

# Die Raumzeit und ihre Geometrie

Franz Embacher

Fakultät für Physik  
Universität Wien

1905 veröffentlichte Einstein seine spezielle Relativitätstheorie, zwei Jahre später entwickelte Hermann Minkowski das Konzept der Raumzeit. Erst im Jahr 1915 sollte Einstein die Arbeit an der grundlegenden Formulierung der allgemeinen Relativitätstheorie zu Ende führen. Welche Ideen wurden in diesen Jahren geboren? Wie haben sie seither die Entwicklung der Physik beeinflusst?

Zwei Vorträge im Rahmen von *University Meets Public*  
VHS Meidling, Wien, 16. 3. und 23. 3. 2009

## Hermann Minkowski



*H. Minkowski*

# Hermann Minkowski

---

Am 12. Jänner 1909 starb Hermann Minkowski an einer zu spät behandelten Bilddarmentzündung.

Im Jahr 1908 hatte er das Konzept der vierdimensionalen Raumzeit in die Physik eingeführt.

Einstein soll daraufhin entgegnet haben, seit die Mathematiker sich mit der Relativitätstheorie befassen, verstehe er sie selbst nicht mehr.

Dennoch eignete er sich dieses Konzept an und veröffentlichte sieben Jahre später die auf ihm beruhende Allgemeine Relativitätstheorie.

## Inhalt der beiden Vorträge

---

- **Die Spezielle Relativitätstheorie und ihre Vorläufer**  
James Clerk Maxwell, Hendrik Antoon Lorentz, Henri Poincaré, Albert Einstein
- **Das Konzept der Raumzeit und ihrer Geometrie**  
Hermann Minkowski
- **Die gekrümmte Raumzeit: Allgemeine Relativitätstheorie**  
Albert Einstein, David Hilbert
- **Kosmologie**
- **Das Konzept der Raumzeit in der modern(st)en Physik**

## Spezielle Relativitätstheorie: die Vorläufer

---

- **1864**  
James Clark Maxwell veröffentlicht seine Theorie der elektromagnetischen Phänomene.  
Elektromagnetische Wellen pflanzen sich mit Lichtgeschwindigkeit fort. In welchem Medium? Äther?
- ab **1881**  
Ätherdriftexperimente (Michelson, Morley,...)  
Die Bewegung der Erde relativ zu einem absolut ruhenden Äther konnte *nicht* nachgewiesen werden.

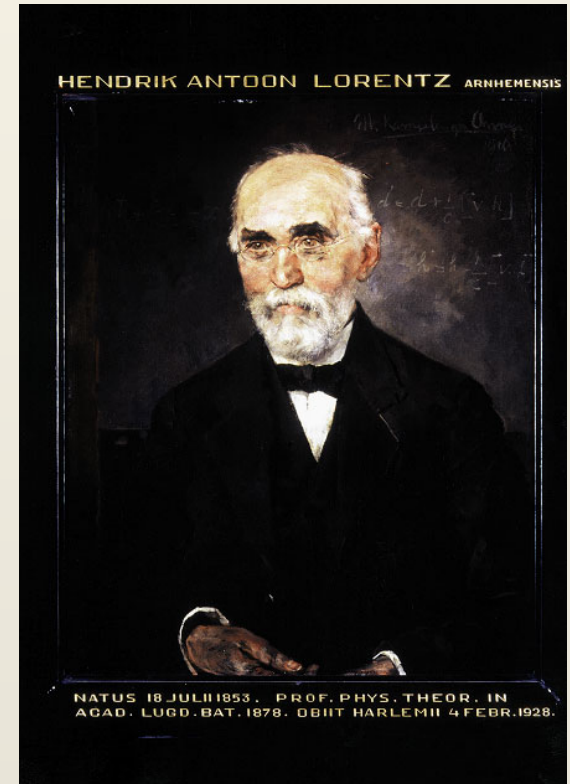


# Spezielle Relativitätstheorie: die Vorläufer

---

- **1892 – 1904**

Hendrik Antoon Lorentz versucht, die Annahme eines absolut ruhenden Äthers zu retten. Er führt die Längenkontraktion und die Zeitdilatation als Prozesse ein, denen relativ zu einem Äther bewegte Maßstäbe und Uhren unterworfen sind, während aber Raum und Zeit unverändert bleiben.  
→ Lorentz-Transformation, „neue Mechanik“



<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/SRT/Lorentztransformation.html#LT>

## Spezielle Relativitätstheorie: die Vorläufer

---

- 1895 – 1905

Henri Poincaré erkennt die Unüberschreitbarkeit der Lichtgeschwindigkeit für alle Beobachter als das Hauptmerkmal der „neuen Mechanik“.

Er postuliert die „völlige Unmöglichkeit der Entdeckung einer absoluten Bewegung“.

→ „Postulat der Relativität“

Poincaré gelangt über Ansätze nicht hinaus und verfolgt diese Gedankengänge nicht weiter.



