29 . (a)

$$y = x\ln(x)$$

$$y' = 1 + \ln(x)$$

$$y'' = \frac{1}{x}$$

Definitionsmenge: $D_f = ]0, \infty[ = \mathbb{R}^+$

Nullstellen: N$(1|0)$

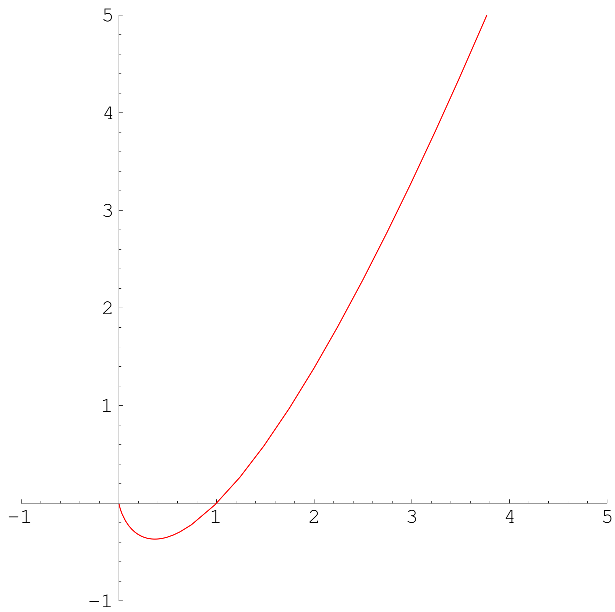
Extrempunkte: T$(0.3679\,|-0.3679\,)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $]0; 0.3679[$ monoton fallend
$]0.3679; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]0; \infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$
$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$



29 . (b)

$$y = \frac{1 - \frac{\ln(x)}{\ln(10)}}{x}$$

$$y' = \frac{-1 + \ln(\frac{x}{10})}{x^2 \ln(10)}$$

$$y'' = \frac{3 + \ln(100) - 2\ln(x)}{x^3 \ln(10)}$$

Definitionsmenge: $D_f = ]0, \infty[ = \mathbb{R}^+$

Nullstellen: N$(10|0)$

Extrempunkte: T$(27.1828\,|-0.016\,)$

Wendepunkte: W$(44.8169\,|-0.0145\,)$

Wendetangente: $t_W: \quad y = 0.0001 \cdot x - 0.0193$

| | | |
|---|---|---|
| Monotonie: | $]0; 27.1828[$ | monoton fallend |
| | $]27.1828; \infty[$ | monoton wachsend |

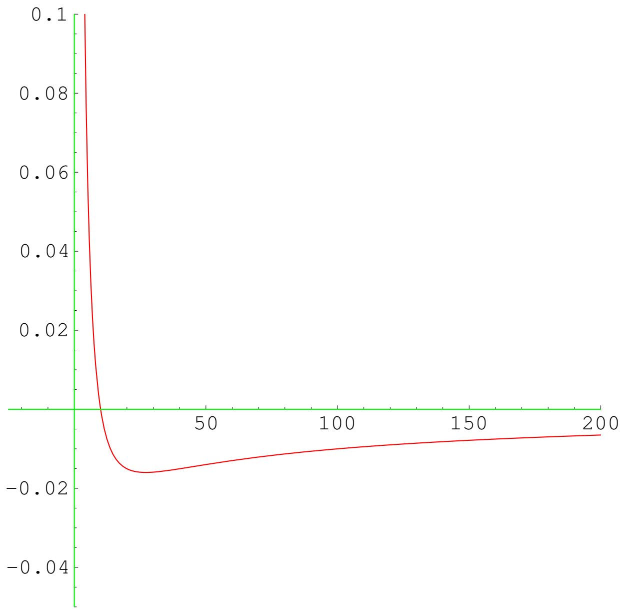
| | | |
|---|---|---|
| Krümmung: | $]0; 44.8169[$ | konvex |
| | $]44.8169; \infty[$ | konkav |

Grenzwerte: $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \infty$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Asymptoten: $a_1: \quad y = 0$

$a_2: \quad x = 0$



29 . (c)

$$y = \frac{1+x}{x}$$

$$y' = -x^{-2}$$

$$y'' = \frac{2}{x^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

Nullstellen: $\mathrm{N}(-1|0)$

Extrempunkte: Keine

Wendepunkte: Keine

| | | |
|---|---|---|
| Monotonie: | $]-\infty;0[$ | monoton fallend |
| | $]0;\infty[$ | monoton fallend |

