Aufgaben aus früheren Prüfungen

Die im Anschluss an die Aufgabensammlung angegebenen Lösungen stammen von einer (sehr guten) Studentin. Trotzdem ist es möglich, dass dieser Lösungsteil fehlerhaft ist. Um den Lösungsteil zu verbessern, bitte ich Sie, Fehler bei mir zu melden. Ich bin auch dankbar wenn Sie mich auf Tippfehler aufmerksam machen oder mir unklare Formulierungen rückmelden.

Die schriftliche Prüfung besteht aus zwei Teilen. Der erste Teil enthält die Kapitel

- Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
- Trigonometrie
- Vektorrechnung

Der zweite Teil enthält alle anderen Kapitel. Die Prüfung ist nur dann positiv, wenn jeder einzelne Teil positiv ist.

Erlaubte Hilfsmittel

P 1. Die Tabelle zeigt, welche Parteien A,B,C,D in einem bestimmten Ort bei einer Wahl gewählt wurden:

Wähler / Parteien	Partei A	Partei B	Partei C	Partei D	gesamt
M (männliche Wähler)	200	700	600	500	2000
W (weibliche Wähler)	250	150	1900	200	2500
gesamt	450	850	2500	700	4500

Nach dem Verlassen des Wahllokals wurden verschiedene Wähler zu einem Interview gebeten und gefragt, welche Partei sie gewählt haben:

(a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

i. eine beliebig ausgesuchte Person die Partei C gewählt hat!

ii. eine weibliche Person die Partei C gewählt hat!

iii. eine Person welche die Partei B gewählt hat, weiblich ist!

iv. eine beliebig ausgesuchte Person weiblich ist **und** die Partei B gewählt hat!

v. eine beliebig ausgesuchte Person weiblich ist **oder** B gewählt hat!

vi. eine beliebig ausgesuchte Person **entweder** weiblich ist **oder** B gewählt hat!

(b) Bei welcher Partei ist das Wahlverhalten vom Geschlecht unabängig?

P 2. Eine Bakterienkultur vermehrt sich mit einer Verdopplungszeit von 5 Stunden.

(a) Wieviele Bakterien sind nach 24 Stunden vorhanden, wenn es anfangs 1000 sind?

(b) Nach welcher Zeit ist die Bakterienkultur auf 20 000 Bakterien angewachsen?

(c) Um wieviel Prozent wächst die Bakterienkultur pro Stunde?

P 3. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $y = ax^2 + bx + c$. Der Punkt $P(2|4)$ liegt auf der Kurve f. Die Tangente an f im Punkt $Q(-1|y_Q)$ hat die Gleichung $t_Q: \; y - 7x = -1$. Bestimmen Sie den Funktionsterm von f!

P 4. Aus einem rechteckigen Karton mit 32 cm Länge und 20 cm Breite werden an den Ecken gleich große Quadrate ausgeschnitten. Aus dem Rest wird eine Schachtel gebildet. Wie muss man die Seitenlänge der auszuschneidenden Quadrate wählen, damit eine Schachtel von größtem Rauminhalt entsteht?
Skizzieren Sie den Graphen der zu maximierenden Funktion und geben Sie ihre Definitionsmenge an!

P 5. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int \frac{5+3x}{x^2+2x-3}\, dx =$

(b) $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-4}}\, dx =$

(c) $\int x \cdot \sin x \, dx =$

P 6. Untersuchen Sie die folgende Funktion auf **Nullstellen, Extremwerte** und **Wendepunkte**; geben Sie außerdem die **Definitionsmenge** und die **Asymptoten** an und skizzieren Sie den **Graphen** der Funktion!

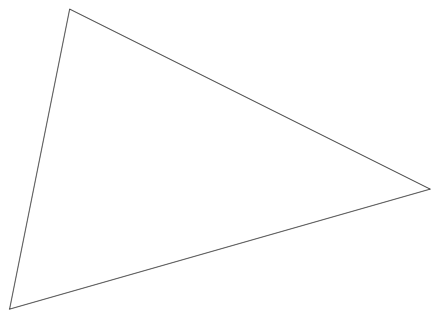
$$f(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

P 7. Die Gerade $g: \; \overrightarrow{X} = \binom{1}{3} + t \cdot \binom{-2}{-2}$ und die Parabel $f: \; y = 2x^2 + 1$ begrenzen ein endliches Flächenstück. Skizzieren Sie das Flächenstück und berechnen seinen Flächeninhalt!

P 8. Gegeben ist das Dreieck ABC:

$$A(2|3), \quad B(14|15), \quad C(-10|9)$$

(a) Ermitteln Sie den Winkel β des Dreiecks ABC!



(b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC!

(c) Berechnen Sie die Länge der Höhe h_c des Dreiecks ABC!

(d) Berechnen Sie die Koordinaten des Umkreismittelpunkts U des Dreiecks ABC! Konstruieren Sie den Umkreismittelpunkt im nebenstehenden Dreieck. Bezeichnen Sie alle geometrischen Objekte, die in der Rechnung vorkommen auch in der Zeichnung.

P 9. Von einem Trapez mit den Parallelseiten $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ kennt man die Länge der drei Seiten $a = \overline{AB} = 260\,\text{cm}$, $c = \overline{CD} = 120\,\text{cm}$ und $d = \overline{DA} = 180\,\text{cm}$ sowie den Winkel $\alpha = \sphericalangle DAB = 44°$. Berechnen Sie die **Höhe** h, den **Umfang** u und den **Flächeninhalt** des Trapezes!

P 10. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\cos x - e^x}{\sin(2x)} =$

(b) $\lim\limits_{x \to \infty} x \cdot e^{-2x} =$

(c) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\frac{n-2}{n}\right)^n =$

P 11. Ein Firmenchef muss 6 Arbeitsplätze neu besetzen. Es stehen ihm 14 Bewerber zur Verfügung.

(a) Wieviele Möglichkeiten hat er für die Besetzung, wenn es egal ist, welcher Bewerber welchen Arbeitsplatz besetzt?

(b) Wieviele Möglichkeiten hat er für die Besetzung, wenn auch die einzelnen Arbeitsplätze unterschieden werden?

(c) Drei von den 14 Bewerbern sind Brillenträger. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Firmenchef genau zwei Brillenträger auswählt, wenn er die 6 Personen zufällig auswählt?

P 12. (a) Von einer geometrischen Folge a_n sind die beiden Folgenglieder $a_2 = 18$ und $a_5 = \frac{16}{3}$ bekannt.

i. Bestimmen Sie das erste und das siebente Folgenglied der Folge a_n!

ii. Berechnen Sie die Summe der ersten 10 Folgenglieder!

iii. Berechnen Sie die Summe aller Folgenglieder!

(b) Berechnen Sie:

i. $$\sum_{k=n}^{2n} (2k-1) =$$

ii. $$\sum_{k=2n+1}^{4n} (-1)^k =$$

P 13. Finden Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung auf drei Nachkommastellen genau (die dritte Nachkommastelle muss gerundet richtig sein):

$$4x^3 - x^2 - 12x - 3 = 0$$

P 14. Gegeben ist das Dreieck ABC

$$A(-2|3|0),\ B(10|-3|4),\ C(6|6|5)$$

(a) Ermitteln Sie die Gleichung jener Ebene ε, auf der das Dreieck ABC liegt!

(b) Berechnen Sie die Länge der Höhe h_a des Dreiecks ABC!

(c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC!

(d) Die Gerade g verläuft durch den Punkt A und durch den Punkt $P(0|0|1)$ Berechnen Sie jenen Winkel, den die Gerade g mit der Ebene ε einschließt!

P 15. (a) Lösen Sie die folgende Gleichung über $\mathbb{R}$!

$$3^{x+2} \cdot 4^{2x-1} = \frac{1}{5^{4-3x}}$$

(b) Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichung über der Grundmenge $\mathbb{R}$ an!

$$2\ln(2-x) - 1 = \ln(3x)$$

P 16. Von einem Viereck $ABCD$ sind die folgenden Bestimmungsstücke bekannt:

$$\overline{AB} = 120\,\mathrm{m}, \quad \overline{BC} = 80\,\mathrm{m}, \quad \overline{AD} = 150\,\mathrm{m}, \quad \alpha = \sphericalangle DAB = 96^\circ, \quad \beta = \sphericalangle ABC = 78^\circ$$

Fertigen Sie eine Skizze an und berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{CD}$ sowie den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$!

P 17. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $$\int 4x\cos\left(3x^2\right)\,dx =$$

(b) $$\int \frac{x^3-1}{x-2}\,dx =$$

(c) $$\int_{-\infty}^{0} x \cdot e^x\,dx =$$

P 18. Ein Lichtstrahl, der in Wasser eindringt wird exponentiell geschwächt. Auf 2 Metern Eindringtiefe verliert der Lichtstrahl 30% an Intensität.

(a) Geben Sie die Intensität in Abhängigkeit von der Eindringtiefe in der Form $I(d) = I_0 \cdot e^{-\lambda \cdot d}$ an!

(b) Wieviel Prozent der Anfangsintensität hat der Lichtstrahl nach 6 Metern?

(c) Bei welcher Wassertiefe ist die Intensität des Lichts auf 50% der Ausgangsintensität gesunken?

(d) Um wieviel Prozent nimmt die Intensität des Lichts pro Meter Wassertiefe ab?

P 19. Gegeben sind der Punkt $P(5|5|-2)$ und die Ebene

$$\varepsilon: \ \overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 20 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \ell \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(a) Geben Sie eine Gleichung der Ebene ε in Normalform an!

(b) Spiegeln Sie den Punkt P an der Ebene ε und fertigen Sie eine Skizze an, die Ihre Strategie demonstriert!

(c) Spiegeln Sie die Ebene ε am Punkt P und fertigen Sie eine Skizze an, die Ihre Strategie demonstriert!

(d) Berechnen Sie den Normalabstand des Punktes P von der Ebene ε!

P 20. Gegeben ist die Funktion

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = 5x \cdot e^{-x}$$

(a) Geben Sie die Nullstellen und die Definitionsmenge von f an!

(b) Berechnen Sie die erste und die zweite Ableitung von f!

(c) Bestimmen Sie Extrem- und Wendepunkte der Funktion f!

(d) Berechnen Sie $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ und $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$.

(e) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f!

P 21. Die Parabel $p: \ y = a \cdot x^2 + b$ hat im Punkt $P(1|1)$ eine Tangente mit der Steigung $k = 6$. Das Flächenstück, welches die Parabel p mit der Geraden $g: \ y = 4$ einschließt rotiert um die y-Achse.
Skizzieren Sie das Flächenstück und berechnen Sie das Volumen des entstehenden Drehkörpers!

