30 . (a)

$$y = e^x x$$

$$y' = e^x\,(1+x)$$

$$y'' = e^x\,(2+x)$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: N$(0|0)$

Extrempunkte: T$(-1\,|-0.3679\,)$

Wendepunkte: W$(-2\,|-0.2707\,)$

Wendetangente: t_W : $y = -0.1353 \cdot x - 0.5414$

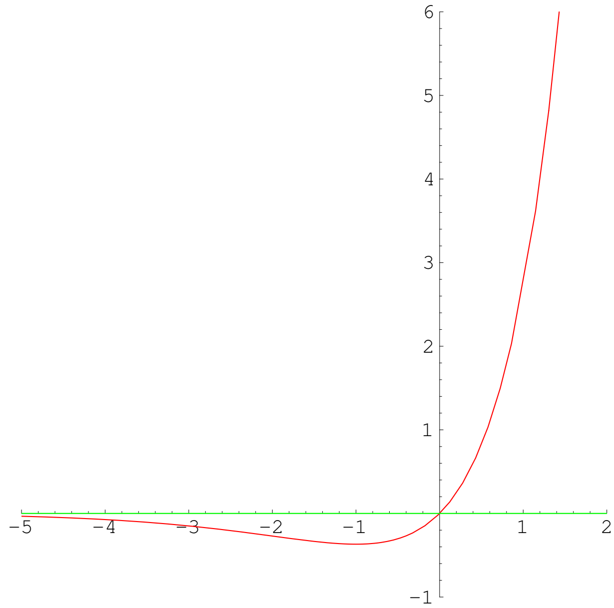
Monotonie:	$]-\infty;\,-1[$	monoton fallend
	$]-1;\,\infty[$	monoton wachsend

Krümmung:	$]-\infty;\,-2[$	konkav
	$]-2;\,\infty[$	konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$

Asymptoten: a_1 : $y = 0$



30 . (b)

$$y = e^x x^2$$

$$y' = e^x x\,(2+x)$$

$$y'' = e^x\left(2+4x+x^2\right)$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: N(0|0)

Extrempunkte: H(−2 |0.5413) , T(0 |0)

Wendepunkte: $W_1\,(-3.4142\,|0.3835\,)$, $W_2\,(-0.5858\,|0.191\,)$

Wendetangenten: $t_{W_1}: \quad y = 0.1589 \cdot x + 0.9259$
$t_{W_2}: \quad y = -0.4612 \cdot x - 0.0791$

Monotonie:

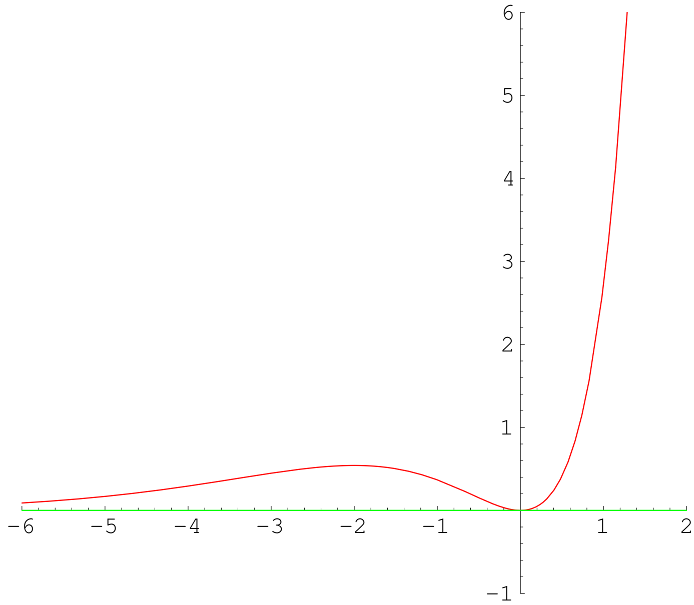
$]-\infty;-2[$	monoton wachsend
$]-2;0[$	monoton fallend
$]0;\infty[$	monoton wachsend

Krümmung:

$]-\infty;-3.4142[$	konvex
$]-3.4142;-0.5858[$	konkav
$]-0.5858;\infty[$	konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$

Asymptoten: $a_1: \quad y = 0$



30 . (c)

$$y=\frac{x}{e^x}$$

$$y'=-\left(\frac{-1+x}{e^x}\right)$$

$$y''=\frac{-2+x}{e^x}$$

Definitionsmenge: $D_f=\mathbb{R}$

Nullstellen: N(0|0)