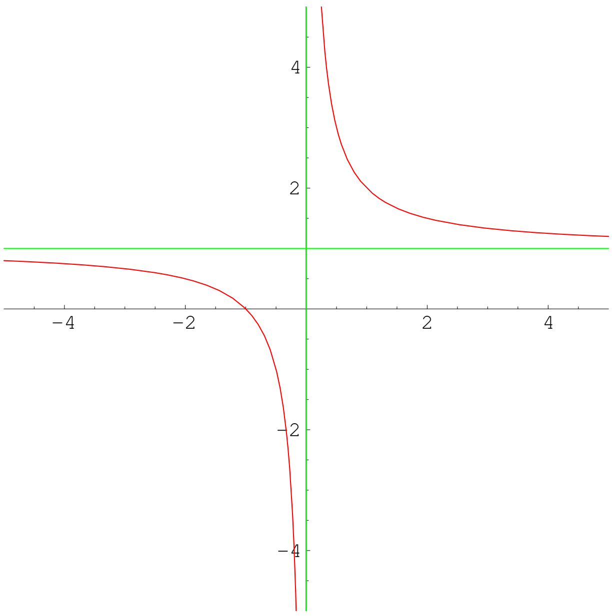
| | | |
|---|---|---|
| Krümmung: | $]-\infty;0[$ | konkav |
| | $]0;\infty[$ | konvex |

Grenzwerte:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$$
$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \infty$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$$

Asymptoten: $a_1: \quad y = 1$

$a_2: \quad x = 0$



29 . (d)

$$y = \ln(x)^2$$

$$y' = \frac{2\ln(x)}{x}$$

$$y'' = \frac{2 - 2\ln(x)}{x^2}$$

Definitionsmenge: $D_f = ]0,\infty[ = \mathbb{R}^+$

Nullstellen: N$(1|0)$

Extrempunkte: T$(1|0)$

Wendepunkte: W$(2.7183|1)$

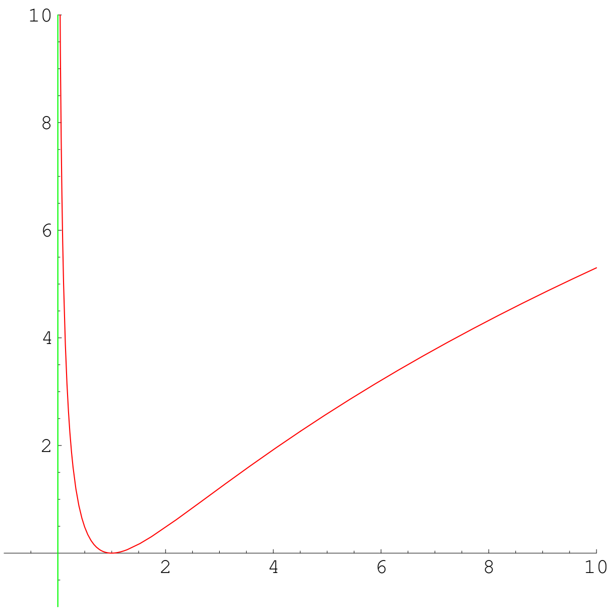
Wendetangente: $t_W: \quad y = 0.7358 \cdot x - 1$

| | | |
|---|---|---|
| Monotonie: | $]0;1[$ | monoton fallend |
| | $]1;\infty[$ | monoton wachsend |

| | | |
|---|---|---|
| Krümmung: | $]0;2.7183[$ | konvex |
| | $]2.7183;\infty[$ | konkav |

Grenzwerte: $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \infty$
$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