P 22. Die Punkte $A(-1|1)$ und $B(2|-3)$ sind Eckpunkte eines im positiven Umlaufsinn beschrifteten Rechtecks $ABCD$. Die Länge der anderen Seite ist $b = 15$.
Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte C und D!

P 23. Die Wirksubstanz eines bestimmten Medikaments wird vom menschlichen Körper exponentiell abgebaut. Der Körper baut pro Stunde 9,2% dieser Substanz ab. Eine Person nimmt um 7 Uhr in der Früh 2 Tabletten mit je 50 mg dieser Wirksubstanz ein. Um 10 Uhr am Vormittag nimmt sie eine weitere Tablette ein.

(a) Wieviel mg der Wirksubstanz sind um 9 Uhr im Körper der Person?

(b) Wieviel mg der Wirksubstanz sind um 14 Uhr im Körper der Person?

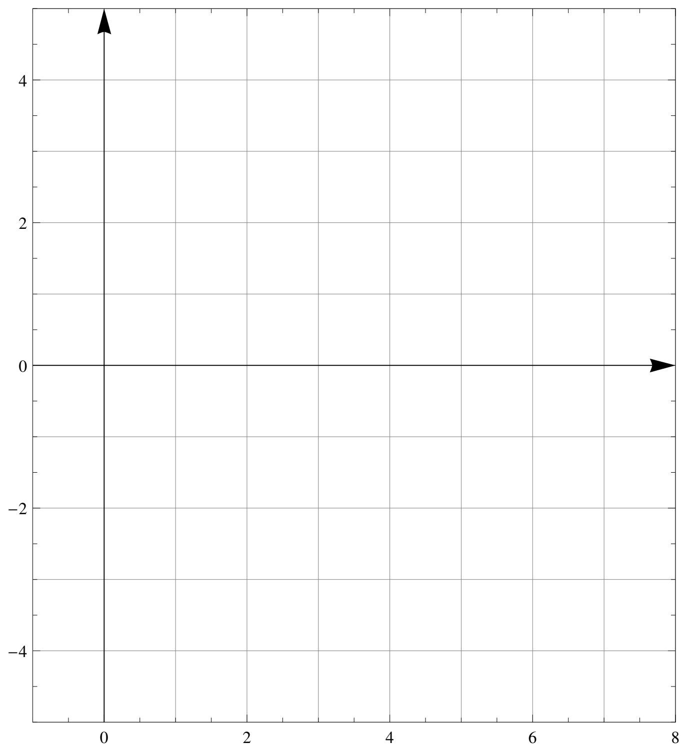
(c) Zu welcher Uhrzeit muss die Person die nächste Tablette einnehmen, wenn die Menge der Wirksubstanz im Körper nicht unter 70 mg sinken darf?

(d) Geben Sie die Halbwertszeit des Abbauprozesses an!

P 24. (a) Von einer Funktion $f:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ weiß man Folgendes:
Die Tangente an f im Punkt $Q(-4|y_Q)$ hat die Gleichung $t_Q:\ 3x+2y=-7$
Die Tangente im Wendepunkt $W(5|y_w)$ hat die Gleichung $t_W:\ x+y=0$

Geben Sie 5 Bedingungen für diese Funktion an!

(b) Von einer Funktion $g:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ weiß man: $g(3)=1$ und $g'(3)=-2$
Zeichnen Sie die bekannte Tangente und skizzieren Sie eine mögliche Kurve g im Koordinatensystem unterhalb!



P 25. Gegeben sind die Punkte $A(-1|2)$ und $B(3|0)$.

(a) Berechnen Sie den Schnittpunkt der Gerade $g[A,B]$ mit der Geraden

$$h: \quad 3x+4y=0$$

In welchem Winkel schneiden die Geraden g und h einander?

(b) Ergänzen Sie die $y-$Koordinate y_c des Punktes $C(4|y_c)$ so, dass das Dreieck $\triangle ABC$ im Punkt A einen rechten Winkel hat!

P 26. Die beiden Kurven $p: \ y = x^2 - 4$ und $q: \ y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 5$ begrenzen ein endliches Flächenstück.
Skizzieren Sie die beiden Kurven und berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Flächenstücks!

P 27. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $$\int \frac{x}{\sqrt{3x^2 - 5}} dx =$$

(b) $$\int 4x \cdot e^x dx =$$

(c) $$\int \frac{8x^2 + 2x}{2x - 1} dx =$$

P 28. Von einem Parallelogramm $ABCD$ kennt man die Länge der Seite $b = \overline{AD} = 4\,\text{cm}$, und die Länge der Diagonale $f = \overline{BD} = 6\,\text{cm}$ sowie den Winkel $\alpha = \measuredangle DAB = 72°$.

Berechnen Sie den **Umfang** u, die Länge der **Diagonale** $e = \overline{AC}$, die **Höhe** h_a und den **Flächeninhalt** des Parallelogramms $ABCD$!

P 29. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{2x - 2}$$

(a) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge und die Nullstellen von f!

(b) Berechnen Sie die Hoch- und Tiefpunkte von f!

(c) Berechnen Sie die schiefen und die senkrechten Asymptoten von f und skizzieren Sie den Graphen der Funktion f!

P 30. In einer Schule soll ein Getränkeautomat aufgestellt werden. Man weiß, dass der Absatz bei einem Preis von 70 Cent pro Dose 240 Stück pro Tag beträgt. Bei einem Preis von 80 Cent beträgt der Absatz 160 Stück. Es wird angenommen, dass der Absatz linear vom Preis abhängt.

(a) Skizzieren sie den Graphen jener Funktion, die den Absatz in Abhängigkeit vom Preis angibt!

(b) Wie groß ist der maximale tägliche Absatz?

(c) Ab welchem Preis kauft niemand mehr eine Dose?

(d) Um wieviel Stück sinkt der tägliche Absatz pro Cent Preiserhöhung?

(e) Skizzieren Sie den Graphen jener Funktion, die die täglichen Einnahmen in Abhängigkeit vom Preis angibt!

(f) Für welchen Preis werden die Einnahmen maximal?

(g) Wie hoch sind die maximalen täglichen Einnahmen?

(h) Wieviel Dosen werden pro Tag verkauft, wenn die Einnahmen maximal sind?

P 31. Eine Urne enthält 4 rote, 3 weiße und 4 grüne Kugeln. Wir ziehen *mit Zurücklegen*.

(a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei drei Zügen

i. keine rote Kugel

ii. genau eine rote Kugel

iii. mindestens eine rote Kugel

iv. höchstens eine rote Kugel

v. 1 rote und 2 weiße Kugeln

vi. 3 Kugeln mit gleicher Farbe

vii. 3 Kugeln mit verschiedener Farbe

gezogen werden

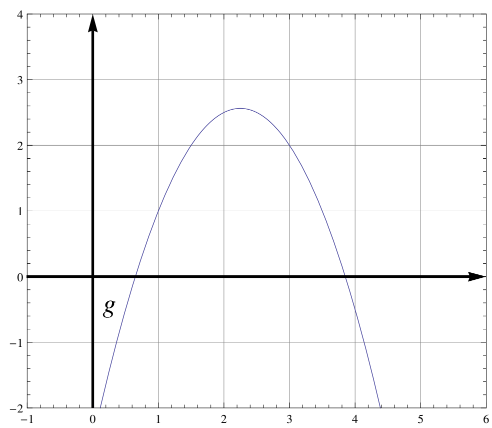
(b) Wie oft muss man mindestens ziehen, damit die Wahrscheinlichkeit für mindestens eine weiße Kugel höher als 99,7% ist?

P 32. (a) Von einer Funktion $f:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ weiß man Folgendes:
Die Tangente an f im Wendepunkt $W(-2|y_W)$ hat die Gleichung $t_W:\ 3x + \frac{1}{3}y = 0$
Die Tangente an f im Punkt $R(-1|y_R)$ hat die Gleichung $t_R:\ 2y - 5x = 8$
Außerdem hat die Funktion f den Hochpunkt $H(3|-2)$
Geben Sie 7 Bedingungen der Funktion f an!

(b) In der Abbildung rechts ist der Graph einer Kurve g abgebildet.
Zeichnen Sie die folgenden Größen in der Abbildung rechts ein und schätzen Sie ihren Wert ab:

$g(3) \approx$

$g'(3) \approx$



P 33. 10 Personen stehen an der Kasse eines Kinos. Es gibt nur noch 3 freie Karten.

(a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Karten auf die Personen zu verteilen, wenn

i. die Karten gleich viel kosten und die Wahl des Sitzplatzes völlig frei ist?

ii. die Karten verschiedene Preise haben?

(b) Die beiden Freundinnen Hanni und Nanni gehören zu den 10 wartenden Personen. Die drei freien Karten werden zufällig an die 10 wartenden Personen verteilt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

i. Hanni eine Karte bekommt und Nanni keine Karte bekommt?

ii. beide Freundinnen eine Karte bekommen?

iii. keine der beiden Freundinnen eine Karte bekommt?

P 34. Von einem Viereck $ABCD$ sind folgende Bestimmungsstücke gegeben:

$$\overline{AB} = 400\,\mathrm{m}, \quad \overline{BC} = 130\,\mathrm{m}, \quad \overline{AD} = 200\,\mathrm{m}, \quad \alpha = \sphericalangle DAB = 75^\circ, \quad \beta = \sphericalangle ABC = 90^\circ$$

Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Vierecks!

P 35. Eine Parabel p: $y = x^2 + bx - 4$ enthält den Punkt $P(2|6)$.
Die x-Achse und die Kurve begrenzen ein endliches Flächenstück.

(a) Skizzieren Sie die Parabel und das Flächenstück!

(b) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Flächenstücks!

P 36. Berechnen Sie:

(a) $$\int x \cdot \sin\left(x^2 - 1\right)\, dx =$$

(b) $$\int x \cdot \cos(2x)\, dx =$$

(c) i. $$\lim_{x \to 3} \frac{e^{x-3} - \cos(6-2x)}{\sin(3x) - 9} =$$

ii. $$\lim_{x \to 3} \frac{e^{x-3} - \cos(6-2x)}{\sin(3x-9)} =$$

P 37. Von einer Folge a_n kennt man die ersten Glieder:

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = \frac{1}{3}, \quad a_4 = \frac{1}{9}, \ldots$$

(a) Geben Sie das allgemeine Glied a_n an!

(b) Berechnen Sie

$$\sum_{n=1}^{8} a_n \qquad \text{und} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

P 38. Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = x \cdot e^{-2x}$$

(a) Geben Sie die größtmögliche Definitionsmenge und die Nullstellen der Funktion an!

(b) Berechnen die Extrempunkte und die Wendepunkte von f!

(c) Ermitteln Sie

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) \qquad \text{bzw.} \qquad \lim_{x\to\infty} f(x)$$

(d) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f!