# Spezielle Relativitätstheorie: die Vorläufer

---

Bis zum Jahr 1905:

- Relativitätsprinzip („Gleichberechtigung aller Bezugssysteme“)
- Relativität der Gleichzeitigkeit → nur eine mathematische Fiktion?
- Zeitdehnung und Längenkontraktion, Lorentz-Transformation, „wahre“ und „scheinbare“ Längen und Zeiten → nur mathematische Fiktionen?
- Konstanz der Lichtgeschwindigkeit für alle Beobachter
- Abhängigkeit der Elektronenmasse von der Geschwindigkeit → nur eine mathematische Fiktion?



# Spezielle Relativitätstheorie – die radikale Lösung

---

- 1905  
Albert Einstein löst die Probleme in einer zugleich eleganten und radikalen Weise → Spezielle Relativitätstheorie
  - Zeiten und Längen hängen *objektiv* vom Beobachter (Bezugssystem) ab. Keine Unterscheidung zwischen „wahren“ und „scheinbaren“ Zeiten und Längen. Gleichzeitigkeit hängt *objektiv* vom Bezugssystem ab.
  - Energie besitzt Trägheit ( $E = mc^2$ ).

# Spezielle Relativitätstheorie

---

- Relativität der Gleichzeitigkeit

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Einstein/Gleichzeitigkeit/>

- Zeitdilatation

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Einstein/Zeitdilatation/>

- Längenkontraktion

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Einstein/Laengenkontraktion/>

- $E = m c^2$

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Einstein/MasseUndEnergie/>

- Effekte der Speziellen Relativitätstheorie  
(eine etwas andere Herleitung)

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Effekte/>

- Spezielle Relativitätstheorie (Online-Kurs)

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/SRT/>

## Hermann Minkowski (1864 – 1909)

---

- Leben und Werk

[http://de.wikipedia.org/wiki/Hermann\\_Minkowski](http://de.wikipedia.org/wiki/Hermann_Minkowski)

- Hermann Minkowski studiert ab 1880 fünf Semester an der Universität von Königsberg (mit David Hilbert) und drei Semester in Berlin.
- 1881 gewinnt er ein Preisausschreiben der Pariser Akademie über ein zahlentheoretisches Problem,
- promoviert 1885 an der philosophischen Fakultät in Königsberg.
- Ab 1887 Lehre an der Universität Bonn, 1892 Assistenzprofessor.
- Ab 1894 Lehre in Königsberg.

## Hermann Minkowski (1864 – 1909)

---

- Ab 1896 lehrt er am Polytechnikum in Zürich (heute ETH Zürich), wo Albert Einstein zu seinen Schülern zählt.
- 1897 heiratet er Auguste Adler, mit der er zwei Töchter hat.
- Ab 1890 baut er seine Geometrie der Zahlen aus.
- 1902 Lehrstuhl in Göttingen, Interesse für mathematische Physik (Probleme der Theorie der Elektronen und der Elektrodynamik)
- Um 1907 erkannte er, dass die Arbeiten von Lorentz (1904) und Einstein (1905) in einem vierdimensionalen nicht-euklidischen Raum (der „Raumzeit“) verstanden werden können.

## Hermann Minkowski (1864 – 1909)

---

- Vortrag am 21. September 1908 auf der 80. Naturforscher-Versammlung (Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte) in der Städtischen Handels-Hochschule Cöln: „Raum und Zeit“

[http://de.wikisource.org/wiki/Raum\\_und\\_Zeit\\_\(Minkowski\)](http://de.wikisource.org/wiki/Raum_und_Zeit_(Minkowski))

→ Konzept der vierdimensionalen Raumzeit („Minkowski-Raum“)

Euklidische Geometrie:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

Minkowski-Geometrie:

$$(\Delta \tau)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$$

# Die Raumzeit und ihre Geometrie

---

- Raumzeit und Raumzeit-Geometrie

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/EinsteinRechnet/Raumzeit.html>

- Lorentztransformation: Koordinatenwechsel in der Raumzeit

<http://www.mathe-online.at/galerie/struct/struct.html#lorentz>

- Penrose-Diagramm: eine kompakte Darstellung der Raumzeit

<http://www.mathe-online.at/galerie/struct/struct.html#PenroseDiagramm>

- Geometrische Deutung der Geschwindigkeitsaddition (eine Überraschung)

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Geschwindigkeitsaddition/>

# Auf dem Weg zur gekrümmten Raumzeit

---

- **1908**  
Albert Einstein entwickelt das Äquivalenzprinzip  
<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Einstein/artAequivalenzprinzip/>
- **Krümmung und Raumzeit**  
<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/EinsteinRechnet/Kruemmung.html>
- **1908 – 1915**  
Einstein arbeitet am Entwurf einer Gravitationstheorie  
→ Feldgleichungen („Materie krümmt die Raumzeit“),  
Allgemeine Relativitätstheorie
- **1915**  
David Hilbert: Die Raumzeit und das Prinzip der kleinsten Wirkung  
<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/EinsteinRechnet/PrinzipDerKleinstenWirkung.html>

# Allgemeine Relativitätstheorie

---

- Uhren und Zeiten im Gravitationsfeld

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Einstein/artUhren/>

- Maßstäbe, Längen und Raumkrümmung im Gravitationsfeld

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Einstein/artMassstaebe/>

- Lichtablenkung

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Lichtablenkung/>

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Einstein/artLichtablenkung/>

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Lichtablenkung/gravitationslinse.html>

- Wieso ist ein Schwarzes Loch schwarz?