Extrempunkte: H(1 |0.3679)

Wendepunkte: W(2 |0.2707)

Wendetangente: t_W : $y=-0.1353\cdot x+0.5414$

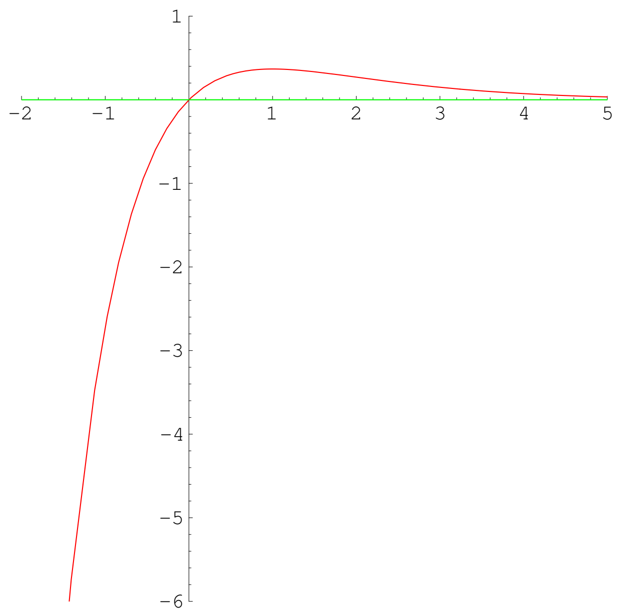
Monotonie:	$]-\infty;1[$	monoton wachsend
	$]1;\infty[$	monoton fallend

Krümmung:	$]-\infty;2[$	konkav
	$]2;\infty[$	konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$

Asymptoten: a_1 : $y=0$



30 . (d)

$$y = \frac{x^2}{e^{2x}}$$

$$y' = \frac{-2\,(-1+x)\,x}{e^{2x}}$$

$$y'' = \frac{2-8x+4x^2}{e^{2x}}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: N(0|0)

Extrempunkte: H(1 |0.1353) , T(0 |0)

Wendepunkte: W_1 (0.2929 |0.0478) , W_2 (1.7071 |0.0959)

Wendetangenten: t_{W_1} : $y = 0.2306 \cdot x - 0.0197$
t_{W_2} : $y = -0.0794 \cdot x + 0.2315$

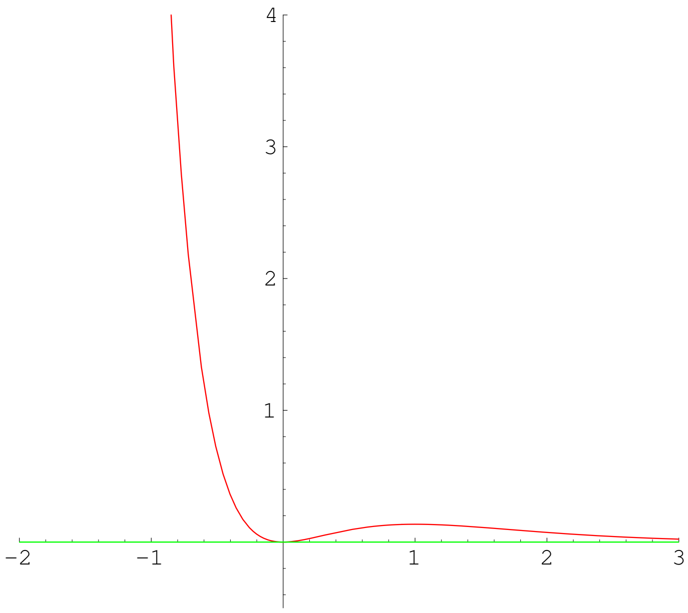
Monotonie:

Monotonie:	$]-\infty; 0[$	monoton fallend
	$]0; 1[$	monoton wachsend
	$]1; \infty[$	monoton fallend

Krümmung:	$]-\infty; 0.2929[$	konvex
	$]0.2929; 1.7071[$	konkav
	$]1.7071; \infty[$	konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \infty$
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$

Asymptoten: a_1 : $y = 0$



30 . (e)

$$y = \frac{4+x}{e^{\frac{x}{4}}}$$

$$y' = \frac{-x}{4e^{\frac{x}{4}}}$$

$$y'' = \frac{-4+x}{16e^{\frac{x}{4}}}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: N$(-4|0)$

