11 Die absolute Rate – Theoretische Grundlage, Begründung für das Modell

Die absolute Rate in der bisher verwendeten Symbolik lautet

(a)

$$\boxed{\frac{dy(t)}{dt} = a_1 \cdot y(t)^{\frac{2}{3}} - a_2 \cdot y(t)}$$

und stellt in einer vereinfachten Form die spezialisierte Grundlage für das BERTALANFFY-Wachstumsmodell dar.

(b) Ursprünglich war BERTALANFFY von einer allg. Form ausgegangen, die er wie folgt begründete.
Aus historischen Gründen führe ich die Ausgangsgleichung mit der ursprünglichen Symbolik an

abs. Rate:

$$\boxed{\frac{dy(t)}{dt} = \eta \cdot y(t)^{\alpha} - \varkappa \cdot y(t)^{\beta}}$$

allg. Formulierung der abs. Rate

Organismisches Wachstum von Angen, wurde angenommen, daß Wachstum repräsentiert durch die abs. Rate aus AUFBAU (= ANABOLISMUS) und ABBAU (= KATABOLISMUS) gleichzeitig besteht. Als Beispiel mag man KNOCHENWACHSTUM bei Säugern von Angen haben: die zellulare Grundlage für den Aufbau bildet das Entstehen der Osteoblasten mit ihrer Fähigkeit, Knochensubstanz (organischer + anorganischer Anteil) zu bilden. Gleichzeitig werden Osteoklasten erzeugt, welche den Abbau von Knochensubstanz an anderer Stelle durchführen. Dieses Zusammenspiel von Aufbau und Abbau wurde von BERTALANFFY als Grundlage

für das ENTSTEHEN von FLIESSGLEICHGEWICHT, manifestiert in der Wachstumsrate, erkannt.

BE 11

(c) In der Rate steht für:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \underbrace{\eta \cdot y(t)^{\alpha}}_{\text{Anabolismus}} - \underbrace{\varkappa \cdot y(t)^{\beta}}_{\text{Katabolismus}}$$

η ... griech. ETA
$\varkappa$ ... griech. kappa

Bei einer Systemdarstellung, welche Massenentwicklung zur Grundlage hat, wie z.B. Knochenwachstum, finden Aufbau und Abbau ihre Repräsentationen in den Potenzen der (Koeffizienten d) Massen, d.h. in den Potenzen α und β von $y(t)$. BERTALANFFY nahm an, daß sowohl die Osteoblasten als auch die Osteoklasten als Zellmassen zu berücksichtigen sind. Sein Modell geht von der Annahme aus, daß der ANABOLISMUS nur proportional zur Oberfläche eines Körpers, hingegen der KATABOLISMUS direkt proportional zur Masse des Körpers selbst steht.
Unter Zugrundelegung der euklidischen Geometrie wurden diesbezüglich folgende spezielle Annahmen für die Proportionalitäten getroffen:
für $\alpha = \frac{2}{3}$ und für $\beta = 1$ (d.h. Masse $\propto$ Volumen eines Körpers
proportional
$\rightarrow$ d.h. $\beta = 1$ und die Oberfläche eines Körpers $\propto$ $\frac{2}{3}$ Potenz d. Volumens
$\rightarrow$ d.h. $\alpha = \frac{2}{3}$)

damit ergibt sich daraus die spezielle Rate für das Bertalanffy-Modell mit

$$\boxed{\frac{dy(t)}{dt} = \eta \cdot y(t)^{\alpha=\frac{2}{3}} - \varkappa \cdot y(t)^{\beta=1} \stackrel{!}{=} a_1 \cdot y(t)^{\frac{2}{3}} - a_2 \cdot y(t)^{1}}$$

mit $\eta \stackrel{!}{=} a_1$ und $\varkappa \stackrel{!}{=} a_2$

(d) Ausgehend von der speziellen Ratengleichung kann nunmehr die Integration der Bertalanffy-Ratengleichung durchgeführt werden, um zur BERTALANFFY-Funktionsgleichung zu gelangen (siehe Vertiefung → File: VBE1.PDF).

BE 12

(e) Es ist anzumerken, daß aus historischen Gründen für $\alpha = \frac{2}{3}$ angenommen wurde. Überlegungen, basierend auf den Annahmen fraktaler GEOMETRIE haben in jüngster Zeit ergeben, daß die Annahme, nach den Grundlagen der EUKLIDISCHEN GEOMETRIE mit $\alpha = \frac{1}{3}$ wohl für organismisches Wachstum nicht ausreichen, sondern in vielen Fällen ein α von $\alpha = \frac{3}{4}$ anzunehmen wäre!

