

Paradoxien erkennen - Quantenmechanik in der Schule

Franz Embacher, Rainer Müller, Helga Stadler, Gregor Weihs

1. Vorwort

Zur Jahrhundert- bzw. gar Jahrtausendwende ist ein kurzer Rückblick auf die neuere geschichtliche Entwicklung der Physik gewiß erlaubt:

Die in diesem Jahrhundert gemachten Erkenntnisse der Physik haben nicht nur unser Leben durch die Entwicklung neuer Technologien verändert, sie haben auch unser Bild von der Welt und unser Wissen über die Möglichkeiten unserer Erkenntnis zutiefst beeinflusst. Glaubte man zu Beginn unseres Jahrhunderts noch, daß die Welt mit unseren Sinnen erfahrbar und begreifbar ist, so hat die Physik des 20. Jahrhunderts gezeigt, daß jene Modelle, mit denen wir die Welt beschreiben können, weitgehend unanschaulich sind. Die Differenz zwischen der Welt unserer sinnlichen Erfahrung und dem, was Welt tatsächlich ausmacht, reduzierte und erweiterte zugleich unser Denken: sie reduzierte es, weil wir uns nicht mehr nur an unserer intuitiven, an der Alltagswelt geschulten Erfahrung orientieren können; sie erweiterte es, weil jene Hinweise, die wir über Aufbau und Gesetzmäßigkeiten unserer Welt bekommen, weit über unser Sinnesvermögen und unsere bisherigen Denkansätze hinausgehen.

Die Öffentlichkeit hat den Wandel in unserer Erkenntnis und unseren Erkenntnismöglichkeiten zunächst über die populärwissenschaftliche Literatur wahrgenommen. Das breite öffentliche Interesse hat zu Bestsellern geführt, sofern wir etwa an die Bücher von Stephen Hawking denken. Auch die Science-Fiction-Literatur und Filme wurden entsprechend beeinflusst. Doch haben die in diesem Jahrhundert gewonnenen Erkenntnisse, die neuentdeckten Fragestellungen auch Eingang in unsere Schulen gefunden? Erste Schritte dazu hat es in den 70er Jahren gegeben: Astrophysik und Spezielle Relativitätstheorie standen damals im Mittelpunkt [1]. Der Quantenmechanik wurde erst in den 80er Jahren entsprechende Aufmerksamkeit geschenkt [2]. Die bisherigen Darstellungen der QM für die Schule konnten allerdings von der Faszination dieser Bereiche nur Weniges vermitteln. Selten nur wurden so erkenntnistheoretische Fragen (wie dies etwa im Zusammenhang mit der SRT geschehen war) und damit jene Bereiche angesprochen, die, wie Science Fiction und

populärwissenschaftliche Literatur und Medien zeigen, das Bedürfnis vieler Menschen nach Sinnfindung und Standortbestimmung berühren [3].

In den beiden folgenden Beiträgen wird der Versuch unternommen, den Schülern und Schülerinnen einen Zugang zu den Besonderheiten des quantenmechanischen Modells zu eröffnen. Die Beiträge sind als Teile von Unterrichtssequenzen zu sehen, in denen die Diskussion um das EPR-Paradoxon und die neueren Experimente zur QM im Mittelpunkt des Interesses stehen. Die beiden Beiträge ergänzen einander: Inhaltlich zeigt uns der erste Artikel zur Teleportation, der von der Science-Fiction-Literatur ausgeht, die Grenzen der Makrowelt. Der zweite Artikel eröffnet in Anlehnung an ein Gedankenexperiment von Mermin [4] einen spielerischen Zugang zu einer der Grundfragen der QM, der Verschränktheit quantenmechanischer Zustände, deren Verständnis schließlich die Diskussion neuerer Experimente der QM, etwa der im ersten Beitrag beschriebenen Teleportation erlaubt.

Ein weiteres Anliegen des Autorenteam ist es, methodische Möglichkeiten zu finden, die außerhalb des fragend-entwickelnden Unterrichts oder des gemeinsamen Lesens und Diskutierens von Literatur liegen. Zwar sollten diese Methoden einerseits in einem Gesamtmodul zur Quantenmechanik durchaus ihren Platz haben, doch sollte den Schüler/innen andererseits auch die Möglichkeit eröffnet werden, ihrem eigenen Tempo entsprechend Fragen zu entwickeln, sie in Gruppen eigenständig zu diskutieren, nicht vom Lehrer auf Grenzen und Widersprüche ihres Denkens aufmerksam gemacht zu werden, sondern ihren Verständnissweg selbständig finden und erleben zu können.

Die Materialien und Arbeitsanweisungen wurden sowohl bei Lehrerfortbildungen (Gottfried, Wien 1999) wie auch in einzelnen Schulen ausprobiert, doch soll die Planung, wie und an welcher Stelle diese Unterrichtssequenzen eingebaut werden, zunächst offen gelassen sein. Für Rückmeldungen und Erfahrungsberichte wären die Autoren sehr dankbar.

2. Physik und Science Fiction – Schüler(innen) untersuchen die Physik des „Beamens“

Rainer Müller

Wohl jede Schülerin und jeder Schüler hat sich schon einmal gefragt, wie das „Beamens“ funktioniert, das sie in der populären Fernsehserie „Raumschiff Enterprise“ beobachten konnten. Dabei werden Personen vom Raumschiff auf zu erforschende Planeten und wieder zurück übertragen, ohne daß sie die dazwischenliegende Strecke zurückgelegt hätten.