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Raumzeit/>

- Relativistische Korrekturen für GPS

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/rel.html>

- Strudel in der Raumzeit: der Thirring-Lense-Effekt

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Thirring-Lense/Flash/>



# Kosmologie

---

- Die Expansion des Universums

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Einstein/artExpansion/>

- Expansion des Universums und der Skalenfaktor

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Lehre/DidaktikAstronomie/ss2008/>

Skalenfaktor zur Zeit  $t = a(t) =$

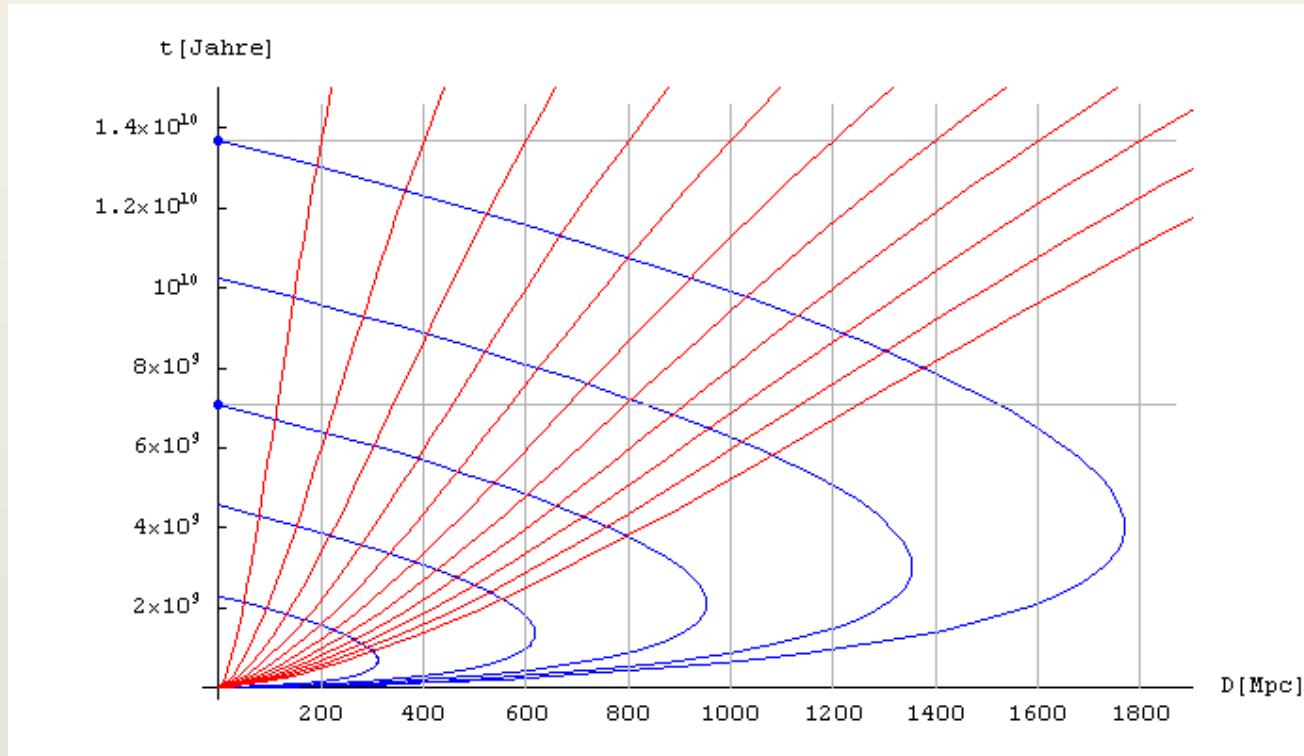
$$= \frac{\text{Entfernung zweier Galaxien zur Zeit } t}{\text{Entfernung derselben Galaxien heute}}$$