P 39. Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichung an:

(a) $\lg(1-x) - \lg(x+10) = 1 \qquad \text{wobei} \quad \lg(x) = {}^{10}\log(x) = \log_{10}(x)$

(b) $\dfrac{3^{1-2x}}{4\cdot 5^x} = 7^{-2x}$

P 40. An einem Handballturnier nehmen 20 Mannschaften teil. Diese werden auf 4 Gruppen aufgeteilt.

(a) Wieviele Spiele werden in jeder Gruppe ausgetragen, wenn innerhalb einer Gruppe jede Mannschaft gegen jede andere spielt?

(b) Wieviele mögliche Rangordnungen gibt es innerhalb jeder Gruppe?

(c) In jeder Gruppe steigen die beiden besten Mannschaften auf. Wieviele mögliche Aufsteigerpaare gibt es in jeder Gruppe?

P 41. Der Punkt $P(4|7)$ liegt auf der Parabel $p : y = \frac{1}{2}x^2 + b$. Die Parabel schließt mit der Geraden $g : y = 6$ ein Flächenstück ein.

(a) Skizzieren Sie das Flächenstück!

(b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Flächenstücks!

(c) Das Flächenstück rotiert um die y-Achse.
Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Drehkörpers!

P 42. Das fünfte Glied einer streng monoton wachsenden geometrischen Folge ist 45, das neunte Glied ist 405.
Berechnen Sie die Summe der ersten 10 Glieder dieser Folge!

P 43. Eine Polynomfunktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ y = x^3 + ax^2 + bx + c$ hat den Wendepunkt $W(2|y_w)$.
Die Wendetangente t_W hat die Gleichung $t_W :\ 4x + y = 18$.
Bestimmen Sie den Funtionsterm von f!

P 44. Die Kurven f: $y = ax^2$ und g: $y = \frac{3}{2}x^2 + b$ haben den gemeinsamen Punkt $S(-2|1)$.

(a) Bestimmen Sie die die Funktionsterme von f und g!

(b) Die beiden Kurven f und g begrenzen ein endliches Flächenstück.
Skizzieren Sie dieses Flächenstück!

(c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Flächenstücks!

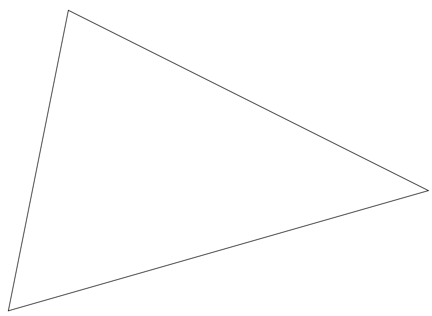
P 45. Von einem Dreieck ΔABC kennt man die Punkte $A(1|1)$ und $B(13|13)$. Der Punkt $C(-11|y_c)$ liegt auf der Geraden g: $x+2y=3$.

(a) Berechnen Sie y_c!

(b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ΔABC!

(c) Berechnen Sie die Länge der Höhe h_b des Dreiecks ΔABC!

(d) Berechnen Sie die Koordinaten des Höhenschnittpunkts des Dreiecks ΔABC!
Konstruieren Sie den Höhenschnittpunkt im Dreieck nebenan und bezeichnen Sie alle geometrischen Objekte, die in der Rechnung vorkommen auch im Dreieck unterhalb.



P 46. Das vierte Glied einer arithmetischen Folge ist 266, die Summe der ersten 11 Glieder beträgt 2794. Berechnen Sie die ersten beiden Glieder!

P 47. (a) Berechnen Sie das folgende uneigentliche Integral und skizzieren Sie das Flächenstück, das damit berechnet wird.

$$\int_0^\infty 2^{-x} =$$

(b) Berechnen Sie:

$$\int x \cdot \left(e^x - \sin\left(x^2-4\right)\right) dx =$$

P 48. Von einem Parallelogramm kennt man die Länge der beiden Diagonalen $e = 12,4\,\text{cm}$ und $f = 20\,\text{cm}$ sowie den Winkel $\varphi = 110,33°$, den die beiden Diagonalen einschließen.
Berechnen Sie den Umfang und den Flächeninhalt des Parallelogramms!

P 49. Finden Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung auf drei Nachkommastellen genau (die dritte Nachkommastelle muss gerundet richtig sein):

$$3x^3 - 31x^2 + 67x - 17 = 0$$

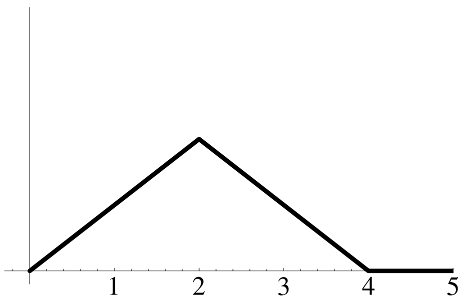
P 50. Gegeben sind die Gerade g und der Punkt P:

$$g: \overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad P(-1|8|4)$$

(a) Geben Sie eine Gleichung jener Ebene an, auf der die Gerade g und der Punkt P liegen!

(b) Berechnen Sie den Abstand des Punktes P von der Geraden g!

P 51. Die Abbildung zeigt den Graphen einer Dichtefunktion $y = f(x)$ für die Lebensdauer $x > 0$



eines elektronischen Gerätes in Jahren.

(a) Bestimmen Sie die Höhe h des Dreiecks so, dass $f(x)$ eine Dichtefunktion ist!

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Gerät mindestens 3 Jahre lebt (funktioniert)!

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein 2 Jahre altes Gerät noch mindestens ein Jahr funktioniert?

(d) Bestimmen Sie den Funktionsterm von f!

$$f(x) = \begin{cases} \qquad & \text{für} \quad 0 < x \leq 2 \\ \qquad & \text{für} \quad 2 < x \leq 4 \\ \qquad & \text{für} \quad x > 4 \end{cases}$$

(e) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz der Lebenserwartung x des Gerätes!

P 52. Geben Sie von den folgenden Gleichungen jeweils die Definitionsmenge und die Lösungsmenge an:

(a) $$\frac{2^{x+3}}{7^{2x-5}} = 2$$

(b) $$\ln(1-x) + \ln(x+1) + 2 = 0$$

P 53. Gegeben ist die Ebene

$$\varepsilon : \overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \ell \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

(a) Geben Sie eine Gleichung der Ebene ε in Normalform an!

(b) Die Schnittpunkte der Ebene ε mit den Koordinatenachsen bilden ein Dreieck. Berechnen Sie die Winkel dieses Dreiecks!

(c) Geben Sie die Koordinaten eines Punkts T an, der von der Ebene ε den Normalabstand $d = 21$ hat!

P 54. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = x^2 \left[2\ln(x) - 3\right]$$

(a) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge und die Nullstellen von f!

(b) Berechnen Sie die Extrem- und Wendepunkte von f!

(c) Berechnen Sie $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ und $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$

(d) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f!

P 55. Die Schnittpunkte der Ebene $\varepsilon : x - 4y + 3z = 24$ mit den Koordinatenachsen bilden ein Dreieck ABC. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks!

P 56. Eine bestimmte Infektionskrankheit verbreitet sich in der Bevölkerung exponentiell. Eine Untersuchung in Kalenderwoche 4 (KW 4) hat ergeben, dass 2421 Personen infiziert sind. In Kalenderwoche 7 waren bereits 3682 Personen infiziert.

(a) Wieviele Personen werden in Kalenderwoche 31 infiziert sein?

(b) In welcher Kalenderwoche wird eine Million Menschen infiziert sein?

(c) Um wieviel Prozent nimmt die Anzahl der infizierten Personen pro Woche zu?

(d) Wieviele Wochen beträgt die Verdopplungszeit dieser Infektionskrankheit?

P 57. Eine Polynomfunktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ y = x^3 + ax^2 + bx + c$ hat den Sattelpunkt $S(1|-3)$. Bestimmen Sie den Funtionsterm von f!

P 58. Die Kurven f: $y = x^2$ und g: $y = -\frac{1}{4}x^2 + 5$ begrenzen ein endliches Flächenstück. Skizzieren Sie die beiden Kurven und berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Flächenstücks!

P 59. 10 Personen stehen an der Kasse eines Kinos. Es gibt nur noch 3 freie Karten. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Karten auf die Personen zu verteilen, wenn

(a) die Karten gleich viel kosten und die Wahl des Sitzplatzes völlig frei ist?

(b) die Karten verschiedene Preise haben?

P 60. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $$\int \frac{x^2}{\sqrt{4x^3 - 5}}\, dx$$

(b) $$\int x \cdot \sin(3x)\, dx$$

(c) $$\int \frac{x-2}{x-1}\, dx$$

P 61. Wie soll man eine zylindrische Konservenbüchse von V Litern Inhalt dimensionieren, damit zu ihrer Herstellung möglichst wenig Blech gebraucht wird? (Geben Sie Radius und Höhe an!)

P 62. Von einem Dreieck $\triangle ABC$ sind die Koordinaten der Eckpunkte bekannt:

$$A(-2|1), \qquad B(3|-4), \qquad C(2|2)$$

(a) Berechnen Sie den Winkel α des Dreiecks $\triangle ABC$!

(b) Geben Sie die Koordinaten des Höhenschnittpunkts des Dreiecks $\triangle ABC$ an!

(c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle ABC$!

(d) Berechnen Sie die Länge der Höhe h_a des Dreiecks $\triangle ABC$!

P 63. Von einer arithmetischen Folge a_n sind die beiden Folgenglieder $a_4 = -2$ und $a_9 = 8$.

(a) Geben Sie das allgemeine Glied der Folge a_n an!

(b) Berechnen Sie die Summe der ersten 25 Folgenglieder!

P 64. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a) $$\lim_{x\to 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 8x + 16} =$$

(b) $$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - \cos(2x)}{\sin(3x)} =$$

(c) $$\lim_{x\to 0} x \cdot \ln x =$$

P 65. Berechnen Sie:

(a) $2+2\sqrt{3}+6+6\sqrt{3}+\ \ldots\ +1458=$

(b) $2\ +\ 9\ +\ 16\ +\ 23\ +\ \ldots\ +1458=$

(c) $2\ -\ 9\ +\ 16\ -\ 23\ +\ \ldots\ +1458=$

P 66. Von einem Trapez $ABCD$ mit den Parallelseiten $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ kennt man die folgenden Bestimmungsstücke:

$$\overline{AB}=12\,\mathrm{cm}, \qquad \overline{BC}=4\,\mathrm{cm}, \qquad \alpha=\sphericalangle DAB=43^\circ, \qquad \beta=\sphericalangle ABC=75^\circ$$

Berechnen Sie die Höhe h und den Umfang u des Trapezes!