Die Faszination, die vom Prozeß des Beamens ausgeht, kann man sich für den Physikunterricht zunutze machen. In der vorliegenden Arbeit soll eine Unterrichtsstunde skizziert werden, in der die (klassische) Physik des Beamens einmal gründlicher unter die Lupe genommen wird. Die „Rahmenhandlung“ ist dabei: Die Schülerinnen und Schüler arbeiten in Gruppen. Sie sollen sich vorstellen, sie seien Mitglieder im Konstruktionsteam des Raumschiffs Enterprise. Sie wirken am Entwurf des Materie-Transporters mit, der das „Beamens“ von Objekten und Personen ermöglicht. Es werden vier „Konstruktionsteams“ gebildet, die sich – im Sinne einer „arbeitsteiligen Entwicklung“ – mit verschiedenen Aspekten des zu konstruierenden Transporters befassen.

Die Schülerinnen und Schüler müssen dabei auf ganz verschiedene Bereiche ihres bisher erworbenen Wissens zurückgreifen. Vertikale Vernetzung ergibt sich so ganz natürlich. Ebenso treten fächerübergreifende Verknüpfungen zur Biologie und sogar zu Philosophie, Ethik und Religion auf („Wenn man einen Menschen in Atome zerlegt und anderswo wieder zusammensetzt, was passiert dann mit der Seele?“).

Bezieht man die Quantenmechanik mit ein, ergibt sich natürlich ein spannenderes Bild, das um aktuelle Bezüge bereichert werden kann (s. Informationskasten Quanten-Teleportation). Sie bleiben hier absichtlich ausgespart, damit die Stunde nicht nur in Klasse 13 unterrichtet werden kann. Die erarbeiteten Ergebnisse verlieren auch bei Berücksichtigung der Quantenmechanik ihre Gültigkeit nicht. Zum Teil lehnen sich die behandelten Fragestellungen an das Buch „Die Physik von Star Trek“ [5] des renommierten Astrophysikers Lawrence M. Krauss an, wo auch zusätzliche Anregungen gefunden werden können.

Vier Konstruktionsteams

Eine grundlegende Entscheidung muß man bei der Realisierung des Beamens zu Anfang fällen: Sollen die einzelnen Materiebausteine der betreffenden Person übertragen werden? Oder wird nur die im menschlichen Körper gespeicherte Information übertragen und der Körper am Zielort aus anderer Materie wieder aufgebaut? Krauss [5] bringt diese Frage auf die kurze Formel: „Atome oder Bits“? Im vorliegenden Unterrichtsentwurf untersuchen drei Teams die erste Alternative auf ihre mögliche Realisierbarkeit, eines die zweiten. Die Autoren von „Star Trek“ haben sich übrigens für die Übertragung der Materie entschieden (vgl. [5], S. 82).

(a) Team 1: Entscheidung für die Ebene der Materie-Übertragung.

Hat man sich entschieden, beim Beamen die Materie zu übertragen, muß man sich überlegen, wie weit ein menschlicher Körper zu Übertragung „zerlegt“ werden soll. Damit beschäftigt sich die erste Gruppe. Ihre Aufgabe lautet:

1. Worin liegen die Vorteile, die Materie vor dem Transport zu zerlegen? Was sind die Nachteile, einen Menschen als Ganzes auf eine weit entfernte Planetenoberfläche zu „katapultieren“?
2. Welche Ebene der Zerlegung ist nach Ihrer Meinung am sinnvollsten? Sollte man einen Menschen in Organe, Zellen, Biomoleküle, Atome oder Kernbausteine zerlegen, um ihn zu beamen? Diskutieren Sie die physikalischen, biologischen und ethischen Probleme, die sich aus der jeweiligen Übertragungsform ergeben.
3. Wenn Sie eine Ebene als die geeignetste ausgewählt haben: Überlegen Sie sich, wie die Zerlegung und Wieder-Zusammensetzung auf möglichst schonende Weise geschehen könnten.

Die einfachste Vorgehensweise wäre sicherlich, den Körper als Ganzes zu übertragen. In der Fernsehserie wurde diese unspektakuläre Alternative allerdings nicht gewählt. Ein möglicher Grund dafür ist, daß für die Übertragung nur eine sehr kurze Zeitspanne zur Verfügung steht. Das bedeutet, daß sehr große Beschleunigungen auftreten, die ein menschlicher Körper nicht überstehen würde.

Die sinnvollste Ebene der Übertragung wird in der zweiten Aufgabe diskutiert. Während für die Übertragung von Organen sicherlich das gleiche Problem wie für den gesamten Körper existiert und Zellen vermutlich ebenfalls zu empfindlich sind, erscheint die Übertragung von

Atomen oder Molekülen am sinnvollsten. Die Materie in noch kleinere Bausteine zu zerlegen wäre zu energieaufwendig. Einen Mechanismus, um den menschlichen Körper schonend in Atome oder Moleküle zu zerlegen, gibt es beim derzeitigen Stand der Technik nicht. Sicherlich kommen nur elektromagnetische Wechselwirkungen in Frage, mit Energien, die im eV-Bereich liegen, damit die Bausteine nicht zerstört werden. Wenn man seine Phantasie spielen läßt, kommen einem die Manipulation einzelner Atome mit Kraftmikroskopen oder mit Lasern als mögliche Mechanismen in den Sinn

Ein großes Problem bei der Übertragung von Materiebausteinen wird weder in der Fernsehserie noch in der Literatur angesprochen: Wie wird die übertragene Materie wieder zusammengesetzt? Bei der Erforschung unbekannter Planeten können sich naturgemäß am Zielort keine Empfangseinrichtungen befinden. Das Zusammensetzen muß also vom Raumschiff aus gesteuert werden. Im Fall der Übertragung von Atomen ist die einzig plausible Möglichkeit, den Körper mit einem präzise gelenkten Strahl „abzurastern“ und Atom für Atom aufzubauen. Im Abschätzen der dazu nötigen Zielgenauigkeit (von Störungen durch die Planetenatmosphäre nicht zu reden) böte sich eine mögliche Aufgabe für eine weitere Gruppe.