$$a(\text{Heute}) = 1$$

$$a(\text{Urknall}) = 0$$

# Kosmologie

---



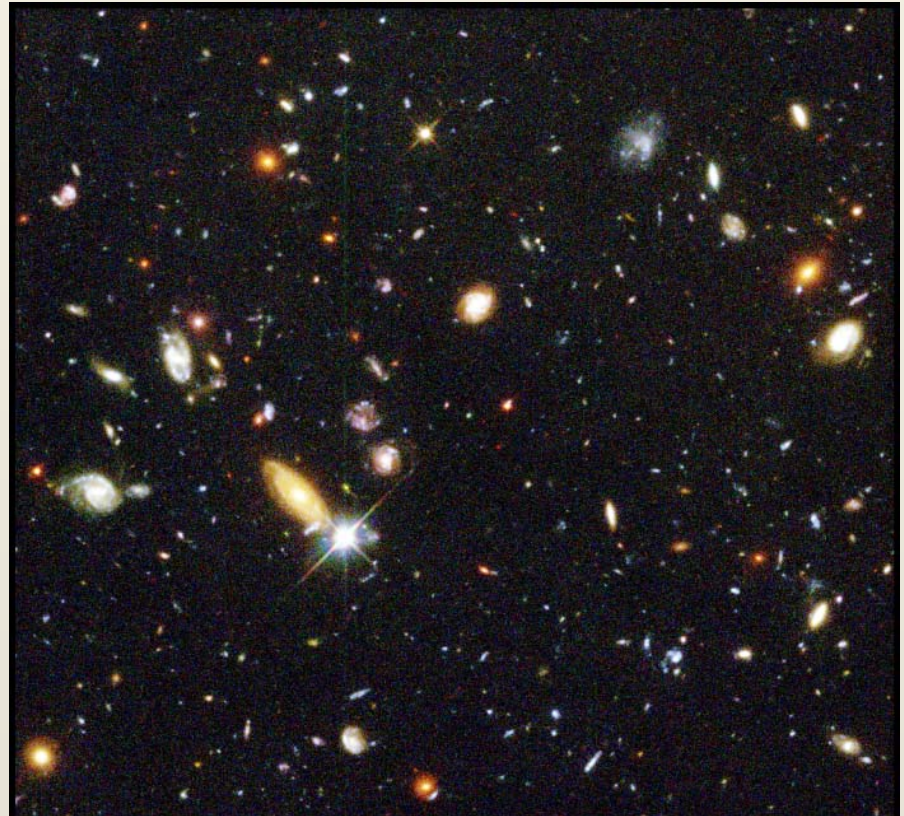
- Weltlinien von Galaxien und Licht im expandierenden Universum

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/artExpansionLicht/indexGross.html>