P 67. Eine Polynomfunktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ y=x^3+ax^2+bx+c$ enthält die Punkte $P(-2|-1)$ und $Q(1|2)$. Die Tangente an die Kurve f im Punkt P hat die Steigung $k=4$.
Bestimmen Sie den Funktionsterm von f!

P 68. Lösen Sie die folgenden Gleichungen:

(a) $\dfrac{2^{x-4}}{3^{2x-2}}=9^{1-x}$

(b) $x^3-3x^2+x+1=0$

P 69. Ermitteln Sie Gleichungen jener Ebenen, die zur Ebene ε parallel sind und den Abstand d haben.

$$\varepsilon:\ 2x-3y-6z=1, \qquad d=14$$

P 70. 20% der Studenten einer Stadt studieren Informatik, davon 40% an der TU, 40% an der UNI und der Rest an der WU. Insgesamt studieren 50% aller Studenten an der UNI und 40% an der WU. In einer Untersuchung werden zufällig ausgewählte Studenten über Studienrichtung und Universität befragt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

(a) Ein beliebiger befragter Student an der TU studiert?

(b) Ein beliebiger befragter Student an der WU studiert aber nicht Informatik?

(c) Ein Informatik-Student an der TU studiert?

(d) Ein TU-Student Informatik studiert?

P 71. Eine Polynomfunktion 3. Grades hat den Tiefpunkt $T(1|-1)$ und den Hochpunkt $H(-1|3)$. Geben Sie den Term der Polynomfunktion an!

P 72. Von einem Viereck $ABQP$ kennt man die Länge der Strecke $\overline{AB} = 52\,\text{mm}$ und die Winkel

$$\sphericalangle ABQ = 73^\circ, \qquad \sphericalangle ABP = 55^\circ, \qquad \sphericalangle PAB = 52^\circ, \qquad \sphericalangle QAB = 38^\circ$$

Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{PQ}$!

P 73. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\displaystyle\int x\left[e^x + \cos(\pi - 3x^2)\right] dx =$

(b) $\displaystyle\int \frac{6x^2\,dx}{\sqrt{x^3-5}} =$

(c) $\displaystyle\int_0^\infty 5^{-x}\,dx =$

Skizzieren Sie auch das Flächenstück, dessen Flächeninhalt in Aufgabe (c) berechnet wird!

P 74. Geben Sie Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen an!

(a) $\ln x - \ln 3 = \ln 5 - \ln(x-2)$

(b) $\dfrac{5^x}{12^{3x-2} \cdot 7^x} = 1$

P 75. Von einem Viereck $ABCD$ kennt man die folgenden Bestimmungsstücke:

$$\overline{AB} = 123\,\text{m}, \quad \overline{BC} = 84\,\text{m}, \quad \overline{AD} = 144\,\text{m}, \quad \sphericalangle DAB = 102^\circ, \quad \sphericalangle ABC = 74^\circ$$

Fertigen Sie eine Skizze an und berechnen Sie den Umfang und den Flächeninhalt des Vierecks!

P 76. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = (3x+6)e^{-x}$$

(a) Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Nullstellen von f!

(b) Berechnen Sie die Extrem- und Wendepunkte von f!

(c) Geben Sie eine Gleichung der Wendetangente an!

(d) Berechnen Sie $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ und $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$!

(e) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f!

P 77. Gegeben sind die Gerade g

$$g: \quad \overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad t \in \mathbb{R}$$

und die Punkte

$$A(2|5|-3), \quad B(4|-7|1), \quad C(2|1|0)$$

(a) Geben Sie eine Gleichung der Ebene ε an, welche die Punkte A, B und C enthält und berechnen Sie, in welchem Punkt und unter welchem Winkel die Gerade g die Ebene ε schneidet!

(b) Berechnen Sie die Länge der Höhe h_b des Dreiecks ABC!

P 78. Die beiden Kurven $p: \ y = ax^2$ und $q: \ y = \frac{1}{4}x^2 + b$ schneiden einander im Punkt $S(4|6)$. Die beiden Kurven begrenzen ein endliches Flächenstück. Dieses Flächenstück rotiert um die $y-$Achse. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Drehkörpers! (Skizze!)

P 79. Aus einem quadratischen Karton mit der Seitenlänge $s = 24$ cm soll durch Ausschneiden von quadratischen Ecken der Länge x und Aufbiegen der entstehenden Seitenwände eine oben offene Schachtel gebaut werden. Wie groß muss die Länge x gewählt werden, damit das Volumen der Schachtel möglichst groß wird?

P 80. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung

$$5x^3 - 21x^2 - 11x + 3 = 0$$

P 81. Von einem Trapez mit den Parallelseiten $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ kennt man die Länge der Seite $\overline{AB} = 12$ cm, die Länge der Diagonale $\overline{AC} = 14$ cm sowie die Winkel $\alpha = \sphericalangle DAB = 63°$ und $\beta = \sphericalangle ABC = 81°$.
Berechnen Sie den Umfang und den Flächeninhalt des Trapezes!

P 82. Die Wahrscheinlichkeit, die Fahrprüfung zu schaffen, beträgt für eine bestimmte Person 60%. Man hat drei unabhängige Versuche. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit,

(a) die Prüfung auch bei drei Versuchen nicht zu schaffen!

(b) die Prüfung spätestens beim dritten Versuch zu schaffen!

(c) Wie viele Versuche bräuchte man, damit die Wahrscheinlichkeit, die Prüfung zu schaffen 99,9% beträgt?

P 83. Von einer arithmetischen Folge kennt man das 6. Glied $a_6 = 11$. Die Summe der ersten 8 Glieder ist 52.

Geben Sie das allgemeine Glied der Folge an und berechnen Sie die Summe der ersten 23 Glieder!

P 84. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$$

Bestimmen Sie die **Definitionsmenge** von f.

Untersuchen Sie die Kurve auf **Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte,** und geben Sie die Gleichungen der **Asymptoten** an.

Skizzieren Sie den **Graphen** von f!

P 85. Von einem bestimmten radioaktiven Isotop beträgt die Anfangsmenge 12 g. Nach 2 Tagen sind nur mehr 9 g vorhanden.

(a) Berechnen Sie die Halbwertszeit des stattfindenden radioaktiven Zerfalls!

(b) Wie lange dauert es, bis nur mehr 0.1 g des Materials vorhanden sind?

(c) Geben Sie das Zerfallsgesetz in der Form $m(t) = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ an!

P 86. Berechnen Sie:

(a) $$\lim_{x \to 0} \frac{\cos(4x) - e^{3x}}{\sin x} =$$

(b) $$\lim_{x \to 0} x \cdot \ln x =$$

(c) $$\lim_{x \to -\infty} x^2 \cdot e^{-x} =$$

P 87. Die Gerade $g:\ x - 2y = -3$ und die Parabel $p:\ x = \frac{1}{4}y^2$ begrenzen ein Flächenstück. Dieses Flächenstück rotiert um die $x-$Achse. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Drehkörpers! (Skizze!)

P 88. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $$\int e^x \cdot \cos x \, dx =$$

(b) $$\int x \left(e^{-x} + e^{-x^2}\right) dx =$$

(c) $$\int_2^5 \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 - 4}} \, dx =$$

P 89. Berechnen Sie die Koordinaten des Umkreismittelpunkts des Dreiecks $\triangle ABC$!

$$A(1|3), \quad B(13|15), \quad C(-11|9)$$

P 90. In einer Urne befinden sich 17 schwarze und drei weiße Kugeln. Man zieht mehrere male mit Zurücklegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

(a) bei 2 Zügen verschiedene Farben gezogen werden?

(b) bei 10 Zügen genau sieben mal eine schwarze Kugel gezogen wird?

(c) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz für die Anzahl der schwarzen Kugeln bei $n = 100$ Zügen!

P 91. Im gleichschenkeligen Trapez $ABCD$ ($\overline{AD} = \overline{BC}$) ist gegeben:

$$\overline{AB} = 10, \qquad \overline{BC} = 4, \qquad \text{Diagonale: } \overline{BD} = \sqrt{76}$$

(a) Bestimmen Sie den Winkel $\beta = \sphericalangle ABC$!

(b) Bestimmen Sie die Höhe h des Trapezes!

(c) Bestimmen Sie $\overline{CD}$!

P 92. Eine Polynomfunktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 - 9x - 8$ hat an der Stelle $x = -2$ einen Wendepunkt mit der Wendetangente $t_w: x - y = -4$.

Geben Sie den Funktionsterm von f an!

P 93. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $$\int x \left[e^x + \cos(\frac{\pi}{2} - 3x^2) \right] dx =$$

(b) $$\int x^2 \cdot \ln x \, dx =$$

(c) $$\int_{-\infty}^{2} 5^x \, dx =$$

Skizzieren Sie auch das Flächenstück, dessen Flächeninhalt in Aufgabe (c) berechnet wird!

P 94. Die Wirksubstanz eines bestimmten Medikaments wird vom menschlichen Körper mit einer Halbwertszeit von 4,5 Stunden abgebaut. Eine Person nimmt um 9 Uhr und um 11 Uhr vormittags jeweils eine Tablette mit 125 mg Wirksubstanz.

(a) Wieviel Wirksubstanz befindet sich um 14 Uhr in ihrem Körper?

(b) Zu welcher Uhrzeit muss die Person die nächste Tablette spätestens einnehmen, wenn die Menge der Wirksubstanz im Körper nicht unter 100 mg sinken soll?

(c) Wieviel Prozent der Wirksubstanz des Medikaments werden vom Körper pro Stunde abgebaut?

P 95. Von einem Parallelogramm kennt man die Länge der Seite $a = 12\,\text{cm}$, den Winkel $\alpha = 53^\circ$ und den Fläceninhalt $A = 48\,\text{cm}^2$.

Berechnen sie die Länge der beiden Diagonalen e und f und den Winkel φ, den die beiden Diagonalen einschließen!

P 96. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = 10x^2 \ln x$$

(a) Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Nullstellen von f!

(b) Berechnen Sie die Extrem- und Wendepunkte von f!

(c) Bestimmen Sie das Verhalten der Funktion an den Grenzen des Definitionsbereichs!

(d) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f!

P 97. Gegeben sind die Gerade g

$$g: \quad \overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad t \in \mathbb{R}$$

und der Punkt $A(-6|2|6)$.

(a) Geben Sie eine Gleichung jener Ebene ε an, welche die Gerade g und den Punkt A enthält!

(b) Unter welchem Winkel schneidet die z-Achse die Ebene ε?