Asymptoten: $a_1: \quad x = 0$



29 . (e)

$$y = x^2 \ln(x)$$

$$y' = x + 2x\ln(x)$$

$$y'' = 3 + 2\ln(x)$$

Definitionsmenge: $D_f = ]0,\infty[ = \mathbb{R}^+$

Nullstellen: $\mathrm{N}(1|0)$

Extrempunkte: $\mathrm{T}(0.6065\,|-0.1839\,)$

Wendepunkte: $\mathrm{W}(0.2231\,|-0.0747\,)$

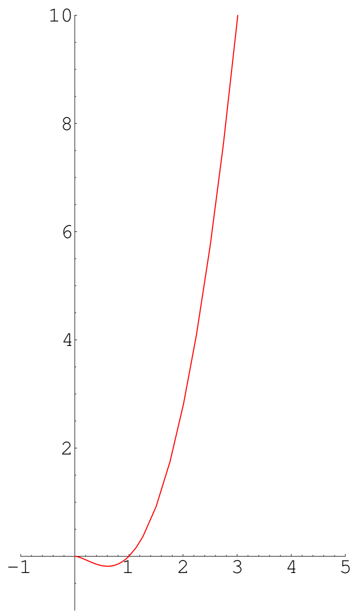
Wendetangente: $t_W: \quad y = -0.4463 \cdot x + 0.0249$

| | | |
|---|---|---|
| Monotonie: | $]0; 0.6065[$ | monoton fallend |
| | $]0.6065; \infty[$ | monoton wachsend |

| | | |
|---|---|---|
| Krümmung: | $]0; 0.2231[$ | konkav |
| | $]0.2231; \infty[$ | konvex |

Grenzwerte: $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$



29 . (f)

$$y = -\left(\frac{1}{\ln(x)}\right) + \ln(x)$$

$$y' = \frac{1 + \ln(x)^{-2}}{x}$$

$$y'' = -\left(\frac{2 + \ln(x) + \ln(x)^3}{x^2 \ln(x)^3}\right)$$

Definitionsmenge: $D_f = ]0,1[\cup]1,\infty[ = \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

Nullstellen: $N_1\,(0.3679|0)$ , $N_2\,(2.7183|0)$

Extrempunkte: Keine

Wendepunkte: $W(0.3679\,|0.0001\,)$

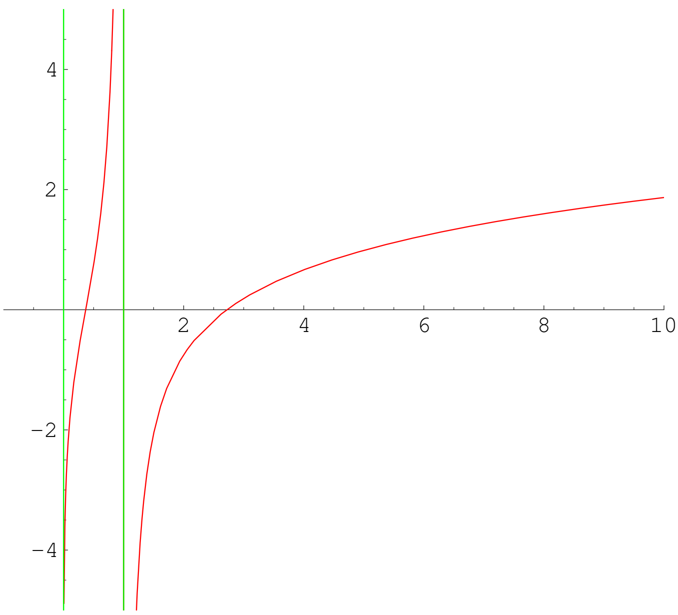
Wendetangente: $t_W$ : $y = 5.4366 \cdot x - 2$

| | | |
|---|---|---|
| Monotonie: | $]0; 1[$ | monoton wachsend |
| | $]1; \infty[$ | monoton wachsend |

| | | |
|---|---|---|
| Krümmung: | $]0; 0.3679[$ | konkav |
| | $]0.3679; 1[$ | konvex |
| | $]1; \infty[$ | konkav |

Grenzwerte:
$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \infty$$
$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$$

Asymptoten: $a_1$ : $x = 0$
$a_2$ : $x = 1$



29 . (g)

$$y = \frac{\ln(10)}{\ln(x)} + \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$

$$y' = \frac{1 - \frac{\ln(10)^2}{\ln(x)^2}}{x \ln(10)}$$

$$y'' = \frac{2\ln(10)^2 + \ln(10)^2 \ln(x) - \ln(x)^3}{x^2 \ln(10) \ln(x)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = ]0,1[\cup]1,\infty[ = \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