(b) Team 2: Abschätzung des Zeitbedarfs beim Übertragen von Atomen

Während die erste Gruppe mit rein qualitativen Überlegungen beschäftigt ist, sind die Aufgaben der restlichen Gruppen mehr quantitativer Natur (worauf man bei der Gruppeneinteilung Rücksicht nehmen kann). Die zweite Gruppe schätzt den Zeitbedarf ab, den man aufgrund fundamentaler physikalischer Beschränkungen mindestens benötigt, um alle Atome des menschlichen Körpers nacheinander zu übertragen.

1. Die durchschnittliche Masse eines Atoms im menschlichen Körper beträgt etwa 10^{-26} kg. Schätzen Sie ab, aus wie vielen Atomen ein Mensch besteht.

Antwort: Bei einer Masse von 50 kg ergeben sich etwa $N = 5 \cdot 10^{27}$ Atome.

2. Die Atome sollen nacheinander übertragen werden. Ihr räumlicher Abstand kann dabei den Atomdurchmesser $d \approx 10^{-9}$ m nicht unterschreiten. Gleichzeitig kann ihre Geschwindigkeit die Lichtgeschwindigkeit ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s) nicht übersteigen. Berechnen Sie, in welchem zeitlichen Abstand zwei Atome höchstens gesendet werden können.

Antwort: Der zeitliche Abstand ist $\Delta t = d/c = 3 \cdot 10^{-18}$ s

3. Wenn die Atome mit diesem kleinstmöglichen Zeitabstand gesendet werden: Wie lange dauert die Übertragung aller Atome der zu transportierenden Person?

Antwort: Die Gesamtzeit ist $T = N \cdot \Delta t \approx 10^{10} \text{ s} \approx 530 \text{ Jahre}$

4. Suchen Sie nach Möglichkeiten, wie man die Transportzeit verkürzen könnte.

Antwort: Natürlich könnte man mehrere Atome parallel versenden. Aber um auf Übertragungszeiten in der Größenordnung von Sekunden zu erhalten, müßte man 10^{10} Atome in geordneter Weise simultan übertragen.

5. Atomphysikalische Experimente finden üblicherweise im Vakuum statt. Warum? Welche Probleme könnte die Planetenatmosphäre für den Übertragungsvorgang darstellen?

Antwort: Hier liegt das größte Problem bei der Übertragung von einzelnen Atomen. Ein Strahl aus einzelnen Atomen wird von der Atmosphäre praktisch sofort absorbiert (d. h. die Atome werden durch Stöße gestreut). Hier kann nur eine Übertragung im Vakuum Abhilfe schaffen. (Ist dafür der „ringförmige Sperrstrahl“ zuständig, der im „Next Generation Technical Manual“ erwähnt wird?)

(c) Team 3: Energiebedarf beim Übertragen von Atomen

Das dritte Team hat die Aufgabe, den Energiebedarf des Transporters abzuschätzen. Wieviel Energie braucht man zur Übertragung der einzelnen Atome, in die ein Besatzungsmitglied zerlegt worden ist, zu einer 1000 km entfernten Planetenoberfläche?

1. Atome lassen sich effektiv mit Lasern beschleunigen. Heutzutage erreicht man Beschleunigungen von 10^6 g ($g = 10 \text{ m/s}^2$). Wie lange ist ein Atom bis zur Planetenoberfläche unterwegs, wenn es mit dieser Beschleunigung gleichmäßig beschleunigt wird (Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$)?

Antwort: Nach $s = \frac{1}{2} a t^2$ ergibt sich $t = 0,45 \text{ s}$. Dies ist in Übereinstimmung mit den kurzen Zeiten, die das Beamen in der Fernsehserie benötigt.

2. Welche Endgeschwindigkeit v erreicht das Atom?

Antwort: $v = a t = 4500 \text{ km/s}$. Das Atom muß also erheblich abgebremst werden.

3. Wenn die gesamte Masse eines Menschen von $v_0 = 0$ auf die Geschwindigkeit v beschleunigt wird: Wieviel Energie wird dazu benötigt?

Antwort: Bei $m = 50 \text{ kg}$ ist $W = \frac{1}{2} m v^2 = 5 \cdot 10^{14} \text{ J}$.

4. Der Beamvorgang sollte nicht länger als eine Minute dauern. Welche Leistung wird während dieser Zeit zur Beschleunigung der Materie benötigt? Nehmen Sie an, daß 1% der dem Laser zugeführten Leistung zum Beschleunigen verwendet wird. Welche Leistung müßt man ihm während des Beamvorgangs zuführen? Vergleichen Sie mit der Leistung von 10^9 W , die ein großes Kernkraftwerk liefert.

Antwort: Die zur Beschleunigung aufzuwendende Leistung ist $P_0 = 8 \cdot 10^{12}$ W. Bei einem Wirkungsgrad von 1% entspricht das einer Ausgangsleistung von etwa 10^{15} W. Über den Zeitraum von einer Minute würde man also die Leistung von einer Million Kernkraftwerken benötigen. Man kann diese Leistung reduzieren, indem man die Atome nicht so stark beschleunigt. Der Beamvorgang dauert dann allerdings länger.

6. Bei der gegenseitigen Vernichtung von Materie und Antimaterie wird Energie gemäß $W = m c^2$ freigesetzt (m = Gesamtmasse von Materie und Antimaterie). Welche Masse müßte vernichtet werden, damit die zum Beamen benötigte Energie freigesetzt wird?

Antwort: Um die Energie von $5 \cdot 10^{16}$ J (wieder 1% Wirkungsgrad angenommen) zu erbringen, müßten 0,5 kg Materie und Antimaterie vernichtet werden.