Extrempunkte: H$(0|4)$

Wendepunkte: W$(4|2.943)$

Wendetangente: $t_W: \quad y = -0.3679 \cdot x + 4.4145$

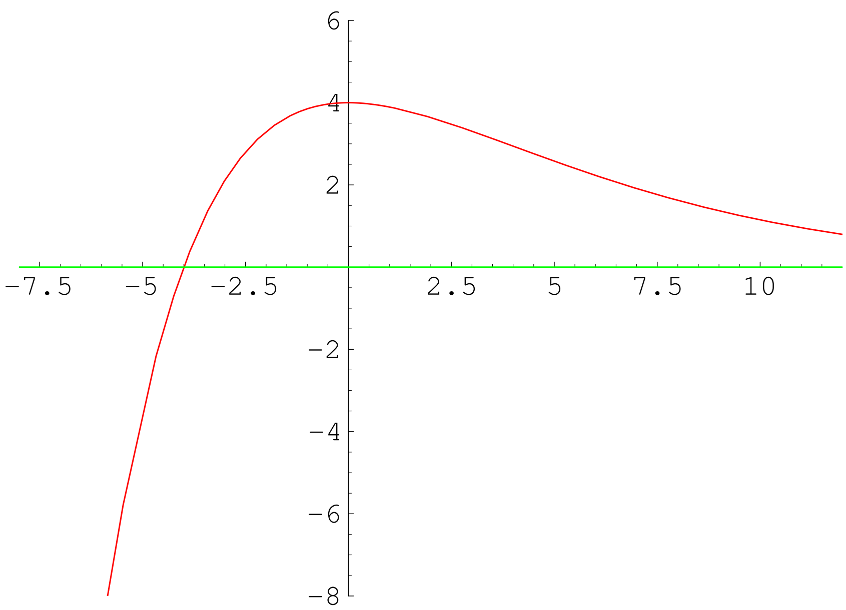
Monotonie:	$]-\infty; 0[$	monoton wachsend
	$]0; \infty[$	monoton fallend

Krümmung:	$]-\infty; 4[$	konkav
	$]4; \infty[$	konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$

Asymptoten: $a_1: \quad y = 0$



30 . (f)

$$y = \frac{3+\frac{x}{2}}{e^{\frac{x}{2}}}$$

$$y' = \frac{-(4+x)}{4e^{\frac{x}{2}}}$$

$$y'' = \frac{2+x}{8e^{\frac{x}{2}}}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: N$(-6|0)$

Extrempunkte: H$(-4|7.3891)$

Wendepunkte: W$(-2|5.4366)$

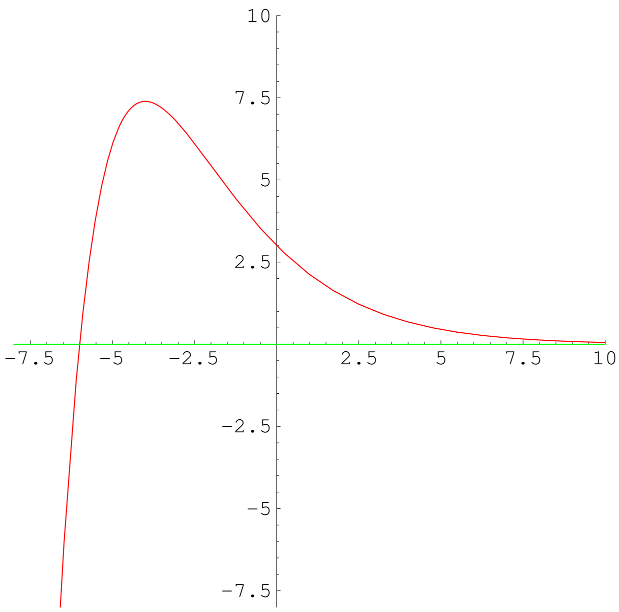
Wendetangente: $t_W: \quad y = -1.3591 \cdot x + 2.7183$

Monotonie: $]-\infty; -4[$ monoton wachsend
$]-4; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $]-\infty; -2[$ konkav
$]-2; \infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$
$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$

Asymptoten: $a_1: \quad y = 0$



30 . (g)

$$y = e^x\left(-3+x^2\right)$$
$$y' = e^x\left(-3+2x+x^2\right)$$
$$y'' = e^x\left(-1+4x+x^2\right)$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: $\mathrm{N}_1\,(-1.7321|0)$, $\mathrm{N}_2\,(1.7321|0)$