Nullstellen: Keine

Extrempunkte: H$(0.1|-2)$ , T$(10|2)$

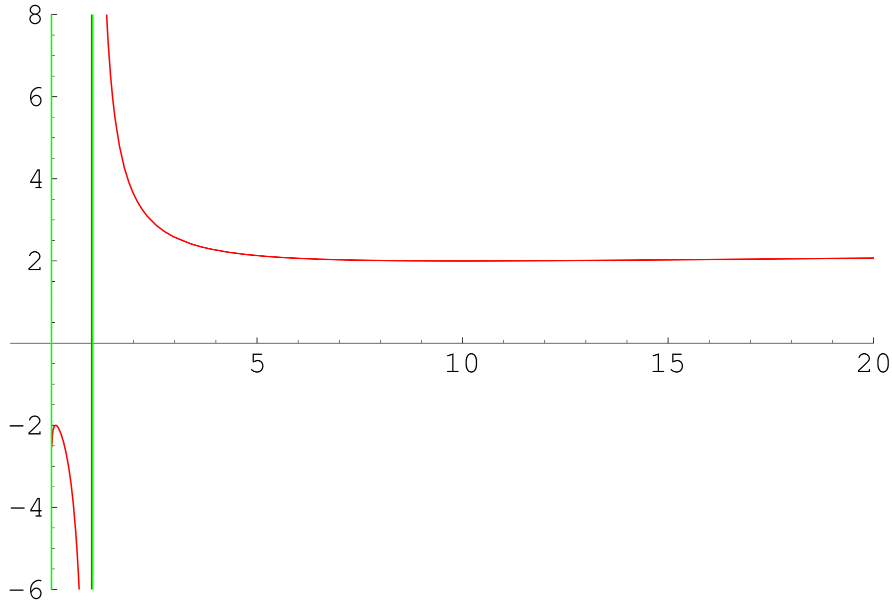
Wendepunkte: Keine

| | | |
|---|---|---|
| Monotonie: | $]0;0.1[$ | monoton wachsend |
| | $]0.1;1[$ | monoton fallend |
| | $]1;10[$ | monoton fallend |
| | $]10;\infty[$ | monoton wachsend |

| | | |
|---|---|---|
| Krümmung: | $]0;1[$ | konkav |
| | $]1;\infty[$ | konvex |

Grenzwerte:
$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \infty$$
$$\lim_{x\to \infty} f(x) = \infty$$

Asymptoten: $a_1: \quad x = 0$
$a_2: \quad x = 1$



29 . (h)

$$y = \frac{\ln(-3+x)^3}{\ln(10)^3}$$

$$y' = \frac{3\ln(-3+x)^2}{(-3+x)\ln(10)^3}$$

$$y'' = \frac{-3\,(-2+\ln(-3+x))\ln(-3+x)}{(-3+x)^2\ln(10)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = ]3;\infty[$

Nullstellen: N$(4|0)$

Extrempunkte: S$(4|0)$

Wendepunkte: $W_1\,(4|0)$ , $W_2\,(10.3891|0.6553)$

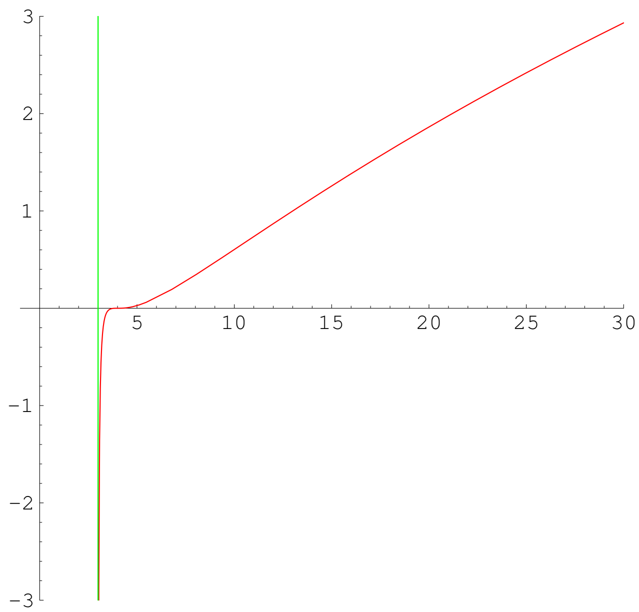
Wendetangenten: $t_{W_1}:\quad y = 0$
$t_{W_2}:\quad y = 0.133\cdot x - 0.7267$