(d) Team 4: Beamen durch Informationsübertragung

Die letzte Gruppe beschäftigt sich mit der Alternative, beim Beamen nur die in einem menschlichen Körper steckende Information zu übertragen. Ein einfaches Verfahren dazu ist das folgende: Der Körper wird in ein Gitter von „Würfeln“ unterteilt, die Atomgröße besitzen (Bild 1). Für jeden Gitterplatz wird der Reihe nach ermittelt, mit welcher Atomsorte er besetzt ist (z. B. Wasserstoff, Sauerstoff, Calcium, Gitterplatz ist leer). Diese Information wird gesendet.

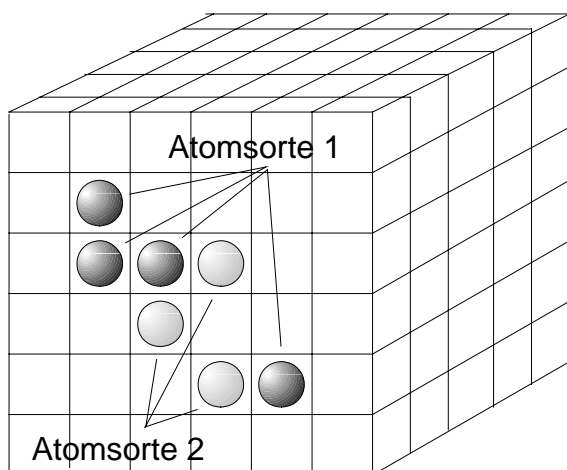


Bild 1: Atome auf Gitterplätzen

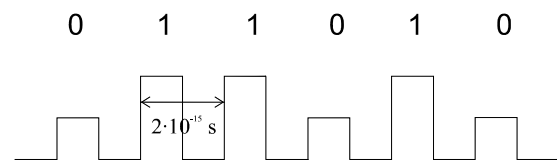


Bild 2: Übertragen von Bits

1. Nehmen Sie an, pro Gitterplatz werden 5 Bit an Information gesendet. Wie viele Atomsorten kann man in diesen 5 Bit codieren?

Antwort: 2^5 Möglichkeiten, also 32 Atomsorten.

2. Wie viele „Würfel“ (Kantenlänge 10^{-9} m) braucht man, um einen Bereich von der Größe des menschlichen Körpers (also ca. $2\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$) zu erfassen? Wie viele Bits müssen also insgesamt gesendet werden?

Antwort: In einer Richtung passen 10^9 Gitterplätze auf einen Meter. Insgesamt muß demnach die Information von $2 \cdot (10^9)^3 = 2 \cdot 10^{27}$ Gitterplätzen gesendet werden, also $5 \cdot 2 \cdot 10^{27}$ Bit = 10^{28} Bit.

3. Ein Bit soll durch einzelne Lichtpulse übertragen werden (Bild 2). Der zeitliche Abstand der Pulse soll $2 \cdot 10^{-15}$ s (Frequenz von sichtbarem Licht) betragen. Berechnen Sie, wie lange die gesamte Informationsübertragung dauert.

Antwort: $T = (\text{Zahl der zu übertragenden Bits}) \cdot (\text{Zeitabstand zwischen zwei Bits}) = 10^{28} \cdot 2 \cdot 10^{-15} = 2 \cdot 10^{13}$ s = 630 000 Jahre.

4. Warum kann man nicht zu wesentlich höheren Frequenzen übergehen? Kennen Sie Beispiele für elektromagnetische Strahlung sehr hoher Frequenz? Welche Eigenschaften hat sie?

Antwort: Um den Beamvorgang in einer Minute abzuschließen, müßten die Pulse einen Zeitabstand von $6 \cdot 10^{-27}$ s besitzen, entsprechend einer Energie im Bereich von 10^{11} eV. Es ist nicht klar, wie Strahlung dieser Energie erzeugt und kontrolliert moduliert werden könnte.

Neben diesen Problemen ist bei dieser Methode völlig unklar, wie aus der Information auf der Planetenoberfläche wieder ein menschlicher Körper wird. Während bei der Übertragung von Materie eine Steuerung des Zusammensetzens vom Raumschiff aus denkbar scheint, ist dies bei der Übertragung von Information allein völlig unplausibel. Mindestens braucht auf dem Planeten man eine Vorrichtung, die die Information empfängt und das Zusammensetzen zu einem Körper steuert. Damit steht man aber wieder vor der Ausgangsfrage: Wie gelangt diese Apparatur auf den Planeten. Wohl aus diesem Grund haben sich die Drehbuchautoren der Serie für die andere Alternative zur Übertragung entschieden.

Zusammen genommen zeigen die Ergebnisse der einzelnen Gruppen, auf welche enormen Schwierigkeiten die Konstruktion eines Materie-Transporters stößt. Dabei muß betont werden, daß es sich bei den meisten der hier diskutierten Probleme nicht um rein technische Probleme handelt, die in Zukunft überwunden werden könnten, sondern um Hindernisse, die die Gesetze der Physik dem Beamen in den Weg legen. Den Schülerinnen und Schülern wird so die räumliche und zeitliche Universalität der Gültigkeit der physikalischen Gesetze nahegebracht.

Die Arbeitsblätter für die vier Gruppen können im Internet unter www.physik.uni-muenchen.de/sektion/didaktik/fundgrube heruntergeladen werden.

Informationskasten: Quanten-Teleportation und das Beamen einzelner Photonen

Wenn man in den Bereich der Quantenmechanik geht, sieht es zunächst so aus, als würden mit der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation alle im Text angestellten Überlegungen hinfällig werden. Voraussetzung für das Beamen ist – so scheint es jedenfalls – das Ermitteln der vollständigen Information über den zu beamenden Körper. Im Falle eines klassischen Teilchens wäre dies die Information über Ort und Impuls. Nach Aussage der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation ist aber genau dies in der Quantenmechanik nicht möglich. Ort und Impuls eines Quantenobjekts können nicht gleichzeitig mit beliebiger Genauigkeit bestimmt werden.