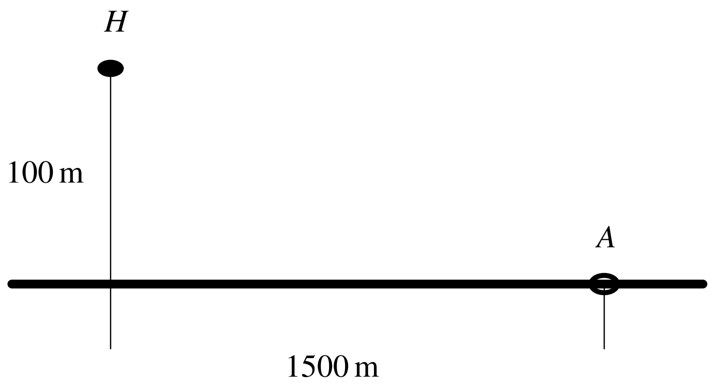
(c) Berechnen Sie den Normalabstand des Punktes A von der Geraden g!

P 98. An die Kurve $\quad p: \; y = \frac{1}{2}x^2 + 1 \quad$ wird an der Stelle $x = 2$ eine Tangente t gelegt. Die Tangente t, die Kurve p und die $y-$Achse begrenzen ein Flächenstück. (Skizze!)

(a) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Flächenstücks!

(b) Das Flächenstück rotiert um die $y-$Achse. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Drehkörpers!

P 99. Ein Haus liegt 100 m entfernt von einer geradlinigen Straße, die von einem Fernheizwerk A wegführt. Das Haus soll an das städtische Fernheizsystem angeschlossen werden. Der Laufmeter Verlegung kostet längs der Straße 100 €, im Gelände hingegen 140 €. An welcher Stelle (Entfernung von A) muss die Abzweigung erfolgen, damit die Kosten minimal werden?



P 100. Die Wahrscheinlichkeit, ein Spiel zu gewinnen sei 30%. Die Wahrscheinlichkeit, es zu verlieren sei 20%. Mit der restlichen Wahrscheinlichkeit endet das Spiel unentschieden. Das Spiel wird zehn Mal gespielt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit,

(a) das Spiel genau drei Mal zu gewinnen und genau vier mal zu verlieren

(b) das Spiel genau sechs mal zu gewinnen

(c) dass das Spiel immer unentschieden ausgeht

(d) das Spiel mindestens einmal zu gewinnen

P 101. 40% der Studierenden einer bestimmten Studienrichtung sind weiblich. Davon sind 70% bei der Studieneingangsprüfung erfolgreich. **Insgesamt** schaffen 60% die Studieneingangsprüfung **nicht.** Für eine statistische Untersuchung werden Studierende zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

(a) eine zufällig ausgewählte Person männlich und erfolgreich ist?

(b) eine männliche Person erfolgreich ist?

(c) eine erfolgreiche Person männlich ist?

P 102. Von einem Viereck $ABCD$ kennt man die folgenden Bestimmungsstücke:

$$\beta = \sphericalangle ABC = 122^\circ, \quad \gamma = \sphericalangle BCD = 52^\circ, \quad \delta = \sphericalangle CDA = 55^\circ, \quad \overline{BC} = 25\,\mathrm{m}, \quad \overline{CD} = 82\,\mathrm{m}$$

Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{AB}$!

P 103. Gegeben ist das Dreieck ABC

$$A(-4|3|0), \quad B(8|-3|4), \quad C(4|6|5)$$

(a) Ermitteln Sie eine Gleichung jener Ebene ε auf der das Dreieck ABC liegt!

(b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC!

(c) Berechnen Sie die Länge der Höhe h_b des Dreiecks ABC!

(d) Berechnen Sie den Winkel β des Dreiecks ABC!

P 104. Eine Polynomfunktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $y = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ enthält den Hochpunkt $H(1|4)$. Die Tangente an die Kurve f im Punkt $P(0|y_p)$ hat die Gleichung $t: y - 2x = 1$! Geben Sie den Funktionsterm von f an!

P 105. Geben Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$ an!

$$7x^3 - 43x^2 + 55x - 7 = 0$$

P 106. Lösen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\displaystyle\int x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) dx =$

(b) $\displaystyle\int \frac{5x-4}{x+2} dx =$

(c) $\displaystyle\int_0^\infty x \cdot e^{-x^2} dx =$

P 107. An die Funktion $f: \; y = \sqrt{\frac{3}{2}x}$ wird an der Stelle $x_0 = 6$ eine Tangente t gelegt. Die Kurve f, die Tangente t und die $y-$Achse begrenzen im 1. Quadranten ein Flächenstück. Fertigen Sie eine Skizze an und berechnen Sie

(a) den Flächeninhalt dieses Flächenstücks!

(b) das Volumen, welches entsteht, wenn das Flächenstück um die $x-$Achse rotiert!

P 108. Am Vorstudienlehrgang hat man für das Wintersemester folgende Anmeldezahlen für Anfängerkurse: 200 Iraner, 300 Chinesen 400 sonstige.
Für den Anfängerkurs $A1$ werden 20 Studenten zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Kurs

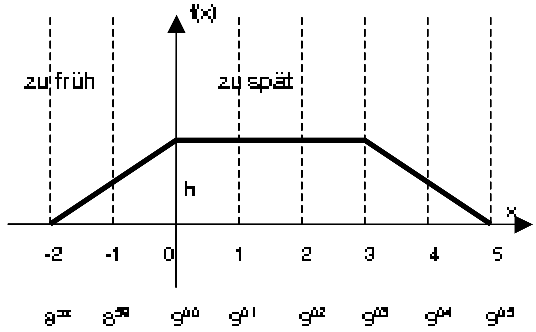
(a) sich genau aus 10 Chinesen und 10 Iranern zusammensetzt?

(b) sich ausschließlich aus Chinesen zusammensetzt?

(c) genau 5 Chinesen enthält?

(d) mindestens einen Iraner enthält?

P 109. Der Unterricht in Physik beginnt regelmäßig um 9^{00} Uhr.
Beobachtungen über viele Jahre zeigen, dass der Physiklehrer immer zwischen 8^{58} und 9^{05} im Kursraum eintrifft. Die abgebildete trapezförmige Dichtefunktion $y = f(x)$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit für die Ankunft dieses Lehrers.



(a) Bestimmen Sie die Höhe h des Trapezes so, dass der abgebildete Graph eine Dichtefunktion ist!

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Lehrer genau um 9^{03} kommt?

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Physiklehrer um mindestens 3 Minuten zu spät kommt?

(d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Physiklehrer um mindestens 3 Minuten zu spät kommt, unter der Bedingung, dass er zu spät kommt?

(e) Bestimmen Sie den Funktionsterm der Dichtefunktion $f(x)$!

$$f(x) = \begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots & \text{für} \quad -2 < x \leq 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \text{für} \quad 0 < x \leq 3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \text{für} \quad 3 < x \leq 5 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \text{sonst} \end{cases}$$

P 110. Für eine geometrische Reihe gilt: Die Summe der ersten beiden Glieder ist $s_2 = 20$ und die Summe der ersten drei Glieder ist $s_3 = 65$; außerdem sind alle Glieder größer als Null. Bestimmen Sie das allgemeine Glied (erzeugendes Glied)!

P 111. Von einem Trapez $ABCD$ mit den Parallelseiten $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ kennt man die Winkel $\beta = \sphericalangle ABC = 63°$ und $\delta = \sphericalangle CDA = 132°$ sowie die Länge der Seiten $\overline{AB} = 85\,\text{mm}$ und $\overline{BC} = 51\,\text{mm}$.
Berechnen Sie die Länge der fehlenden Seiten $\overline{AD}$ und $\overline{CD}$ sowie die Länge der Diagonale AC!

P 112. An die Kurve $p: y = \frac{1}{2}x^2 + c$ wird im Punkt $P(2|3)$ eine Tangente t gelegt.

(a) Berechnen Sie den Flächeninhalt jenes Flächenstücks, das von der Kurve p, der Tangente t und der $y-$Achse begrenzt wird! (Skizze!)

(b) Das in (a) beschriebene Flächenstück rotiert um die $y-$Achse. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Drehkörpers!

P 113. Dreißig Prozent der verkauften Schuhe kommen aus Österreich, davon sind 20% schadhaft. 20% der Schuhe kommen aus den *übrigen* EU-Staaten, von diesen sind 75% in Ordnung. Der Rest stammt aus Drittländern.
Insgesamt sind 15% *aller* verkauften Schuhe schadhaft.
Wie groß ist die Wahrschenlichkeit, dass

(a) ein zufällig ausgewählter Schuh aus Österreich stammt *und* schadhaft ist?

(b) ein zufällig ausgewählter Schuh aus Drittländern schadhaft ist?

(c) ein zufällig ausgewählter ausländischer Schuh schadhaft ist?

(d) ein zufällig ausgewählter schadhafter Schuh aus Österreich stammt?

P 114. Gegeben ist ein Dreieck $\triangle ABC$:

$$A(-1|2|0), \quad B(5|4|-3), \quad C(-2|3|1)$$

(a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle ABC$!

(b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene $\varepsilon[A,B,C]$, welche die Punkte A, B und C enthält!

(c) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $P(0|4|5)$ von der Ebene $\varepsilon[A,B,C]$

(d) In welchem Punkt und unter welchem Winkel schneidet die x-Achse die Ebene $\varepsilon[A,B,C]$?

P 115. Gegeben ist ein Viereck $ABCD$

$$\overline{AD} = 52\,\text{mm} \quad \overline{CD} = 87\,\text{mm} \quad \alpha = \sphericalangle DAB = 81^\circ, \quad \gamma = \sphericalangle BCD = 62^\circ, \quad \delta = \sphericalangle CDA = 105^\circ$$

(a) Berechnen Sie Die Längen der Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$!

(b) Berechnen sie den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$!

P 116. Berechnen sie die folgenden Summen:

(a) $$\sum_{k=2}^{100} (-1)^k \cdot (3k+2) =$$

(b) $$243 + 81\sqrt{3} + 81 + 27\sqrt{3} + \ldots + \frac{1}{3}$$

P 117. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a) $$\lim_{x\to\infty} 3x \cdot e^{-2x} =$$

(b) $\lim\limits_{x \to -\infty} 3x \cdot e^{-2x} =$

(c) $\lim\limits_{x \to 0} x \cdot \ln x =$

P 118. Die Parabel $p: \ y = \frac{1}{2}x^2 + b$ enthält den Punkt $P(2|1)$. Die Gerade $g[A,P]$, enthält die Punkte P und $A\,(-2|-1)$. Berechnen Sie den Flächeninhalt des endlichen Flächenstücks, das die Gerade $g[A,P]$ und die Parabel p einschließen. Fertigen Sie eine Skizze an!