Monotonie: $]3;\infty[$ monoton fallend

Krümmung: $]3;4[$ konkav
$]4;10.3891[$ konvex
$]10.3891;\infty[$ konkav

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = -\infty$
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$

Asymptoten: $a_1:\quad x = 3$



29 . (i)

$$y=\frac{1}{x}+\ln(x)$$

$$y'=\frac{-1+x}{x^2}$$

$$y''=\frac{2-x}{x^3}$$

Definitionsmenge: $D_f=]0,\infty[=\mathbb{R}^+$

Nullstellen: Keine

Extrempunkte: T(1|1)

Wendepunkte: W(2|1.1931)

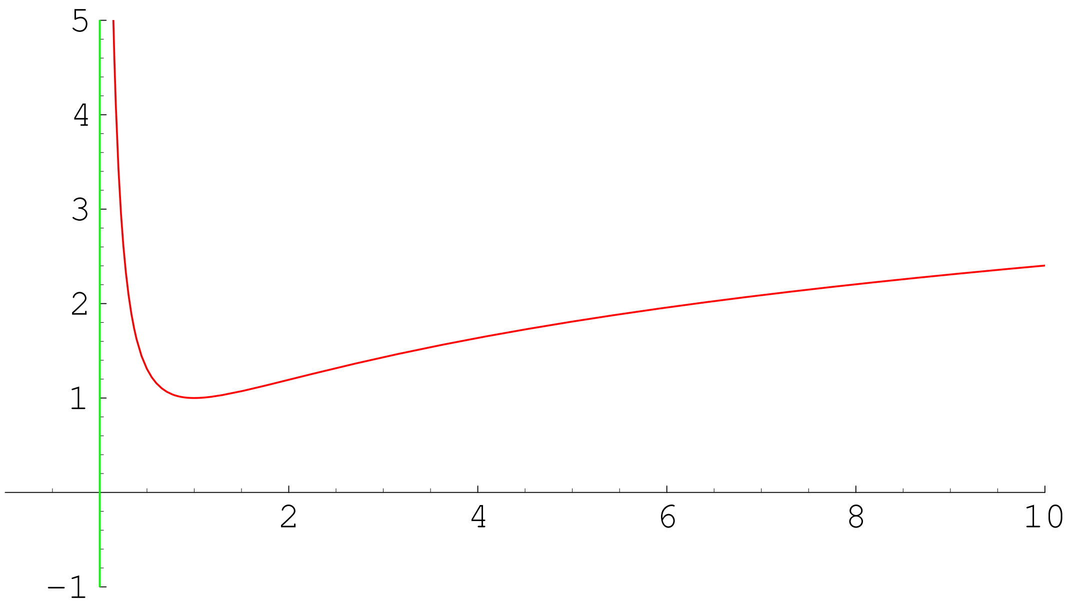
Wendetangente: $t_W:\quad y=0.25\cdot x+0.6931$

Monotonie: $]0;1[$ monoton fallend
$]1;\infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]0;2[$ konvex
$]2;\infty[$ konkav

Grenzwerte: $\lim_{x\to 0^+} f(x)=\infty$
$\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$

Asymptoten: $a_1:\quad x=0$



29 . (j)

$$y = \frac{1}{x} - \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$

$$y' = -\left(\frac{1 + \frac{x}{\ln(10)}}{x^2}\right)$$

$$y'' = \frac{x + \ln(100)}{x^3 \ln(10)}$$

Definitionsmenge: $D_f = ]0, \infty[ = \mathbb{R}^+$

Nullstellen: N(2.5062|0)