Bedeutet dies das prinzipielle Aus für das Beamen? Stellt die Teleportation einen Verstoß gegen die grundlegenden Prinzipien der Quantenmechanik dar? Für die meisten Physiker bedeutete es eine Überraschung, als 1993 ein theoretischer Vorschlag zur Teleportation von Quantenobjekten gemacht wurde – ohne Verletzung der Unbestimmtheitsrelation [6]. Schon 1997 hatten zwei Forschergruppen die Teleportation einzelner Photonen auch experimentell verwirklicht (einen Überblick über Theorie und Experimente findet man in [7,8]).

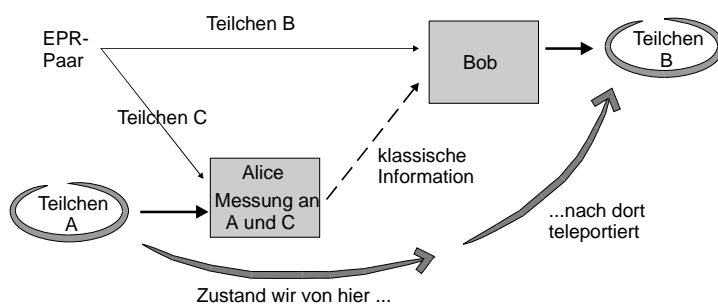


Abb. 3: Prinzip der Quanten-Teleportation

Das Schema der Quanten-Teleportation ist in Abb. 3 gezeigt. Der Zustand eines Quantenobjekts A (nicht das Quantenobjekt selbst) soll von einem Sender (Alice) zu einem Empfänger (Bob) übertragen werden. Zunächst wird nur ein Freiheitsgrad (z. B. der Spin des Teilchens) betrachtet. Alice kennt den Zustand nicht und kann ihn nach Heisenberg auch nicht ohne weiteres durch Messungen ermitteln.

Nun kommt eine der sonderbarsten Eigenschaften der Quantenmechanik ins Spiel: ihre inhärente Nichtlokalität, die 1935 im klassischen Gedankenexperiment von Einstein, Podolsky und Rosen (EPR) zum ersten Mal demonstriert wurde. Die beiden Teilchen B und C

eines Teilchenpaars, das in einem gemeinsamen Zustand präpariert wurde, können auch dann nicht als voneinander unabhängig betrachtet werden, wenn sie (ohne ihren Zustand zu stören) voneinander getrennt wurden und nicht mehr in direkter Wechselwirkung stehen. Mißt man an Teilchen C die z-Komponente des Spins und erhält das Ergebnis „Spin oben“, kann man mit Sicherheit vorhersagen, daß man bei einer Messung am entfernten Teilchen B das Ergebnis „Spin unten“ erhalten wird. Entsprechende Korrelationen ergeben sich auch bei Messungen der anderen Spinkomponenten.

Ein solches EPR-korreliertes Teilchenpaar B und C wird nun auf Bob und Alice aufgeteilt. Die nichtlokalen Korrelationen werden nun ausgenutzt, um den Zustand des Teilchens A bei Alice auf das Teilchen B bei Bob zu übertragen. Dazu muß Alice eine Messung spezieller Art an ihren Teilchen A und C ausführen. Sie darf keine Information über die Spinzustände der *einzelnen* Teilchen A und C liefern, sondern nur über ihre Spinkorrelationen (für Details s. [6] oder [8]). Diese Messung hat (via der nichtlokalen EPR-Korrelationen) auch Einfluß auf Bobs Teilchen B. Das ist bemerkenswert, denn die Messung ist am Ort von Alice durchgeführt worden; Bob muß davon noch nicht einmal etwas gemerkt haben. Diese „Zustandsveränderung aus der Ferne“ ist charakteristisch für die nichtlokalen Zustände der Quantenmechanik.

Bei ihrer Messung erhält Alice eines von mehreren möglichen Meßergebnissen. Sie muß Bob (auf klassischem Weg) dieses Ergebnis mitteilen. Daraufhin kann Bob – je nach mitgeteiltem Ergebnis – eine wohldefinierte Operation an seinem Teilchen B ausführen. Daraufhin besitzt es, wie die Theorie zeigt, den gleichen Spinzustand wie Alices Teilchen A vor der Aktion. Die Teleportation ist abgeschlossen, der Zustand von Alices Teilchen A ist auf Bobs Teilchen B übertragen worden. (Übrigens ist bei dem Prozeß keine Signalübertragung mit Überlichtgeschwindigkeit möglich, da die auf herkömmlichem Weg gesendete Botschaft von Alice zu Bob nötig ist.)

Inzwischen ist es trotz der experimentellen Schwierigkeiten bei der Herstellung von EPR-korrelierten Teilchenpaaren und der Durchführung von Alices Messung mehreren Gruppen gelungen, die Quanten-Teleportation im Experiment zu realisieren. Sowohl die Forschergruppe um F. De Martini an der Universität Rom als auch die Gruppe um A. Zeilinger (Innsbruck) konnten die Polarisationszustände einzelner Photonen teleportieren. eine Übersicht über diese Experimente findet man in [7].