Extrempunkte: $\mathrm{H}(-3\,|0.2987)$, $\mathrm{T}(1\,|-5.4366)$

Wendepunkte: $\mathrm{W}_1\,(-4.2361\,|0.2162)$, $\mathrm{W}_2\,(0.2361\,|-3.7283)$

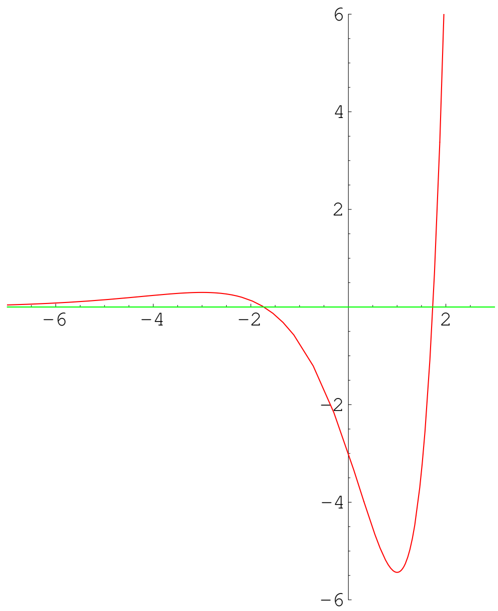
Wendetangenten: $\mathrm{t}_{W_1}: \quad y = 0.0936\cdot x + 0.6128$
$\mathrm{t}_{W_2}: \quad y = -3.1304\cdot x - 2.9892$

Monotonie:	$]-\infty;-3[$	monoton wachsend
	$]-3;1[$	monoton fallend
	$]1;\infty[$	monoton wachsend

Krümmung:	$]-\infty;-4.2361[$	konvex
	$]-4.2361;0.2361[$	konkav
	$]0.2361;\infty[$	konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$

Asymptoten: $a_1: \quad y = 0$



30 . (h)

$$y = \frac{(1+x)^2}{e^{2x}}$$

$$y' = \frac{-2x\,(1+x)}{e^{2x}}$$

$$y'' = \frac{-2+4x^2}{e^{2x}}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: $\mathrm{N}(-1|0)$

Extrempunkte: $\mathrm{H}(0\,|1\,)$, $\mathrm{T}(-1\,|0\,)$

Wendepunkte: $\mathrm{W}_1\,(-0.7071\,|0.3529\,)$, $\mathrm{W}_2\,(0.7071\,|0.7085\,)$

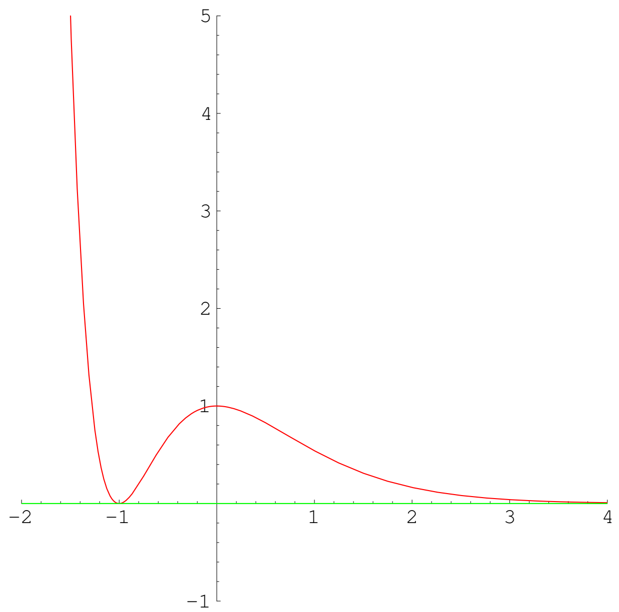
Wendetangenten: $\mathrm{t}_{W_1}: \quad y = 1.7038 \cdot x + 1.5576$
$\mathrm{t}_{W_2}: \quad y = -0.5869 \cdot x + 1.1235$

Monotonie:	$]-\infty; -1[$	monoton fallend
	$]-1; 0[$	monoton wachsend
	$]0; \infty[$	monoton fallend

Krümmung:	$]-\infty; -0.7071[$	konvex
	$]-0.7071; 0.7071[$	konkav
	$]0.7071; \infty[$	konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \infty$
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$

Asymptoten: $a_1: \quad y = 0$



30 . (i)

$$y = e^x \left(-1 + x^2\right)$$

$$y' = e^x \left(-1 + 2x + x^2\right)$$

$$y'' = e^x \left(1 + 4x + x^2\right)$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: $\mathrm{N}_1\,(-1|0)$, $\mathrm{N}_2\,(1|0)$