Extrempunkte: Keine

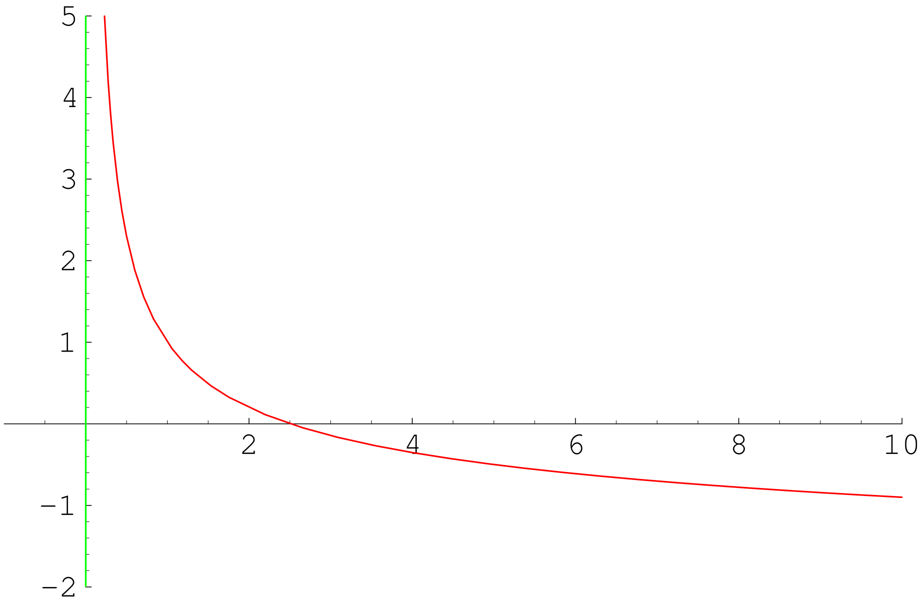
Wendepunkte: Keine

Monotonie: $]0;\infty[$ monoton fallend

Krümmung: $]0;\infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \infty$
$\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$

Asymptoten: $a_1 :\quad x = 0$



29 . (k)

$$y = x\,(-1+\ln(x))$$

$$y' = \ln(x)$$

$$y'' = \frac{1}{x}$$

Definitionsmenge: $D_f = ]0,\infty[ = \mathbb{R}^+$

Nullstellen: N(2.7183|0)

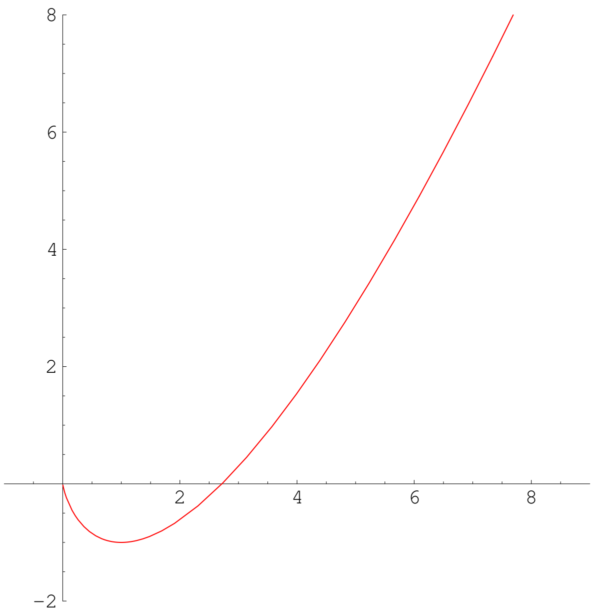
Extrempunkte: T(1|−1)

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $]0;1[$ monoton fallend
$]1;\infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]0;\infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0$
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$



29 . (l)