3. Das Quantenspiel

Franz Embacher, Gregor Weihs

Seit einigen Jahren hat das Gebiet der Quanteninformation und der grundlegenden Fragestellungen und Experimente dazu einen enormen Aufwind erfahren. Ein Teil der Faszination, die von den darin behandelten Fragen ausgeht, kann mit folgendem einfachen Spiel illustriert werden:

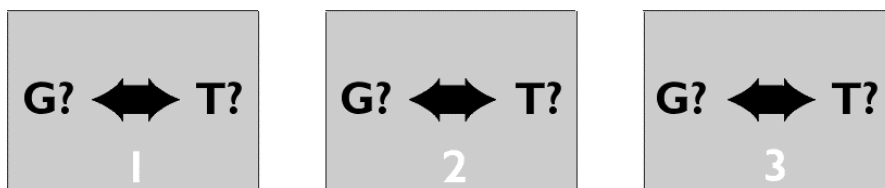


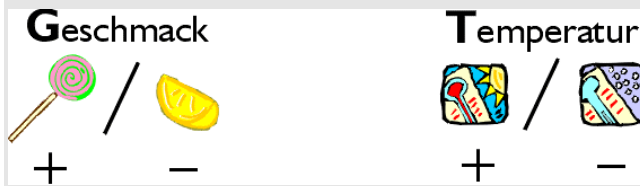
Abbildung 1: Drei Räume in denen die Teilnehmer unabhängig voneinander befragt werden. Der Spielleiter stellt jeder/m eine Frage, entweder die Geschmacksfrage (G?) oder die Temperaturfrage (T?).

In diesem Spiel geht es um einen Spielleiter/Quizmaster und drei Kandidaten. Der Spielleiter gibt einige Regeln vor und stellt danach den Kandidaten gewisse Fragen. Die Kandidaten dürfen ihre Strategie vor der Befragung besprechen. Wichtig ist, daß die Fragen bzw. die Antworten darauf an sich keine Bedeutung haben. Den verschiedenen Antworten ordnen wir nach einem sehr einfachen Schema Zahlen zu.

Der Spielleiter erklärt also den Kandidaten:

In diesem Spiel gibt es zwei Arten von Fragen, die je zwei Antworten haben. Die eine ist die Frage nach dem Geschmack (G?) einer von euch gewünschten Speise. Die andere Frage bezieht sich dagegen auf die Temperatur (T?) derselben. Für beide Fragen gibt es jeweils nur zwei zulässige Antworten, nämlich süß und sauer bzw. heiß und kalt, wobei wir den zwei Möglichkeiten jeweils die Zahlen +1 und -1 zuordnen. Jede(r) bekommt nur eine der zwei Fragen, wobei ich entweder nur *eine(n)* oder *alle drei* von euch nach dem Geschmack (G?) fragen werde. Ihr werdet unabhängig gefragt werden, und könnt euch nur vorher über die möglichen Antworten beraten. Es spielt nun keine Rolle, was ein einzelner von euch antwortet, denn ob ihr gewinnt oder

verliert, entscheidet nur die Kombination (das Produkt der Zahlen) aller eurer Antworten.



In folgenden Fällen könnt ihr gewinnen: Falls ich nur einen von Euch nach dem Geschmack (**G?**) frage, muß das Produkt eurer Antworten +1 sein. Falls ich alle drei von Euch nach der Temperatur frage, muß das Produkt eurer Antworten -1 sein.

Ihr könnt nun eure Strategie besprechen und anschließend werde ich euch getrennt voneinander befragen.

Es sollte sich nach mehreren Versuchen herausstellen, daß es *keine* Strategie gibt, mit welcher man *auf jeden Fall* gewinnen kann.

Nun gibt es in der Natur physikalische Systeme, die dieselbe logische Struktur aufweisen wie das Quantenspiel, es aber auf rätselhafte Weise schaffen, immer zu gewinnen! Es sind dies Systeme, die mit Hilfe der Quantenphysik beschrieben werden. Ein einfaches Beispiel für ein solches System besteht aus drei Teilchen, z. B. Elektronen oder Photonen, die in einem Elementarteilchen-Prozeß (dessen Details uns hier nicht interessieren) erzeugt werden und in drei verschiedene Richtungen wegfliegen. Nach einiger Zeit – sagen wir einer Minute – trifft jedes Photon in ein Labor und wird „vermessen“.

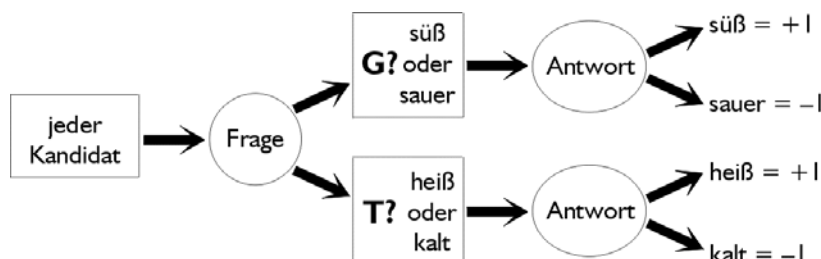


Abbildung 2: Ablaufplan des Spiels für eineN einzelneN SpielerIn. Dieser Ablauf gilt für jedeN der SpielerInnen individuell unabhängig.

An jedes der Teilchen können verschiedene physikalische Fragen gestellt werden. Photonen und Elektronen haben einen Spin – dieser ist ein Vektor, hat also drei Komponenten, die wir σ_x , σ_y und σ_z nennen. Sie sind Observable (Meßgrößen) deren Wert in geeigneten experimentellen Anordnungen gemessen werden kann. Eine mögliche Frage an ein Teilchen

ist: Wie groß ist die x -Komponente deines Spins? Diese Frage entspricht einer Messung der Observable σ_x . Die Quantentheorie (und das Experiment) sagen uns, daß die Antwort auf diese Frage (in Vielfachen der Planck'schen Konstante \hbar für Photonen und $\hbar/2$ für Elektronen) nur $+1$ (Spin zeigt nach rechts) oder -1 (nach links) sein kann. Es kann auch nach dem Wert der y -Komponente σ_y gefragt werden, und wieder kann die Antwort nur $+1$ (nach vorne) oder -1 (nach hinten) lauten, und dasselbe gilt für σ_z (nach oben bzw. nach unten). Allerdings können nicht zwei dieser Fragen gleichzeitig gestellt werden: Wird zum Beispiel ein bestimmter Wert für σ_z gemessen, so haben die beiden anderen Komponenten σ_x und σ_y unbestimmte Werte. Das ist ein ähnlicher Sachverhalt wie die Unschärferelation zwischen Ort und Impuls.