# Die Raumzeit des Universums

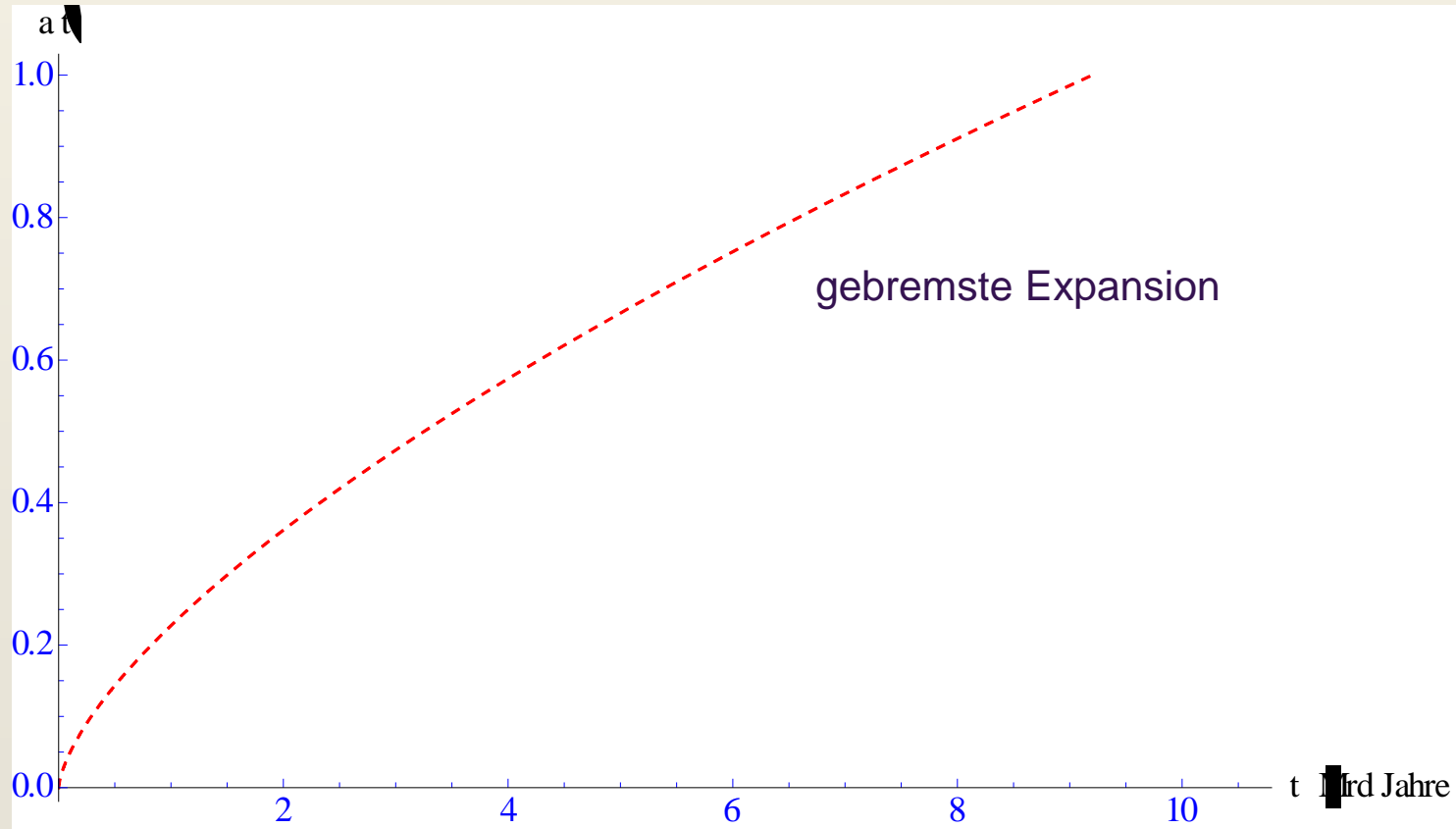
---

- Die **räumliche** Krümmung des Universum ist (fast) Null.
- Die Krümmung der **Raumzeit** des Universums ergibt sich aus der Expansion!
- Wie kann die Raumzeit des Universums vermessen werden?



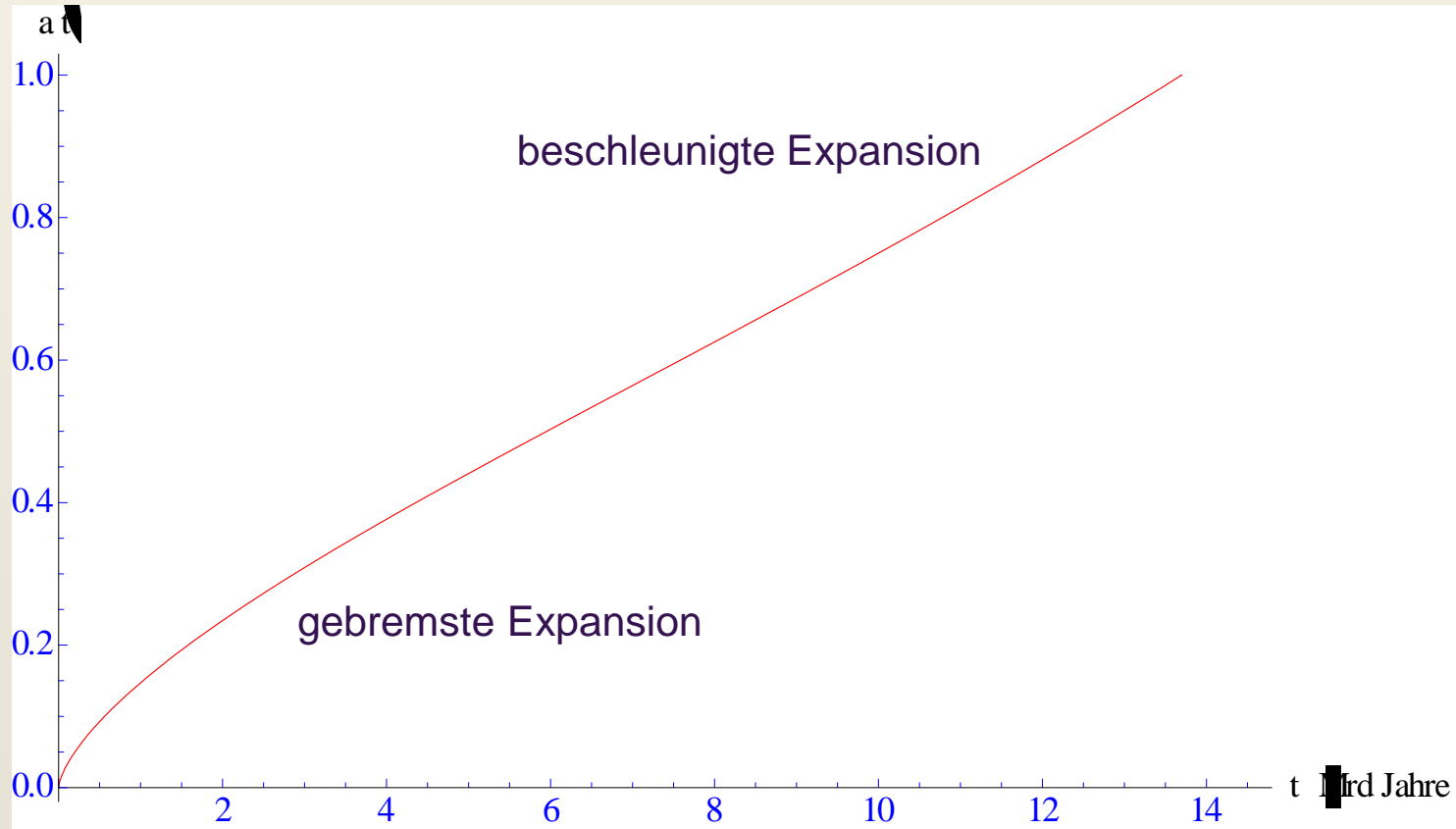
# Theoretisches Modell: Materiedominiertes Universum