P 119. Eine Urne enthält drei weiße und zwei schwarze Kugeln. Wir ziehen fünf Mal mit Zurücklegen:

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse

i. Fünf schwarze Kugeln

ii. Genau vier schwarze Kugeln

iii. Mindestens eine schwarze Kugel

iv. Höchstens eine weiße Kugel

(b) Nun werden Regeln für ein Spiel vereinbart: Bei fünf schwarzen Kugeln erhält man $X_1 = 87€$, bei fünf weißen Kugeln erhält man $X_2 = 12€$, bei allen anderen Ergebnissen muss man einen zunächst unbekannten Betrag X_3 zahlen.
Berechnen Sie X_3 unter der Voraussetzung, dass der Erwartungswert $\mu = E(X) = 0$ ist!

P 120. Eine Polynomfunktion dritten Grades hat den Hochpunkt $H(0|3)$. Die Tangente im Punkt $P(1|y_p)$ hat die Gleichung $t_p: \quad 6x + 2y = 8$.
Bestimmen Sie den Funktionsterm der Polynomfunktion!

P 121. (a) Bestimmen Sie das allgemeine Glied a_n der Folge

$$\frac{3}{2}, \ -\frac{7}{4}, \ \frac{11}{8}, \ -\frac{15}{16}, \ \ldots$$

(b) Das fünfte Glied einer geometrischen Folge ist 4 096 000 und das achte Glied dieser Folge ist 2 097 152. Berechnen Sie das erste Glied und die Summe aller Glieder!

Lösungen

Die Lösungen zu den Aufgaben basieren auf den Rechnungen einer sehr guten Studentin. Ich garantiere dennoch nicht für die Richtigkeit der Lösungen. Sollten Sie Fehler entdecken, so bitte ich Sie, sich umgehend an mich zu wenden.

P 1(a)i) $57,8\%$

P 1(a)ii) 76%

P 1(a)iii) $17,6\%$

P 1(a)iv) $3,3\%$

P 1(a)v) $71,1\%$

P 1(a)vi) $67,8\%$

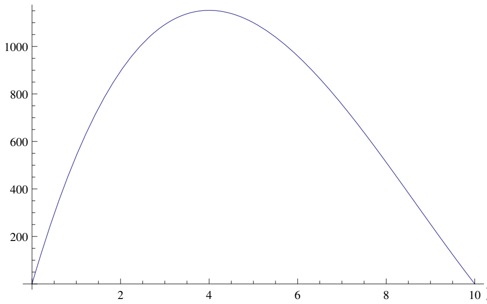
P 1b) Partei A

P 2a) $27837,9$ Bakterien

P 2b) nach 21,61 Stunden

P 2c) 14,87%

P 3) $f(x) = -x^2 + 5x - 2$

P 4) $4\,\text{cm}$; 

; $D = [0;\ 10]$

P 5a) $2\ln|x-1| + \ln|x+3| + C$

P 5b) $\frac{3}{4}\sqrt[3]{(x^2-4)^2} + C$

P 5c) $-x\cos x + \sin x + C$

P 6) $y = \dfrac{x^2}{-1+x}$ $\qquad y' = \dfrac{(-2+x)\,x}{(-1+x)^2}$ $\qquad y'' = \dfrac{2}{(-1+x)^3}$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Nullstellen: N(0|0)

Asymptoten: $a_1:\ y = 1 + x$

$a_2:\ x = 1$

Extrempunkte: H(0|0) , T(2|4)

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $]-\infty;0[$ monoton wachsend

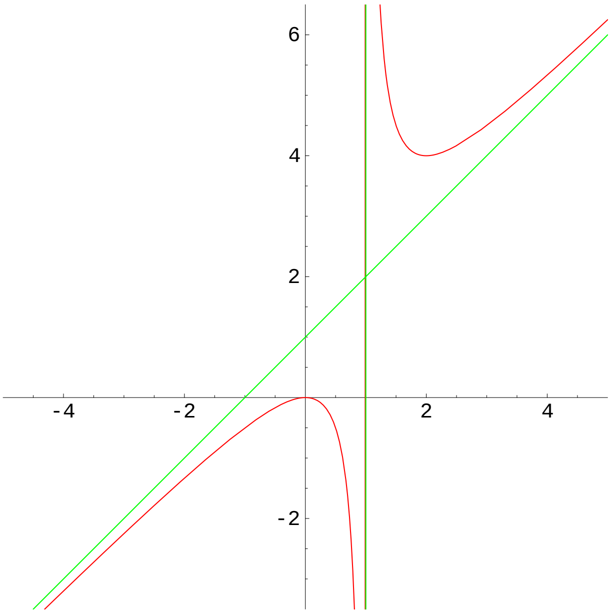
$]0;1[$ monoton fallend

$]1;2[$ monoton fallend

$]2;\infty[$ monoton wachsend

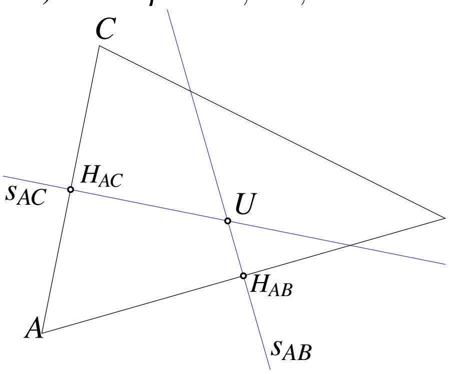
Krümmung: $]-\infty;1[$ konkav

$]1;\infty[$ konvex



P 7) $1,125\,\mathrm{FE}$

P 8) $\beta = 30,96°$, $A = 108\mathrm{FE}$, $h_c = 12,73\mathrm{LE}$, $U(1|16)$



P 9) $h = 125,04\,\mathrm{cm}$, $u = 685,48\,\mathrm{cm}$, $A = 23755,6\,\mathrm{cm}^2$

P 10a) $-\frac{1}{2}$, P 10b) 0, P 10c) e^{-2}

P 11a) 3003

P 11b) 2162160

P 11c) 32,97%

P 12a) $a_1 = 27$; $a_7 = \frac{64}{27}$; $s_{10} = 79,6$; $s_\infty = 81$

P 12b) $\sum_{k=n}^{2n}(2k-1) = 3n^2 + 2n - 1$; $\sum_{k=2n+1}^{4n}(-1)^k = 0$

P 13) $L = \{-1,456;\ -0,262;\ 1,968\}$

P 14a) $\varepsilon[A,B,C]:\quad -3x - 2y + 6z = 0$

P 14b) $h_a = 9,899$

P 14c) $A = 49$

P 14d) $\alpha = 13,24°$

P 15a) $L = \{7.573\}$

P 15b) $D=(0;\ 2)$; $L=\{0.3385\}$

P 16) $\overline{CD}=138,57\,\mathrm{m}$, $A=13018,6\,\mathrm{m}^2$

P 17a) $\frac{2}{3}\sin\left(3x^2\right)+C$

P 17b) $\frac{x^3}{3}+x^2+4x+7\ln|x-2|+C$

P 17c) -1

P 18a) $e^{-0,17834\cdot d}$

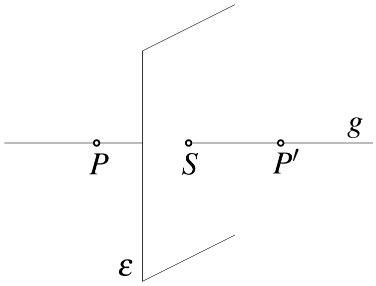
P 18b) $34,3\%$

P 18c) $3,89\,\mathrm{m}$

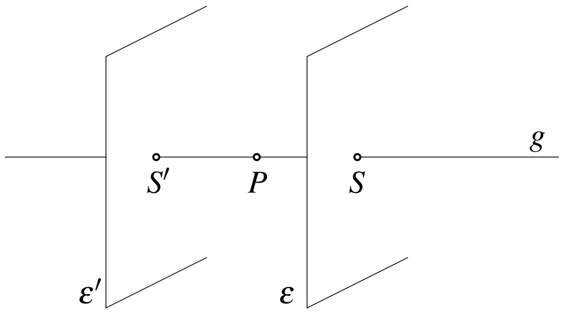
P 18a) $16,33\%$

P 19a) $\varepsilon:\ 2x+4y-z=-10$

P 19b) $P'(-3|-11|2)$



P 19c) $\varepsilon':\quad 2x+4y-z=74$



P 19d) $d(P,\varepsilon)=9,165$

P 20) $y=5xe^{-x}$ $y'=-5\,(-1+x)\,e^{-x}$ $y''=5\,(-2+x)\,e^{-x}$

Definitionsmenge: $D_f=\mathbb{R}$

Nullstellen: N(0|0)

Extrempunkte: H(1|1.8394)

Wendepunkte: W(2|1.3534)

Wendetangente: $t_W:\quad y=-0.6767\cdot x+2.7068$

Monotonie: $]-\infty;1[$ monoton wachsend

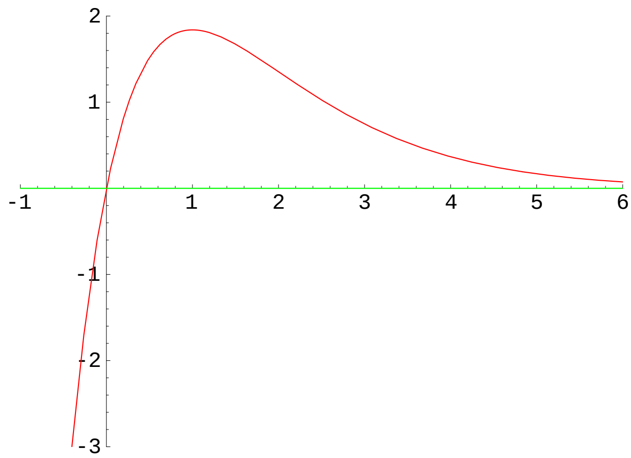
$]1;\infty[$ monoton fallend

Krümmung: $]-\infty;2[$ konkav

$]2;\infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$



P 21) $V_y = 6\pi\,\mathrm{VE}$

P 22) $C(14|6), \quad D(11|10)$

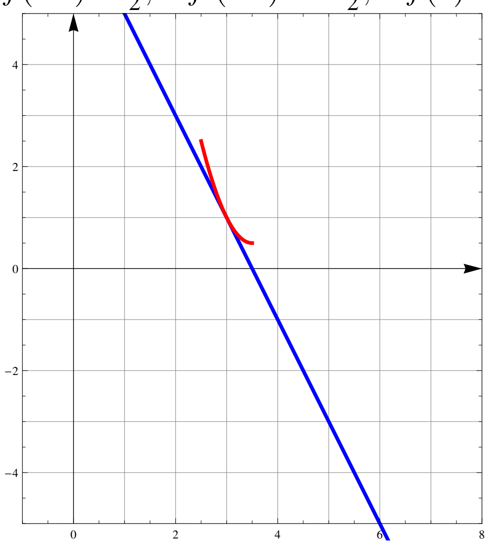
P 23a) 82,45 mg;