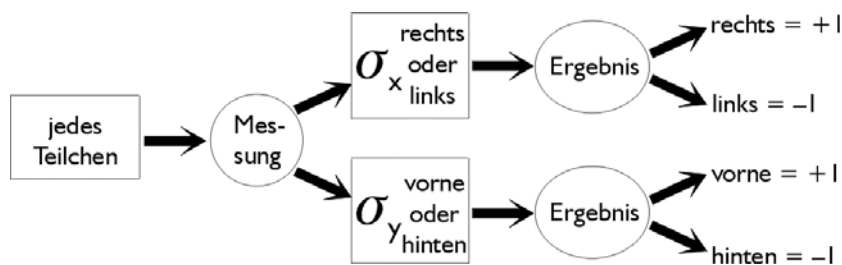


Abbildung 4: Ablaufdiagramm eines dem Spiel analogen Experiments mit drei verschränkten Teilchen.

Hat ein Teilchen einen wohlbestimmten Wert der z -Komponente des Spins, so ist es – quantenmechanisch ausgedrückt – in einem *Eigenzustand* der Observable σ_z . Hat σ_z den Wert $+1$, so wird der Zustand mit $|\uparrow\rangle$, hat σ_z den Wert -1 , so wird der Zustand mit $|\downarrow\rangle$ bezeichnet. Da $|\uparrow\rangle$ kein Eigenzustand einer der anderen Observablen σ_x oder σ_y ist, haben diese – wenn das Teilchen im Zustand $|\uparrow\rangle$ ist – keine scharfen Werte, und dasselbe gilt für $|\downarrow\rangle$. In der Quantentheorie sind die drei Spin-Komponenten *Operatoren*: sie werden durch die *Pauli'schen Spin-Matrizen* dargestellt.

Nun haben wir in unserem System *drei* Teilchen. Wir numerieren sie als (1), (2) und (3) durch. Die entsprechenden Spin-Komponenten bezeichnen wir, indem wir die Nummer des Teilchens dranhängen: so wird beispielsweise die x -Komponente des Spins des zweiten Teilchens als $\sigma_x^{(2)}$ bezeichnet. Wir wollen weiters annehmen, daß sie sich in einem ganz bestimmten Zustand befinden. Mit Hilfe der modernen Experimentiertechnik ist es möglich, Photonen in einem Zustand zu erzeugen, der in der quantenmechanischen Schreibweise als

$$\psi = |\uparrow\rangle^{(1)} \otimes |\uparrow\rangle^{(2)} \otimes |\uparrow\rangle^{(3)} - |\downarrow\rangle^{(1)} \otimes |\downarrow\rangle^{(2)} \otimes |\downarrow\rangle^{(3)}$$

dargestellt wird und GHZ-Zustand heißt [9, 10]. Er ist eine Superposition aus zwei Zuständen: im ersten Summanden sind die z-Komponenten aller drei Spins genau bestimmt und haben jeweils den Wert +1, und im zweiten sind die z-Komponenten ebenfalls genau bestimmt und haben jeweils den Wert -1.

Die PhysikerInnen in den drei Labors, in denen die drei Teilchen eintreffen, entscheiden nun ganz nach Lust und Laune in letzter Sekunde, ob sie die x- oder die y-Komponente des Spins messen wollen. Da die Labors sehr weit voneinander entfernt sind, und da die Lichtgeschwindigkeit die Obergrenze für Nachrichtenübermittlung darstellt, besteht keine Verabredungsmöglichkeit – weder für die Menschen, noch für die Teilchen. Hier ergibt sich die Analogie zum Quantenspiel. Jede Messung einer Spinkomponente ist eine Frage an ein Teilchen:

Spiel	Physik
Quizmaster	ExperimentatorInnen
KandidatInnen	Teilchen
Frage	Messung
Geschmack	Spinmessung in x-Richtung
Temperatur	Spinmessung in y-Richtung
Antwort	Messergebnis
süß / sauer	Rechts / links
heiß / kalt	Vorne / hinten
Getrennte Befragung	Lokalitätsannahme
Strategie	Verborgene Parameter

Das Experiment wird öfters wiederholt, mit jeweils anderen Teilchentripeln, die aber immer im Zustand ψ erzeugt werden. Danach findet eine Konferenz statt, auf der die "Antworten" der Teilchen analysiert werden – und die Köpfe rauchen, denn die WissenschaftlerInnen müssen feststellen, daß alle Teilchentripel das Quantenspiel gewonnen haben [11].

1. Wann immer nur *ein* Teilchen nach seinem Wert von σ_x gefragt worden ist (und die beiden anderen nach ihren Werten von σ_y) ist das Produkt aller drei Antworten +1.
2. Wann immer *alle drei* Teilchen nach ihrem Wert von σ_x gefragt worden sind, ist das Produkt aller drei Antworten -1.

Die Gesetze der Quantenphysik sind uns nicht immer verständlich, da sie unserer Intuition widersprechen. Wir können aber den mathematischen Formalismus verwenden, um die Sachlage zu analysieren. Beide Resultate 1 und 2 werden von der Quantentheorie vorausgesagt. Sie sind nur eine verbale Formulierung der Tatsache, daß für den Zustand ψ die vier Eigenwertgleichungen

1. $\sigma_x^{(1)} \sigma_y^{(2)} \sigma_y^{(3)} \psi = \sigma_y^{(1)} \sigma_x^{(2)} \sigma_y^{(3)} \psi = \sigma_y^{(1)} \sigma_y^{(2)} \sigma_x^{(3)} \psi = \psi$
2. $\sigma_x^{(1)} \sigma_x^{(2)} \sigma_x^{(3)} \psi = -\psi$

gelten. Wer mit den Pauli'schen Spin-Matrizen ein bißchen umgehen kann, kann sie leicht nachprüfen.