Extrempunkte: $\mathrm{H}(-2.4142\,|0.4318)$, $\mathrm{T}(0.4142\,|-1.2536)$

Wendepunkte: $\mathrm{W}_1\,(-3.7321\,|0.3095)$, $\mathrm{W}_2\,(-0.2679\,|-0.7101)$

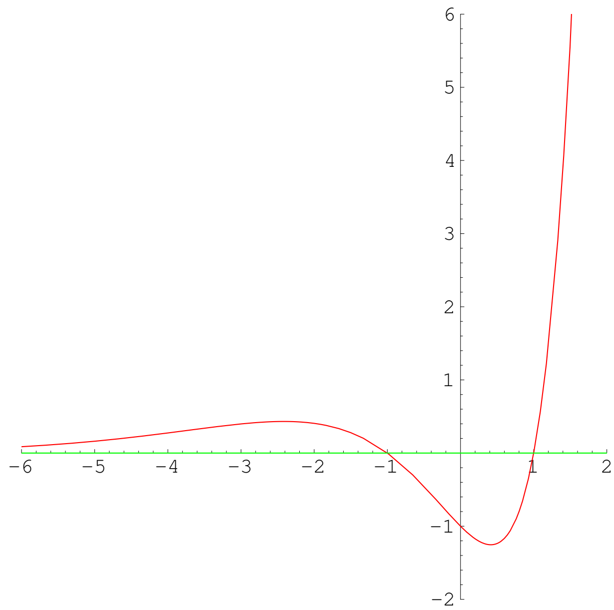
Wendetangenten: t_{W_1} : $y = 0.1308 \cdot x + 0.7978$
t_{W_2} : $y = -1.12 \cdot x - 1.0101$

Monotonie:	$]-\infty; -2.4142[$	monoton wachsend
	$]-2.4142; 0.4142[$	monoton fallend
	$]0.4142; \infty[$	monoton wachsend

Krümmung:	$]-\infty; -3.7321[$	konvex
	$]-3.7321; -0.2679[$	konkav
	$]-0.2679; \infty[$	konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$
$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$

Asymptoten: a_1 : $y = 0$



30 . (j)

$$y = 2e^{\frac{x^2}{2}}x$$

$$y' = 2e^{\frac{x^2}{2}}\left(1+x^2\right)$$

$$y'' = 2e^{\frac{x^2}{2}}x\left(3+x^2\right)$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: N(0|0)

Extrempunkte: Keine

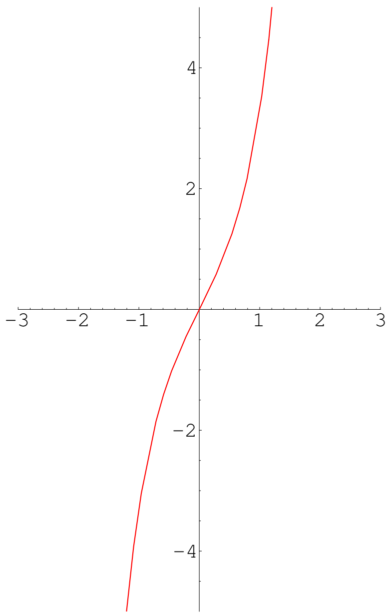
Wendepunkte: W(0|0)

Wendetangente: $t_W: \quad y = 2 \cdot x$

Monotonie: $]-\infty;\infty[$ monoton wachsend

Krümmung: $]-\infty;0[$ konkav
$]0;\infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$



30. (k)

$$y = \frac{2x}{e^{\frac{x^2}{2}}}$$

$$y' = \frac{-2\left(-1+x^2\right)}{e^{\frac{x^2}{2}}}$$

$$y'' = \frac{2x\left(-3+x^2\right)}{e^{\frac{x^2}{2}}}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: N(0|0)

Extrempunkte: H(1|1.2131), T(−1|−1.2131)