---



# Theoretisches Modell: Universum mit Vakuumenergie

---



# Überprüfung von Weltmodellen

---

- Wie kann ein Weltmodell durch Beobachtungen überprüft werden?
- Rotverschiebung → Geschwindigkeit der Quelle

- **Hubble-Gesetz**

$$v = H_0 D$$

*nicht messbar* (points to  $v$ )

Hubble-Konstante (ca. 71 km/s/Mpc) (points to  $H_0$ )

- **Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation**

Beziehung zwischen

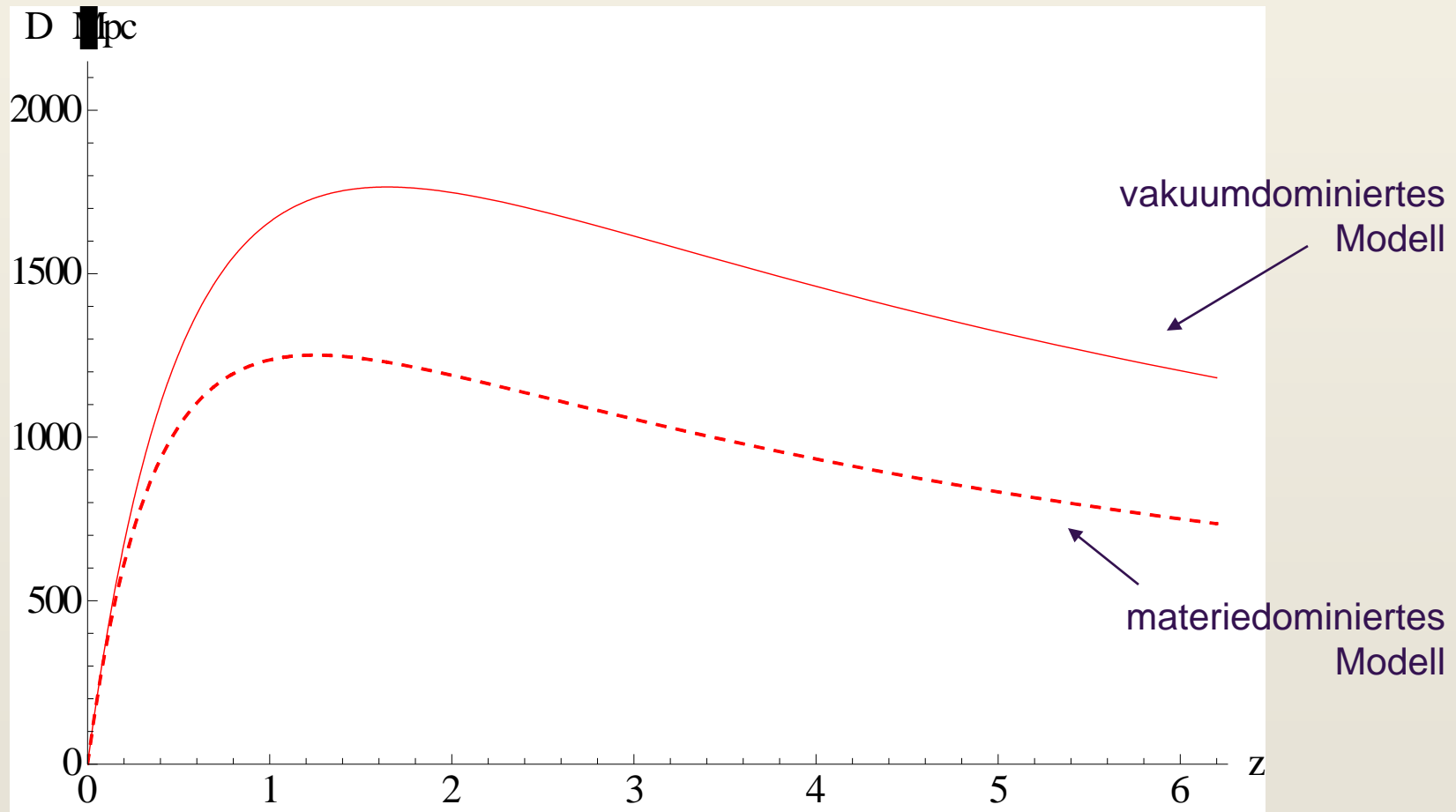
- $z$  ... Rotverschiebung des beobachteten Lichts