(12) FLIESSGLEICHGEWICHT – 'Steady state' oder 'stationary state'

BE13

(a) Ein Beispiel aus der Praxis mag zum Anfang dazu dienen, begreiflich zu machen, was man unter FLIESSGLEICHGEWICHT verstehen kann. Stellen Sie sich vor, dass Sie ein Waschbecken, das zum Beginn noch völlig frei von Wasser ist, zustöpseln und nunmehr langsam mit Wasser füllen. Zu Beginn steigt kontinuierlich der Wasserspiegel im Becken > [ZUFLUSS ist zu beobachten; es läuft noch kein Wasser über den ABFLUSS ab; der MAKROSKOPISCHE ZUSTAND im Becken ist noch nicht KONSTANT > das System zeigt positives WACHSTUM].
Nach einer bestimmten Zeit, nach welcher das Becken bis an den Rand gefüllt werden konnte, kann man ZUFLUSS und ABFLUSS von Wasser (am Überlauf) beobachten. Nunmehr befindet sich das System im FLIESSGLEICHGEWICHT [ZUFLUSS und ABFLUSS erhalten den MAKROSKOPISCHEN ZUSTAND im Becken KONSTANT]

(b) Die Kriterien für Fließgleichgewicht sollen nachstehend einem Gleichgewicht in einem geschlossenen System nach dessen Charakteristika vergleichend gegenüber gestellt werden.
Für das Fließgleichgewicht kann man wieder das Beispiel vom Wasserbecken oder aus dem Bereich d. organismischen Biologie Knochenauf- und abbau vor Augen haben. Andererseits mag als Beispiel für Gleichgewicht in einem geschlossenen System die Knallgasreaktion herhalten.

(c)

BE 14

GLEICHGEWICHT	FLIESSGLEICHGEWICHT
— zeitunabhängige Zustandsbedingungen in einem geschlossenen System	— zeitunabhängige Zustandsbedingungen in einem offenen System
— reversible Prozesse als Grundlage (es liegen mikroskopische Prozesse zugrunde)	— irreversible Prozesse als Grundlage (es liegen mikroskopische Prozesse zugrunde)
— das System befindet sich solange nicht in Ruhe bis ein zeitunabhängiger Gleichgewichtszustand erreicht wird	— das System befindet sich nicht in Ruhe, es erfährt permanenten INPUT und OUTPUT (permanente KOMPOSITION und DEKOMPOSITION)
— die Gesamtheit der ENERGIE im System ist KONSTANT (System letztendlich im Gleichgewicht)	— das System leistet ARBEIT, es befindet sich nicht im Gleichgewicht (energetisch!), sondern auf dem Weg zum Gleichgewicht
— hohe Systemgeschwindigkeit (≙ Geschwindigkeit der mikroskopischen Prozesse) führt zum Gleichgewicht	— geringe Systemgeschwindigkeit führt nur auf den Weg zum Gleichgewicht (≙ geringe Systemgeschw. d. mikroskopischen Prozesse)
— letztendlich im Gleichgewicht: a) die makroskopischen Zustandsgrößen sind konstant b) die mikroskopischen Prozesse (≙ Umwälzungen) sind beendet	— letztendlich im Fließgleichgewicht: a) die makroskopischen Zustandsgrößen sind konstant b) die mikroskopischen Prozesse (Umwälzungen – Auf- u. Abbau) laufen weiter

(d) Als Nachtrag mag noch das Beispiel der Knallgasreaktion gemeinsam mit dem dazu reversiblen Vorgang, der Wasserelektrolyse (Dissoziation von Wasser) dargelegt werden.

BE 15

Knallgasreaktion: im geschlossenen System

REVERSIBEL

$$2H_2 + O_2 \xrightarrow{\text{exotherm}} 2H_2O$$

Wasserelektrolyse:

$$2H_2O \xrightarrow{\text{Elektrolyse}} 2H_2 + O_2$$

(13) Beispiele für FLIESSGLEICHGEWICHTS-SYSTEME

- biologische Populationen: Geburten – Todesfälle
  (INPUT) – (OUTPUT)
- menschliche Gesellschaften (Vereine, Stadtgemeinden, Staaten)
  Zugang – Abgang
- Vermögen (Kapital): Zugang – Abgang
- Organismus: Zellvermehrung – Zelltod

Anmerkung: die Änderung der Verhältnisse von Zugang zu Abgang wird als Wachstum (positives od. negatives Wachstum) wahrgenommen ⇒ Änderung d. Fließgleichgewichtes
≙ WACHSTUM

Das Erreichen der 'Carrying Capacity' entspricht dem Fließgleichgewicht!