Wendepunkte: $W_1(-1.7321|-0.7729)$, $W_2(0|0)$, $W_3(1.7321|0.7729)$

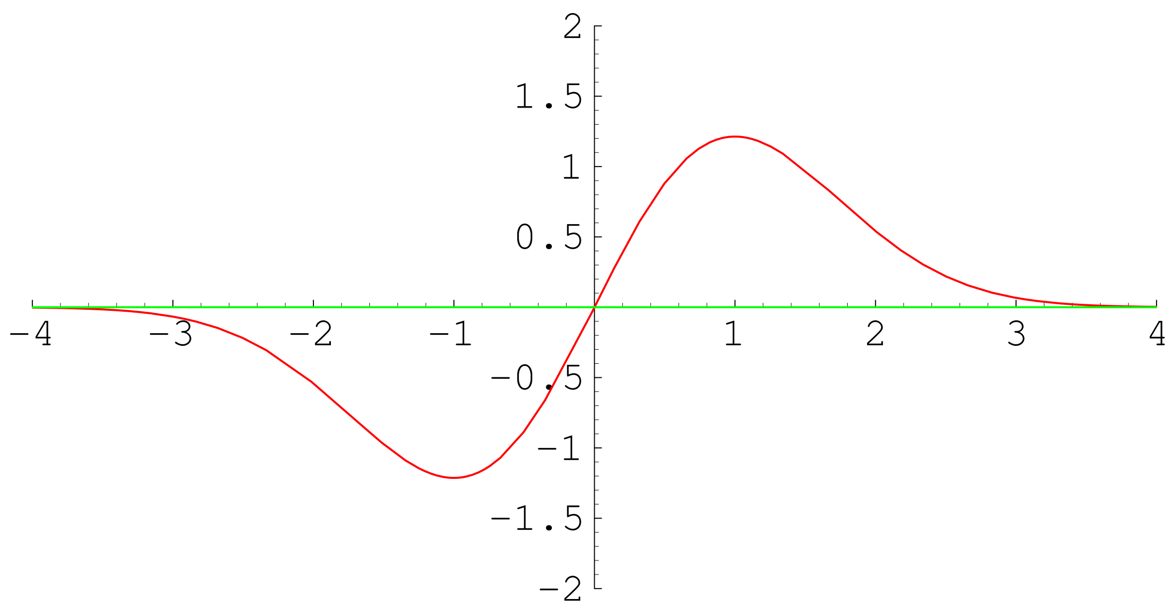
Wendetangenten:
$t_{W_1}: \quad y = -0.8925 \cdot x - 2.3188$
$t_{W_2}: \quad y = 2 \cdot x$
$t_{W_3}: \quad y = -0.8925 \cdot x + 2.3188$

Monotonie:	$]-\infty; -1[$	monoton fallend
	$]-1; 1[$	monoton wachsend
	$]1; \infty[$	monoton fallend

Krümmung:	$]-\infty; -1.7321[$	konkav
	$]-1.7321; 0[$	konvex
	$]0; 1.7321[$	konkav
	$]1.7321; \infty[$	konvex

Grenzwerte:
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$$

Asymptoten: $a_1: \quad y = 0$



30 . (l)

$$y = \left(-1 + e^{-x}\right)^2$$

$$y' = \frac{2\left(-1 + e^{x}\right)}{e^{2x}}$$

$$y'' = \frac{-2\left(-2 + e^{x}\right)}{e^{2x}}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: N(0|0)

Extrempunkte: T(0|0)

Wendepunkte: W(0.6931|0.25)

Wendetangente: $t_W: \quad y = 0.5 \cdot x - 0.0965$

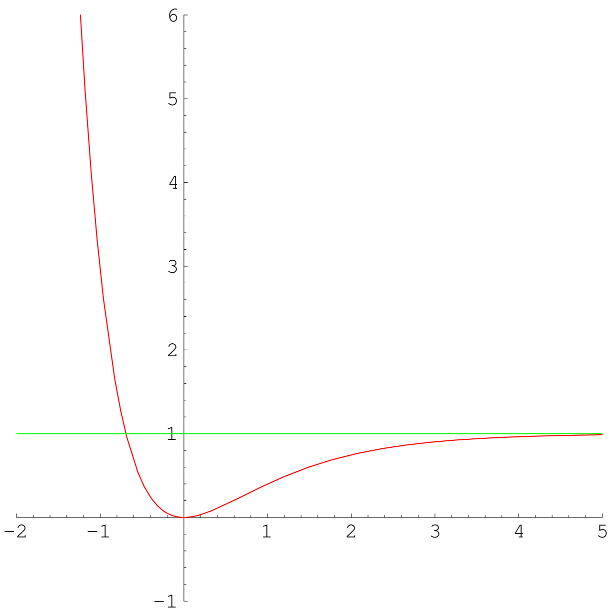
Monotonie:	$]-\infty; 0[$	monoton fallend
	$]0; \infty[$	monoton wachsend