P 23b) 84,87 mg

P 23c) 16 Uhr

P 23d) 7,18 Stunden

P 24a) $f(-4) = \frac{5}{2}, \quad f'(-4) = -\frac{3}{2}, \quad f(5) = -5, \quad f'(5) = -1, \quad f''(5) = 0$

P 24b) 

P 25a) $S(-6|4,5), \quad \sphericalangle(g,h) = 10,3°$

P 25b) $y_c = 12$

P 26) $A = 31,25\,\mathrm{FE}$

P 27a) $\frac{1}{3}\sqrt{3x^2-5} + C$

P 27b) $4e^x(x-1) + C$

P 27c) $2x^2 + 3x + \frac{3}{2}\log|2x-1| + C$

P 28) $u = 19,75\,\mathrm{m}, \quad e = 8,07\,\mathrm{m}, \quad h_a = 3,80\,\mathrm{m}, \quad A = 22,35\,\mathrm{m}^2$

P 29) $y = \dfrac{-1+x+2x^2}{2\,(-1+x)} \qquad y' = \dfrac{(-2+x)\,x}{(-1+x)^2} \qquad y'' = \dfrac{2}{(-1+x)^3}$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Nullstellen: $\mathrm{N}_1\,(-1|0)$, $\mathrm{N}_2\,(0.5|0)$

Asymptoten: $a_1: \ y = \frac{3}{2} + x$

$a_2: \ x = 1$

Extrempunkte: H$(0|0.5)$, T$(2|4.5)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $]-\infty;0[$ monoton wachsend

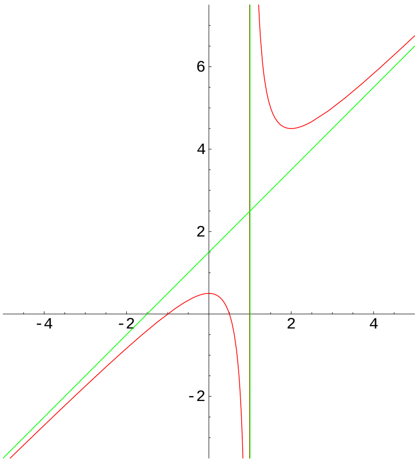
$]0;1[$ monoton fallend

$]1;2[$ monoton fallend

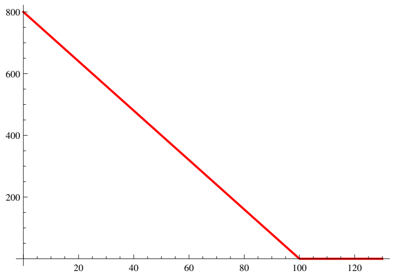
$]2;\infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty;1[$ konkav

$]1;\infty[$ konvex



P 30a)

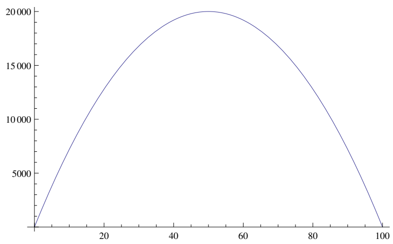


P 30b) 800 Dosen

P 30c) $p = 100$ Cent

P 30d) um 8 Dosen

P 30e)



P 30f) $p = 50$ Cent

P 30g) 200 Euro

P 30h) 400 Dosen

P 31(a)i) $25,77\%$

P 31(a)ii) $44,18\%$

P 31(a)iii) $74,23\%$

P 31(a)iv) $69,95\%$

P 31(a)v) $8,11\%$

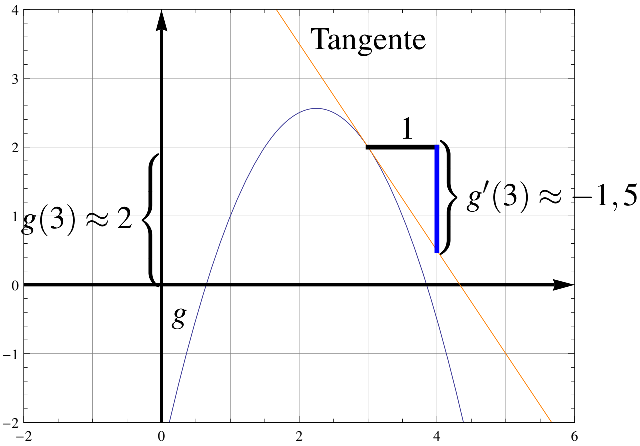
P 31(a)vi) $11,65\%$

P 31(a)vii) $21,64\%$

P 31b) 5 mal

P 32a) $f(-2) = 18, \quad f'(-2) = -9, \quad f''(-2) = 0, \quad f(-1) = \frac{3}{2}, \quad f'(-1) = \frac{5}{2}$
$f(3) = -2, \quad f'(-3) = 0$

P 32b)



P 33(a)i) 120

P 33(a)ii) 720

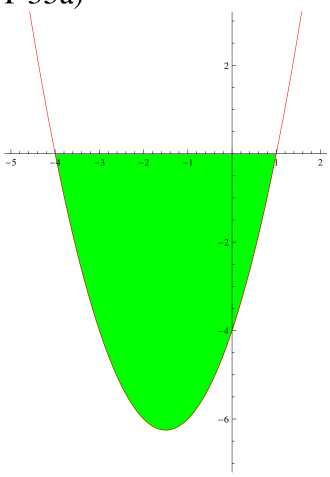
P 33(b)i) $23,3\%$

P 33(b)ii) $6,7\%$

P 33(b)iii) $46,7\%$

P 34) $A = 61273,65\,\mathrm{m}^2$

P 35a)



P 35b) $A = 20,83$

P 36a) $-\frac{1}{2}\cos\left(x^2 - 1\right) + C$

P 36b) $\frac{x}{2}\sin(2x) + \frac{1}{4}\cos(2x) + C$

P 36(c)i $\quad 0$

P 36(c)ii $\quad \frac{1}{3}$

P 37a) $\quad a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1};$ $\quad$ P 37b) $\quad \sum_{n=1}^{8} a_n = 4{,}499;\quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{9}{2} = 4{,}5$

P 38) $y = xe^{-2x}$ $\quad y' = (1-2x)e^{-2x}$ $\quad y'' = 4\,(-1+x)\,e^{-2x}$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: N(0|0)

Extrempunkte: H(0.5 |0.1839)

Wendepunkte: W(1 |0.1353)

Wendetangente: $t_W: \quad y = -0.1353 \cdot x + 0.2706$

Monotonie: $]-\infty; 0.5[$ monoton wachsend

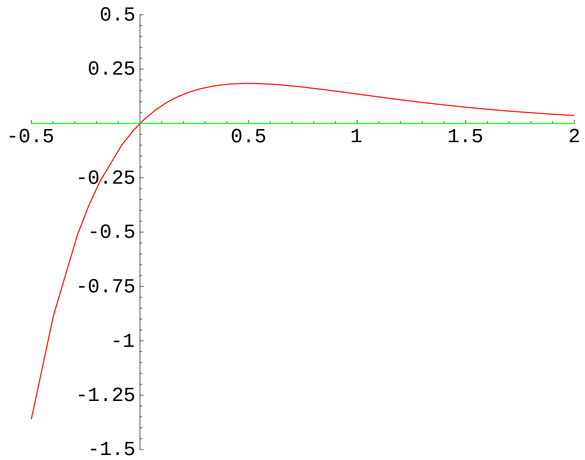
$]0.5; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $]-\infty; 1[$ konkav

$]1; \infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$



P 39a) $\quad D =]-10;\ 1[\quad L = \{-9\}$

P 39b) $\quad D = \mathbb{R}, \quad L = \{3{,}378\}$

P 40a) $\quad 10$

P 40b) $\quad 120$

P 40c) $\quad 10$

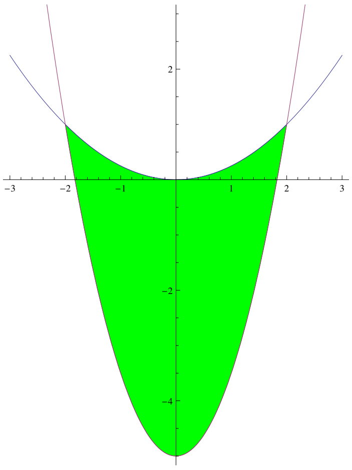
P 41) $\quad A = 34{,}922\text{FE}, \quad V = 49\pi\,\text{VE}$

P 42) $\quad 1652{,}89$

P 43) $\quad f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x + 10$

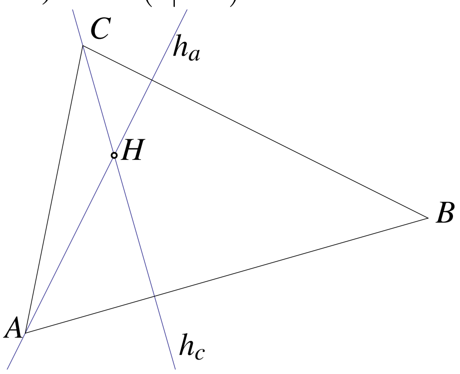
P 44a) $\quad f(x) = \frac{1}{4}x^2, \qquad g(x) = \frac{3}{2}x^2 - 5$

P 44b)

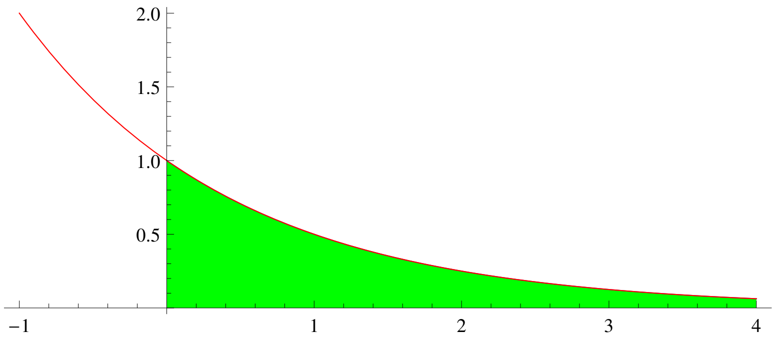


P 44c) $\frac{40}{3}$

P 45) $H(3|-7)$



P 46) $a_1 = 284, \quad a_2 = 278$



P 47a) $A = 1,44$

P 47b) $(x-1)e^x + \frac{1}{2}\cos\left(x^2-4\right)$

P 48) $u = 46,48\,\text{cm}, \quad A = 116,28\,\text{cm}^2$

P 49) $L = \{0,292;\ 2,611;\ 7,430\}$

P 52a) $D = \mathbb{R}, \qquad L = \{3,475\}$

P 52b) $D = (-1;1), \qquad L = \{-0,9299; \quad 0,9299\}$

P 53a) $\varepsilon:\ 2x-3y+6z=18$

P 53b) $\alpha = 37,87°, \quad \beta = 60,26°, \quad \gamma = 81,87°$

P 53c) $T = P_\varepsilon + 21\cdot\vec{n}_0 = (6|-9|21)$

P 54)

