x^3}{x^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Nullstellen: $N(1.26|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = \frac{x^2}{2}$
 $a_2 : x = 0$

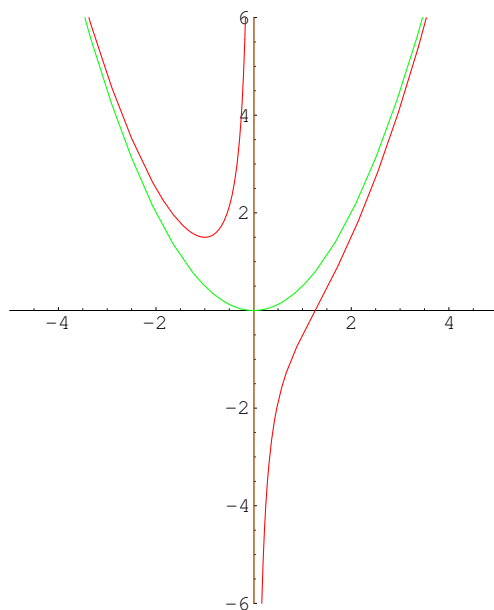
Extrempunkte: $T(-1|1.5)$

Wendepunkte: $W(1.26|0)$

Wendetangente: $t_W : y = 1.89 \cdot x - 2.381$

Monotonie: $] -\infty; -1[$ monoton fallend
 $] -1; 0[$ monoton wachsend
 $] 0; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; 0[$ konvex
 $] 0; 1.26[$ konkav
 $] 1.26; \infty[$ konvex



22. (z5)

$$y = \frac{5 + 3x^2 + x^3}{x}$$

$$y' = \frac{-5 + 3x^2 + 2x^3}{x^2}$$

$$y'' = \frac{2(5 + x^3)}{x^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Nullstellen: $N(-3.426|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = 3x + x^2$
 $a_2 : x = 0$

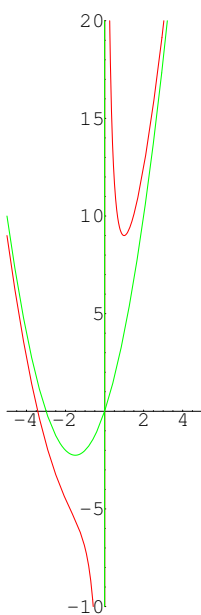
Extrempunkte: $T(1|9)$

Wendepunkte: $W(-1.71|-5.13)$

Wendetangente: $t_W : y = -2.13 \cdot x - 8.772$

Monotonie: $] -\infty; 0[$ monoton fallend
 $] 0; 1[$ monoton fallend
 $] 1; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $] -\infty; -1.71[$ konvex
 $] -1.71; 0[$ konkav
 $] 0; \infty[$ konvex



22. (z6)

$$y = \frac{x^3}{6(-2+x)}$$

$$y' = \frac{(-3+x)x^2}{3(-2+x)^2}$$

$$y'' = \frac{x(12-6x+x^2)}{3(-2+x)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Nullstellen: $N(0|0)$

Asymptoten: $a_1 : y = \frac{2}{3} + \frac{x}{3} + \frac{x^2}{6}$
 $a_2 : x = 2$

Extrempunkte: $T(3|4.5)$, $S(0|0)$

Wendepunkte: $W(0|0)$

Wendetangente: $t_W : y = 0$

Monotonie: $]-\infty; 2[$ monoton fallend
 $]2; 3[$ monoton fallend
 $]3; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty; 0[$ konvex
 $]0; 2[$ konkav
 $]2; \infty[$ konvex