Krümmung:	$]-\infty; 0.6931[$	konvex
	$]0.6931; \infty[$	konkav

Grenzwerte: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = 1$

Asymptoten: $a_1: \quad y = 1$



30 . (m)

$$y = e^{\frac{1}{1-x^2}}$$

$$y' = \frac{2\,e^{\frac{1}{1-x^2}}\,x}{(-1+x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{-2\,e^{\frac{1}{1-x^2}}\,\left(-1-4x^2+3x^4\right)}{(-1+x^2)^4}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$

Nullstellen: Keine

Extrempunkte: T$(0\,|2.7183)$

Wendepunkte: W$_1\,(-1.2444\,|0.1615)$, W$_2\,(1.2444\,|0.1615)$

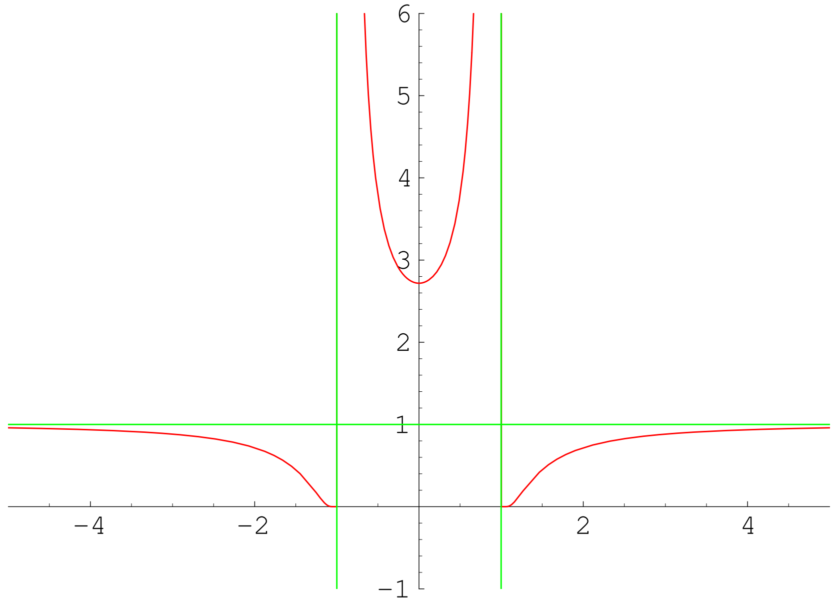
Wendetangenten: t_{W_1} : $y = -1.3361\cdot x - 1.5012$
t_{W_2} : $y = 1.3361\cdot x - 1.5012$

Monotonie:	$]-\infty;-1[$	monoton fallend
	$]-1;0[$	monoton fallend
	$]0;1[$	monoton wachsend
	$]1;\infty[$	monoton wachsend

Krümmung:	$]-\infty;-1.2444[$	konkav
	$]-1.2444;-1[$	konvex
	$]-1;1[$	konvex
	$]1;1.2444[$	konvex
	$]1.2444;\infty[$	konkav

Grenzwerte:
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$
$\lim\limits_{x\to-1^-} f(x) = 0$
$\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = \infty$
$\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \infty$
$\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = 0$
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$

Asymptoten:
a_1 : $y = 1$
a_2 : $x = -1$
a_3 : $x = 1$


6
5
4
3
2
1
-1
-4
-2
2
4

30 . (n)

$$y = \frac{e^x}{2\,(-1+x)}$$

$$y' = \frac{e^x\,(-2+x)}{2\,(-1+x)^2}$$

$$y'' = \frac{e^x\,\left(5-4x+x^2\right)}{2\,(-1+x)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}\backslash\{1\}$

Nullstellen: Keine

Extrempunkte: T(2|3.6945)

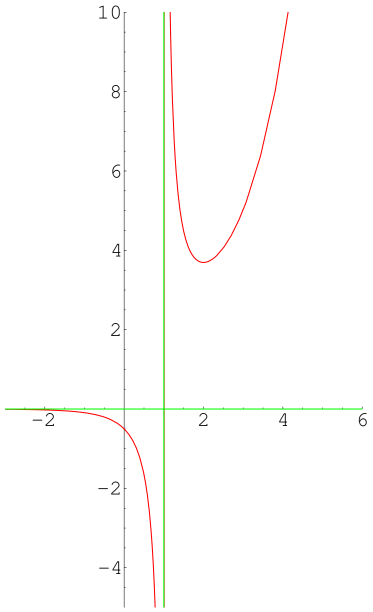
Wendepunkte: Keine

Monotonie:	$]-\infty;1[$	monoton fallend
	$]1;2[$	monoton fallend
	$]2;\infty[$	monoton wachsend