$$y = x\left(1 - \frac{\ln(x)}{\ln(10)}\right)$$

$$y' = \frac{-1 + \ln(10) - \ln(x)}{\ln(10)}$$

$$y'' = -\left(\frac{1}{x\ln(10)}\right)$$

Definitionsmenge: $D_f = ]0,\infty[ = \mathbb{R}^+$

Nullstellen: N$(10|0)$

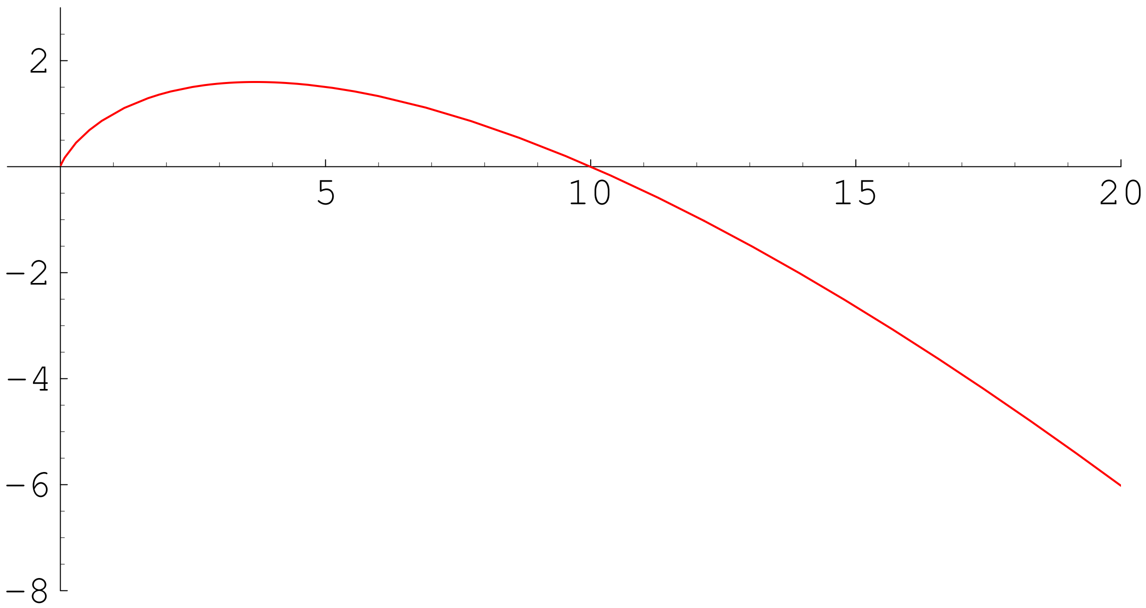
Extrempunkte: H$(3.6788\,|1.5977\,)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie: $]0; 3.6788[$ monoton wachsend
$]3.6788; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $]0; \infty[$ konkav

Grenzwerte: $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$
$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$



29 . (m)

$$y = \frac{x\ln(x^2)}{\ln(10)}$$

$$y' = \frac{2+\ln(x^2)}{\ln(10)}$$

$$y'' = \frac{2}{x\ln(10)}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

Nullstellen: $N_1\,(-1|0)$ , $N_2\,(1|0)$

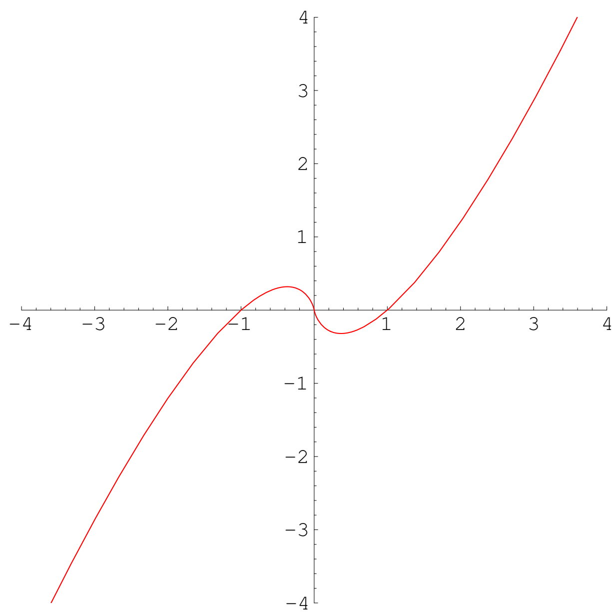
Extrempunkte: $H(-0.3679\,|0.3195\,)$ , $T(0.3679\,|-0.3195\,)$

Wendepunkte: Keine

| | | |
|---|---|---|
| Monotonie: | $]-\infty; -0.3679[$ | monoton wachsend |
| | $]-0.3679; 0[$ | monoton fallend |
| | $]0; 0.3679[$ | monoton fallend |
| | $]0.3679; \infty[$ | monoton wachsend |

| | | |
|---|---|---|
| Krümmung: | $]-\infty; 0[$ | konkav |
| | $]0; \infty[$ | konvex |

Grenzwerte: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$
$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$
$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$
$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$