$y = x^2\,(2\log(x)-3) \qquad y' = 4x(\ln(x)-1) \qquad y'' = 4\ln(x)$

Definitionsmenge: $D_f =]0, \infty[= \mathbb{R}^+$

Nullstellen: N(4.48|0)

Extrempunkte: T(2.72|−7.39)

Wendepunkte: W(1|−3)

Wendetangente: $t_W: \quad y = -4x + 1$

Monotonie: $]0; 2.72[$ monoton fallend

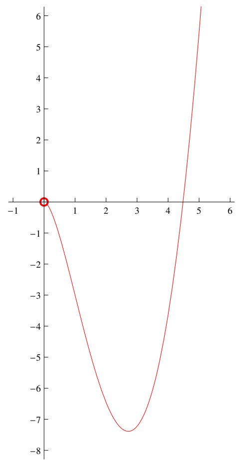
$]2.72; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]0; 1[$ konkav

$]1; \infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$



P 55) $A = 122.38\,\text{FE}$

P 56a) 105 398 Personen

P 56b) Kalenderwoche 47

P 56c) 15%

P 56d) 4,96 Wochen

P 57) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$

P 58) $A = 13,\dot{3}\,\text{FE}$

P 59a) 120

P 59b) 720

P 60a) $\frac{1}{6}\sqrt{4x^3 - 5} + C$

P 60b) $\frac{1}{9}\sin(3x) - \frac{x}{3}\cos(3x) + C$

P 60c) $x - \ln|x-1| + C$

P 62) $\alpha = 59,04°, \quad H(1,6|1,6)$

P 63a) $a_n = 2n - 10;$ P 63b) 400

P 64a) ∞

P 64b) $\frac{1}{3}$

P 64c) 0

P 65a) $3445,93$

P 65b) 152570

P 65c) 730

P 66) $h = 3,86\,\text{cm}, \quad u = 28,49\,\text{cm}$

P 67) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$

P 68a) $L = \{4\}$, P 68b) $L = \{-0,414;\ 1;\ 2,414\}$

P 70a) 10%

P 70b) 36%

P 70c) 40%

P 70d) 80%

P 71) $f(x) = x^3 - 3x + 1$

P 72) $\overline{PQ} = 14,73\,\text{m}$

P 73a) $e^x(x-1) - \frac{1}{6}\sin\left(3x^2 - \pi\right)$

P 73b) $4\sqrt{x^3 - 5}$

P 73c) $0,621$

P 74a) $D =]2;\infty[, \quad L = \{5\}$

P 74b) $D = \mathbb{R}, \quad L = \{0,638\}$

P 75) $u = 494,03\,\text{m}, \quad A = 13206,63\,\text{m}^2$

P 76) $y = (6+3x)e^{-x}$ $y' = -3\,(1+x)\,e^{-x}$ $y'' = 3xe^{-x}$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: $\mathrm{N}(-2|0)$

Extrempunkte: $\mathrm{H}(-1\,|8.1548)$

Wendepunkte: $\mathrm{W}(0\,|6)$

Wendetangente: $t_W: \quad y = -3 \cdot x + 6$

Monotonie: $]-\infty;-1[$ monoton wachsend

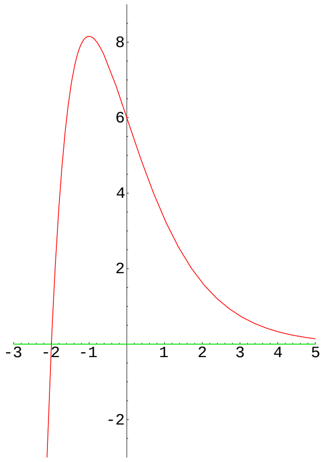
$]-1;\infty[$ monoton fallend

Krümmung: $]-\infty;0[$ konkav

$]0;\infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$



P 77a) $\varepsilon: \ 10x+3y+4z=23, \qquad S(3|-1|-1), \qquad \sphericalangle(g,\varepsilon)=22{,}49^\circ$

P 77b) $h_b = 4{,}47\,\text{LE}$

P 78) 50,27 VE

P 79) 4 cm

P 80) $L=\{-0{,}646; \quad 0{,}2; \quad 4{,}65\}$

P 81) $u=37{,}52\,\text{cm}, \quad A=82{,}22\,\text{cm}^2$

P 82a) $6{,}4\%$

P 82b) $93{,}6\%$

P 82c) 8

P 83) $a_n=3n-7, \quad s_{23}=667$

P 84) $y=\dfrac{3-3x+x^2}{-2+x} \qquad y'=\dfrac{3-4x+x^2}{(-2+x)^2} \qquad y''=\dfrac{2}{(-2+x)^3}$

Definitionsmenge: $D_f=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

Nullstellen: Keine

Asymptoten: $a_1: \ y=-1+x$

$a_2: \ x=2$

Extrempunkte: H$(1|-1)$, T$(3|3)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $]-\infty;1[$ monoton wachsend

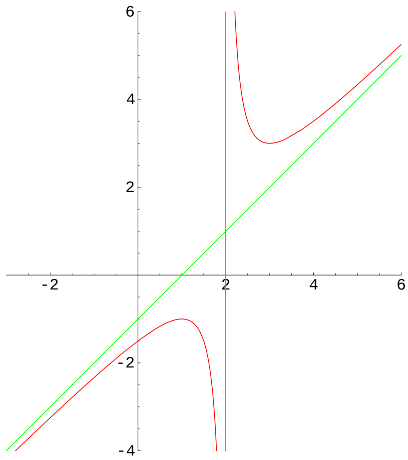
$]1;2[$ monoton fallend

$]2;3[$ monoton fallend

$]3;\infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty;2[$ konkav

$]2;\infty[$ konvex



P 85a) $\tau = 4,82\,\text{Tage}$

P 85b) 33,28 Tage

P 85c) $m(t) = m_0 \cdot e^{-0,1441 \cdot t}$

P 86a) -3

P 86b) 0

P 86c) ∞

P 87) $67,02\,\text{VE}$

P 88a) $\frac{1}{2}e^x(\sin x + \cos x)$

P 88b) $-\frac{1}{2}e^{-x^2} - (x+1)e^{-x}$

P 88c) $5,709$

P 89) $U(0|16)$

P 90a) $25,5\%$

P 90b) $12,98\%$

P 90c) $\mu = 85, \qquad \sigma^2 = 12,75$

P 92) $f(x) = x^4 + \frac{9}{2}x^3 + 3x^2 - 9x - 8$

P 94a) 136,61 mg

P 94b) Um 16 Uhr

P 94c) 14,3%

P 95) $e = 15,53\,\text{cm}, \quad f = 9,83\,\text{cm}, \quad \varphi = 38,5^\circ$

P 96) $y = 10x^2\ln(x) \qquad y' = 10\,(x + 2x\ln(x)) \qquad y'' = 30 + 20\ln(x)$

Definitionsmenge: $D_f =]0,\infty[= \mathbb{R}^+$

Nullstellen: N(1|0)

Extrempunkte: T(0.6065 |−1.8394)

Wendepunkte: W(0.2231 |−0.7467)

Wendetangente: $t_W: \quad y = -4.4626 \cdot x + 0.2489$

Monotonie:]0; 0.6065[monoton fallend

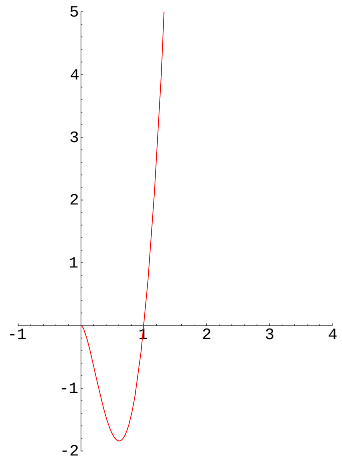
]0.6065; ∞[monoton wachsend

Krümmung: $]0; 0.2231[$ konkav

$]0.2231; \infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$



P 98a) $1,\dot{3}$

P 98b) $4,19$

P 100a) $2,268\%$

P 100b) $3,676\%$

P 100c) $0,09766\%$

P 100d) $97,18\%$

P 101a) 12%

P 101b) 20%

P 101c) 30%

P 102) $\overline{AB} = 57,29\,\mathrm{m}$

P 103a) $3x + 2y - 6z = -6$, P 103b) $A = 49\,\mathrm{FE}$, P 103c) $h_b = 9,9$, P 103d) $\beta = 45^\circ$

P 104) $f(x) = x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 2x + 1$

P 105) $L = \{0,143; \quad 1,586; \quad 4,414\}$

P 106a) $\frac{x}{3}\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + \frac{1}{9}\sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + C$

P 106b) $5x - 14\ln|x+2| + C$

P 106c) $0,5$

P 108a) $\frac{\binom{300}{10}\cdot\binom{200}{10}}{\binom{900}{20}}$

P 108b) $\frac{\binom{300}{20}}{\binom{900}{20}}$

P 108c) $\frac{\binom{300}{5}\cdot\binom{600}{15}}{\binom{900}{20}}$

P 108d) $1-\frac{\binom{700}{20}}{\binom{900}{20}}$

P 110) $a_n = 5\cdot 3^{n-1}$

P 111) $\overline{AD} = 61,15\,\text{mm}$, $\overline{CD} = 20,93\,\text{mm}$, $\overline{AC} = 76,75\,\text{mm}$

P 113a) 6%

P 113b) 8%

P 113c) $12,86\%$

P 113d) 40%

P 114a) $A = 4,95\,\text{FE}$, P 114b) $5x-3y+8z=-11$, P 114c) $d(P,\varepsilon) = 3,94\,\text{LE}$,

P 114d) $S(-2,2|0|0)$, $\sphericalangle(\varepsilon, x\text{-Achse}) = 30,34°$

P 115a) $\overline{AB} = 70,24\,\text{mm}$, $\overline{BC} = 65,19\,\text{mm}$, P 115b) $A = 4307,68\,\text{mm}^2$

P 116a) 155

P 116b) $574,49$

P 117a) 0

P 117b) $-\infty$

P 117c) 0

P 120) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$

P 121a) $a_n = \frac{4n-1}{2^n}(-1)^{n+1}$

P 121b) $b_1 = 10\,000\,000$, $s_\infty = 50\,000\,000$