Krümmung:	$]-\infty;1[$	konkav
	$]1;\infty[$	konvex

Grenzwerte:
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$$
$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \infty$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$$

Asymptoten: $a_1: \quad y = 0$
$a_2: \quad x = 1$



30 . (o)

$$y = e^{\frac{1}{1+x^2}}$$

$$y' = \frac{-2\, e^{\frac{1}{1+x^2}}\, x}{\left(1+x^2\right)^2}$$

$$y'' = \frac{2\, e^{\frac{1}{1+x^2}}\, \left(-1+4x^2+3x^4\right)}{\left(1+x^2\right)^4}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$

Nullstellen: Keine

Extrempunkte: H$(0\,|2.7183)$

Wendepunkte: $\mathrm{W}_1\,(-0.464\,|2.277)$, $\mathrm{W}_2\,(0.464\,|2.277)$

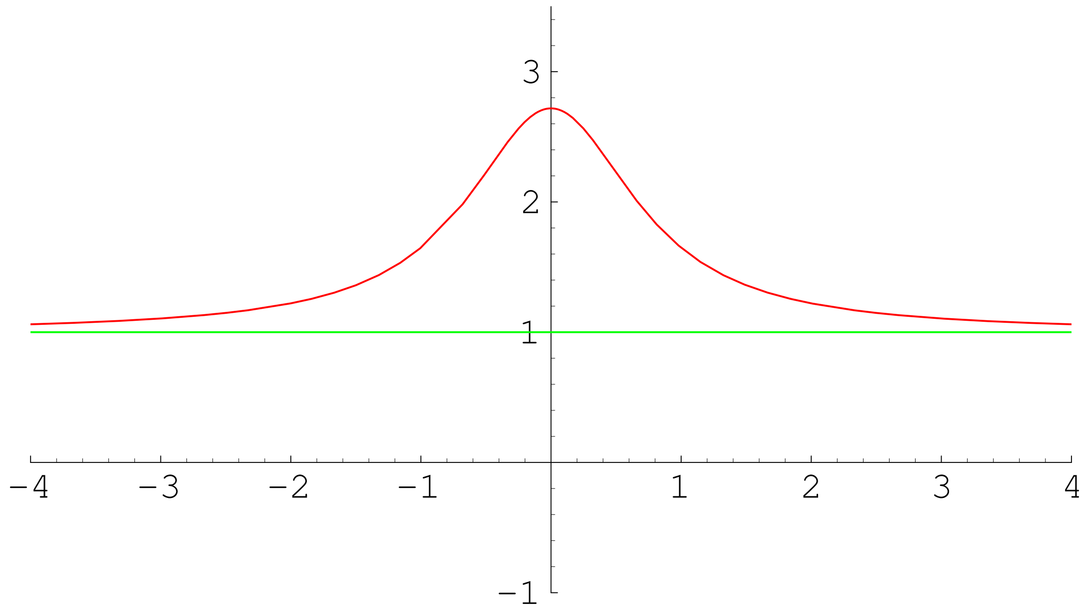
Wendetangenten: t_{W_1} : $y = 1.4307 \cdot x + 2.9408$
t_{W_2} : $y = -1.4307 \cdot x + 2.9408$

Monotonie: $]-\infty; 0[$ monoton wachsend
$]0; \infty[$ monoton fallend

Krümmung: $]-\infty; -0.464[$ konvex
$]-0.464; 0.464[$ konkav
$]0.464; \infty[$ konvex

Grenzwerte: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$

Asymptoten: a_1 : $y = 1$



30 . (p)

$$y = \frac{1}{2\,e^x\,(1+x)}$$

$$y' = \frac{-(2+x)}{2\,e^x\,(1+x)^2}$$

$$y'' = \frac{5+4x+x^2}{2\,e^x\,(1+x)^3}$$

Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Nullstellen: Keine

Extrempunkte: H$(-2\,|-3.6945\,)$

Wendepunkte: Keine

Monotonie:	$]-\infty;\,-2[$	monoton wachsend
	$]-2;\,-1[$	monoton fallend
	$]-1;\,\infty[$	monoton fallend

Krümmung:	$]-\infty;\,-1[$	konkav
	$]-1;\,\infty[$	konvex

Grenzwerte:
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x\to-1^-} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x\to-1^+} f(x) = \infty$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$$

Asymptoten: $a_1:\quad y=0$

$a_2:\quad x=-1$