Die Sache hat aber auch noch eine weitere Schattierung: Auf besagter Konferenz sind auch Verfechter der Ansicht, daß die *Unschärfen* der Quantentheorie nur unsere *Unkenntnis* darstellen, vertreten. Diese haben nun einen schweren Rückschlag erlitten: Wenn die drei Teilchen unmittelbar nach ihrer Erzeugung bereits scharfe Spinkomponenten haben (die wir nur nicht *kennen* und mit s statt σ bezeichnen), kann das Resultat 1 in der Form

$$s_x^{(1)} s_y^{(2)} s_y^{(3)} = s_y^{(1)} s_x^{(2)} s_y^{(3)} = s_y^{(1)} s_y^{(2)} s_x^{(3)} = +1$$

angeschrieben werden. Die σ 's stellen dann ganz gewöhnliche Zahlen dar, die jeweils entweder -1 oder +1 sind. Nun multiplizieren wir diese drei Ausdrücke, die ja jeweils 1 sind, und benützen die Tatsache, daß das Quadrat jedes σ 's gleich 1 ist. Nach einer kleinen Kopfrechnung erhalten wir

$$s_x^{(1)} s_x^{(2)} s_x^{(3)} = +1$$

was besagt, daß das Produkt der Antworten immer dann, wenn *alle drei* Teilchen nach ihrem Wert von σ_x gefragt worden sind, +1 sein sollte – im Widerspruch zum tatsächlichen (experimentell bestätigten) Verhalten der Teilchen. Auf diese Weise wird die These, die Meßwerte der Teilchenspins stünden im bereits im Voraus fest, experimentell widerlegt. (Eine

solche These heißt *lokal-realistische Theorie*). Die Quantentheorie hat gewonnen, und sie ist bislang aus allen derartigen Wettkämpfen als Siegerin hervorgegangen.

Unsere drei Teilchen (und auch andere physikalische Systeme, die durch die Quantentheorie beschrieben werden) zeigen eine ausgeklügeltere "Kooperationsfähigkeit" als dies im Rahmen der klassischen Physik (und im Quantenspiel, wenn Menschen es spielen) möglich wäre. Und sie tun dies, *ohne* sich vorab auf bestimmte Antworten abzusprechen! Da es keinerlei Hinweise auf überlichtschnelle Nachrichtenübermittlung gibt, müssen wir davon ausgehen, daß sie sich auch später nicht verabreden!

Man nennt Zustände wie ψ , die derartige Eigenschaften aufweisen, *verschränkt*. Ein verschränkter Zustand muß als Einheit (ganzheitlich) betrachtet werden. Auch wenn Teilchen weit voneinander entfernt sind, dürfen sie nicht ohne Weiteres als voneinander unabhängig betrachtet werden, wie ihr erfolgreiches Abschneiden im Quantenspiel zeigt.

Literatur

- [1] *Sextl, R./Schmidt, H.K.*: Raum-Zeit-Relativität. Vieweg, Braunschweig (1978)
- [2] *Fischler, H (Hrsg.)*: Quantenphysik in der Schule. Institut für Pädagogik der Naturwissenschaften, Kiel (1992)
- [3] *Pospiech, G.*: Ein neuer Lehrgang für Quantenphysik in der Lehrerbildung. In: Zur Didaktik der Physik und Chemie, Bd. L19. Leuchtturm-Verlag, 1999, S 280-288
- [4] *Mermin, N.D.*: Is the moon there when nobody looks? Reality and quantum theory. In: Physics today, April 1985
- [5] *L. M. Krauss*: Die Physik von Star Trek, Heyne, München, 1996.
- [6] *Bennett, C. H. / Brassard, G./ Crépeau, C./ Josza, R./ Peres, A./ Wootters, W.K.*: Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels, Phys. Rev. Lett. **70**, 1895 (1993).
- [7] *Collins, G.P.*: Quantum Teleportation Channels Opened in Rome and Innsbruck. In: Physics Today 2/1998, S. 18
- [8] *Müller, R./ Wiesner, H.*: Wie das Beamen funktioniert. Erscheint in Physik in der Schule (1999).
- [9] *Greenberger, D.M., Horne, M. und Zeilinger, A.*: Going beyond Bell's theorem, in Bell's Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe, M. Kafatos, Hrsg., Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands, 1989, pp. 69–72.

[10] *Mermin, N. D.*: What's wrong with these elements of reality?, *Phys. Today* **43** (1990), pp. 9–11

[11] *Bouwmeester, D./ Pan, J.W. / M. Daniells / M., Weinfurter / H. / Zeilinger, A.*: Observation of a three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger state, *Phys. Rev. Lett.*, **82** (1999), pp. 1345–1349.

Internet-Hinweise

<http://merlin.mpi.univie.ac.at/~fe/quant.htm>

<http://www.quantum.imovoe.ac-at>

Autorenhinweise

Dr. Franz Embacher

e-mail: fe@ap.univie.ac.at

Dr. Rainer Müller

Didaktik der Physik, Universität München

D-80799 München, Schellingstr. 4

e-mail: rainer.mueller@physik.uni-muenchen.de

Mag. Helga Stadler

Institut für Theoretische Physik der Universität Wien

A-1090 Wien, Boltzmanng. 5

e-mail: Helga.Stadler@univie.ac.at

Dr. Gregor Weihs

Institut für Experimentalphysik der Universität Wien

A-1090 Wien, Boltzmanng. 5

e-mail: Gregor.Weihs@univie.ac.at