29 . (n)

$$y = x\ln(x^3)$$
$$y' = 3+\ln(x^3)$$
$$y'' = \frac{3}{x}$$

Definitionsmenge: $D_f = ]0,\infty[ = \mathbb{R}^+$

Nullstellen: N$(1|0)$

Extrempunkte: T$(0.3679\,|-1.1036)$

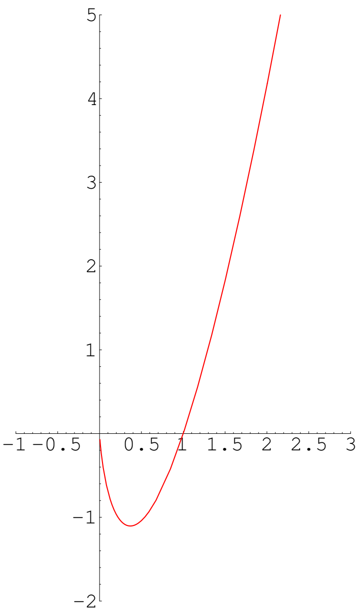
Wendepunkte: Keine

| | | |
|---|---|---|
| Monotonie: | $]0;0.3679[$ | monoton fallend |
| | $]0.3679;\infty[$ | monoton wachsend |

Krümmung: $]0;\infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$



29 . (o)

$$y = \ln(1+x^2)$$

$$y' = \frac{2x}{1+x^2}$$

$$y'' = \frac{-2\left(-1+x^2\right)}{\left(1+x^2\right)^2}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: N(0|0)

Extrempunkte: T(0|0)

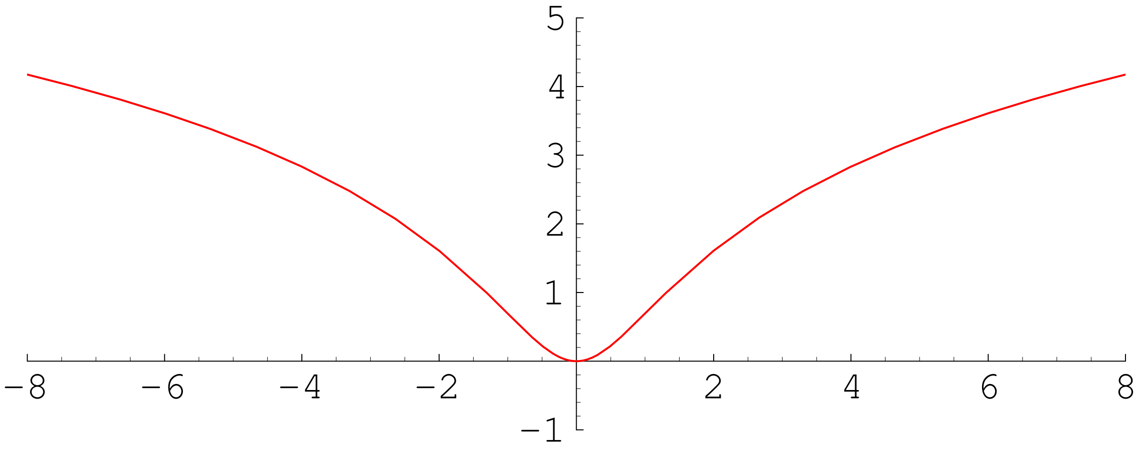
Wendepunkte: $W_1$ (−1|0.6931), $W_2$ (1|0.6931)

Wendetangenten: $t_{W_1}$ : $y = -1 \cdot x - 0.3069$
$t_{W_2}$ : $y = 1 \cdot x - 0.3069$

Monotonie: $]-\infty; 0[$ monoton fallend
$]0; \infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty; -1[$ konkav
$]-1; 1[$ konvex
$]1; \infty[$ konkav

Grenzwerte: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$
$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$



29 . (p)

$$y = \frac{\ln(-1+x^2)}{\ln(10)}$$

$$y' = \frac{2x}{(-1+x^2)\ln(10)}$$

$$y'' = \frac{-2\left(1+x^2\right)}{(-1+x^2)^2\ln(10)}$$

Definitionsmenge: $D_f = ]-\infty;-1[\cup]1;\infty[= \mathbb{R}\backslash[-1;1]$

Nullstellen: $\mathrm{N}_1\,(-1.4142|0)$ , $\mathrm{N}_2\,(1.4142|0)$

Extrempunkte: Keine

Wendepunkte: Keine

| | | |
|---|---|---|
| Monotonie: | $]-\infty;-1[$ | monoton fallend |
| | $]1;\infty[$ | monoton wachsend |

| | | |
|---|---|---|
| Krümmung: | $]-\infty;-1[$ | konkav |
| | $]1;\infty[$ | konkav |

Grenzwerte:
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$$
$$\lim_{x\to-1^-} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$$

Asymptoten: $a_1: \quad x=-1$
$a_2: \quad x=1$