- $D$  ... Entfernung der Quelle zum Zeitpunkt der Aussendung des Lichts

← direkt messbar

← indirekt messbar

# Vorhersagen: Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation



# Supernovae Ia als Standardkerzen

---

- Wie können sehr große Entfernungen gemessen werden?
- Supernova-Explosionen vom Typ Ia sind annähernd „Standardkerzen“, d.h. ihre absoluten Helligkeiten sind (ungefähr) gleich und (ungefähr) bekannt:

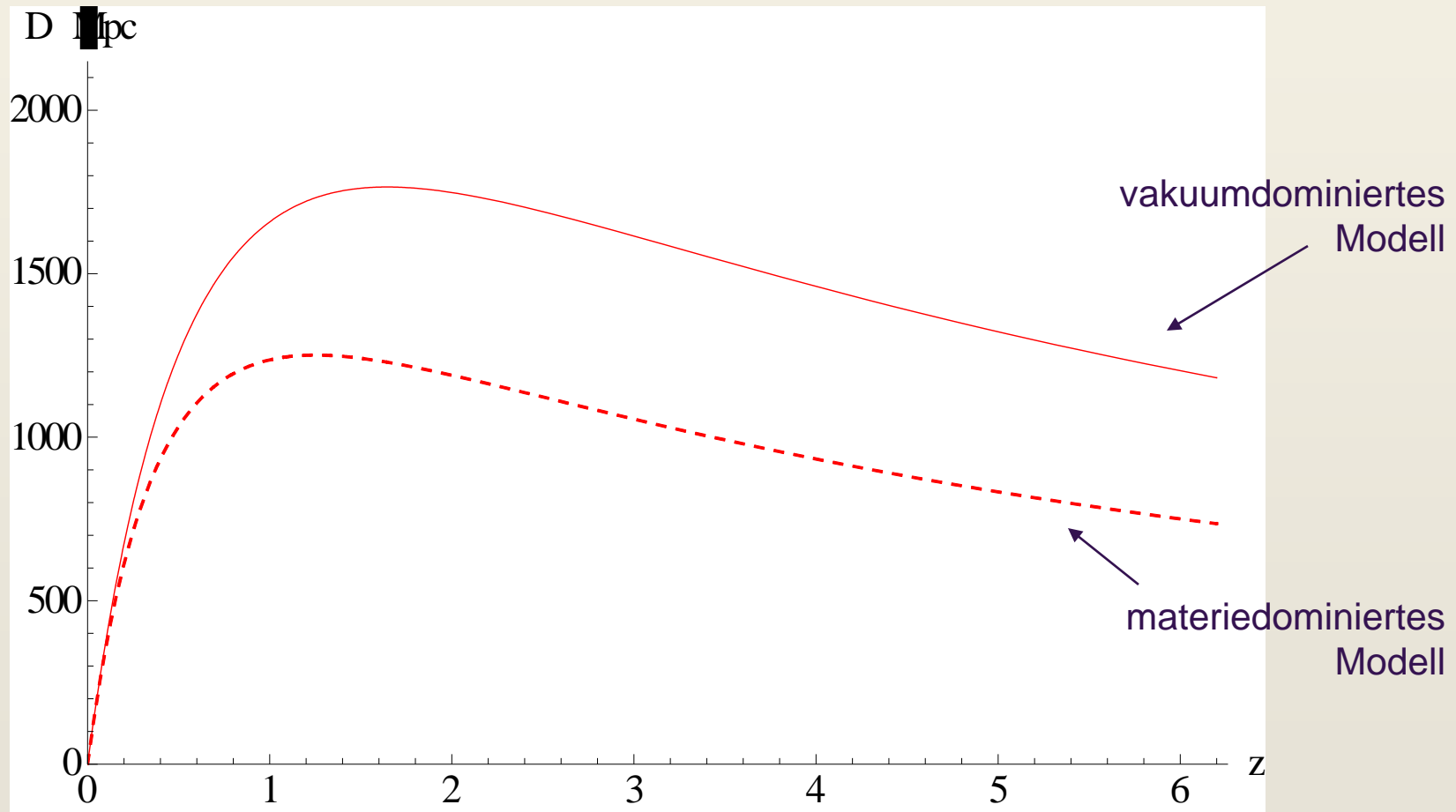
Doppelsternsystem



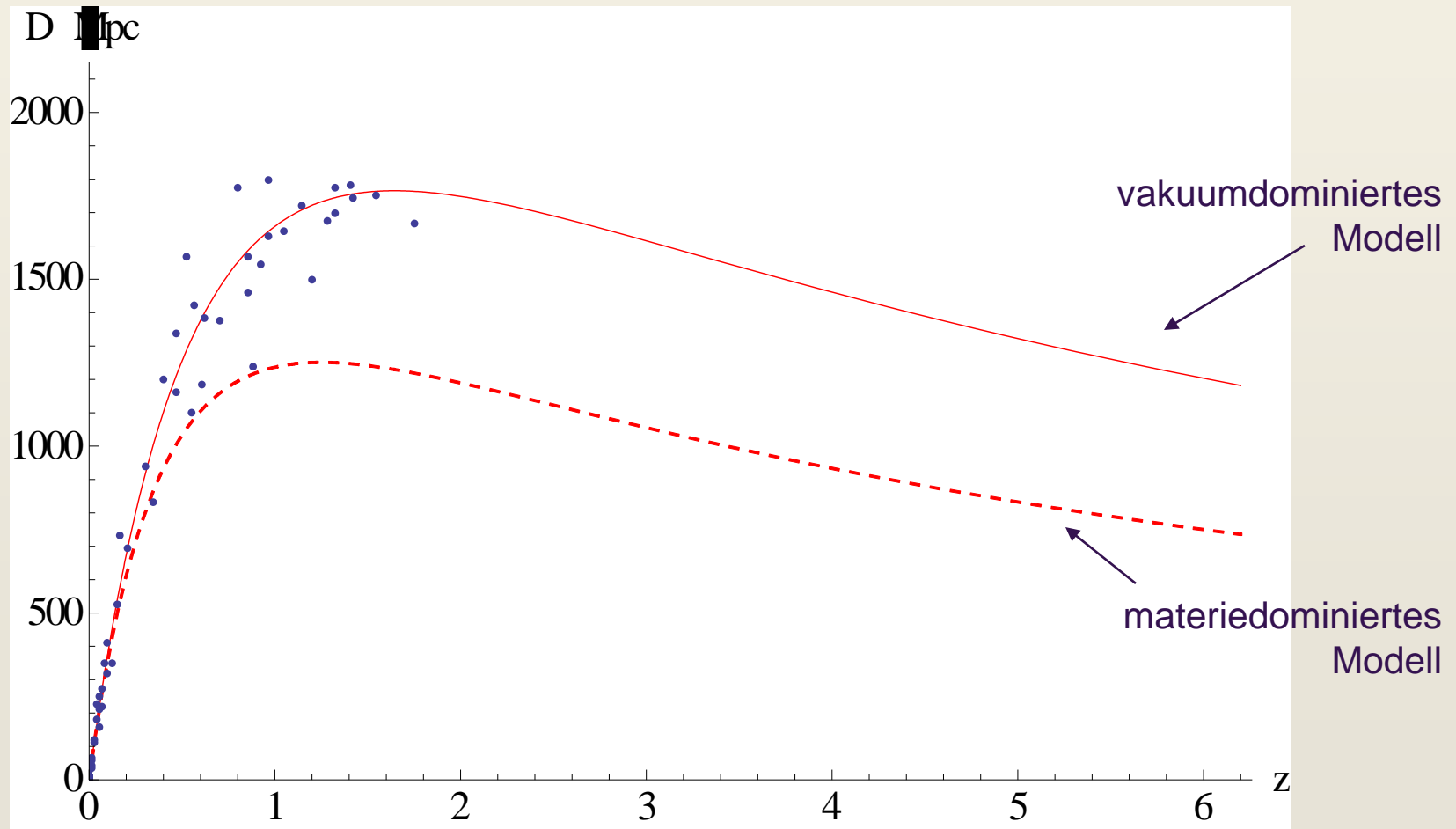
Aus der relativen (beobachteten) Helligkeit kann die Entfernung abgeschätzt werden.



# Vorhersagen: Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation



# Vergleich mit Supernova-Daten (seit 1998)



# Das moderne Standardmodell der Kosmologie

---

- Es gibt eine nichtverschwindende Vakuumenergie (**Dunkle Energie, kosmologische Konstante**).
- Sie bewirkt, dass das Universum heute **beschleunigt** expandiert.
- Die Dunkle Energie beträgt heute etwas mehr als **70%** der gesamten Energie des Universums.
- Dieses Modell wird durch weitere Beobachtungen gestützt:
  - Großräumige Galaxienverteilung
  - Verteilung der leichten Elemente im Universum
  - Anisotropie der kosmischen Hintergrundstrahlung

# Das Konzept der Raumzeit in der modern(st)en Physik

---

- Eichtheorie

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/EinsteinRechnet/Eichtheorie.html>

- Moderne Teilchenphysik: Die flache Raumzeit als Bühne des Geschehens
- Quantenfelder in der gekrümmten Raumzeit: Hawking-Effekt
- Eine große Herausforderung: Quantengravitation (Quanten-Raumzeit) – die Bühne wird zur dynamischen Größe
  - Struktur der Raumzeit auf kleinsten Skalen: diskret?
  - Geburt des Universums aus dem Nichts?
  - anthropisches Prinzip, Paralleluniversen?
  - Nichtkommunierende Raumzeit-Koordinaten?

Danke...

---

... für Ihre Aufmerksamkeit!

Diese Präsentation finden Sie im Web unter

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/RaumZeitGeometrie/>