

LV069:LV-Uebersicht/WS15 16/Integrieren (Stammfunktionen, bestimmte Integrale, Hauptsatz der Analysis)

Aus Wiki der Fakultät für Physik Universität Wien

< LV069:LV-Uebersicht | WS15 16

Inhaltsverzeichnis

- 1 Vorkurs Physikstudium/Mathematik-Teil
- 2 Integrieren (Stammfunktionen, bestimmte Integrale,Hauptsatz der Analysis)
 - 2.1 Input 1
 - 2.2 Aufgaben
 - 2.3 Input 2
 - 2.4 Aufgaben
 - 2.5 Input 3
 - 2.6 Aufgaben

Vorkurs Physikstudium/Mathematik-Teil

Integrieren (Stammfunktionen, bestimmte Integrale,

Hauptsatz der Analysis)

Input 1

Die Flächeninhaltsfunktion F und ihre bemerkenswerte Eigenschaft $F' = f$. Stammfunktion (unbestimmtes Integral).

Aufgaben

- Geben Sie **drei** Stammfunktionen von $f(x) = x^2$ an!
- Es gilt $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 - 3}{x + 1} \right) = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x + 1)^2}$. (Wer's nicht glaubt, rechnet nach!)

Geben Sie ohne weitere Berechnung **drei** Stammfunktionen von $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x + 1)^2}$ an!

- Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

- $\int dx (2x^2 - 3x + 1) =$

- $\int du (Au^4 + b^2u - K) =$

- $\int dy \sin y =$

- $\int d\beta \cos \beta =$

- $\int d\xi e^\xi =$

- $\int d\xi e^{-\xi} =$

Input 2

Nochmals Flächeninhaltsfunktion, bestimmte Integrale, Hauptsatz der Analysis:

$$\int_a^b dx f(x) = F(b) - F(a) .$$

Aufgaben

- Beweisen Sie: Werden zur Berechnung eines bestimmten Integrals mit dem Hauptsatz der Analysis *verschiedene* Stammfunktionen verwendet, so kommt dennoch jedesmal das Gleiche heraus!

- Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

- $\int_0^1 dx (2x^2 - 3x + 1) =$

- $\int_{-1}^2 du (Au^4 + b^2u - K) =$

- $\int_0^\pi dy \sin y =$

- $\int_0^\pi d\beta \cos \beta =$

- $\int_{-a}^a d\xi e^\xi =$

- $\int_{-a}^a d\xi e^{-\xi} =$

- *Peer instruction*: Welche der folgenden Aussagen gilt für jede differenzierbare Funktion f ?

- A: $\int_a^b dx f(x) = f'(b) - f'(a)$

- B: $\int_a^b dx f(x) = \lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- C: $\int_a^b dx f'(x) = f'(b) - f'(a)$
- D: $\int_a^b dx f'(x) = f(b) - f(a)$

Input 3

Das bestimmte Integral als Grenzwert von Summen, physikalische Anwendungen. "Weg = Geschwindigkeit mal Zeit", "Arbeit = Kraft mal Weg",... sind in Wirklichkeit Integrale! Strickmuster

$$Z = \frac{dY}{dX} \approx \frac{\Delta Y}{\Delta X} \iff Y = \int Z dX \approx \sum Z \Delta X$$

Die Begriffe "Differential" und "infinitesimal".

Aufgaben

- Durch Beobachtung des Tachometers eines (geradlinig) fahrenden Autos wurde ermittelt, dass die Geschwindigkeit zwischen den Zeitpunkten $t_1 = 0$ und $t_2 = 2$ durch die Funktion $v(t) = 2t - t^2$ beschrieben werden kann.
 - Beschreiben Sie in Worten und mittels einer Skizze, wie die Geschwindigkeit verlaufen ist!
 - Welche Entfernung wurde in dem angegebenen Zeitintervall zurückgelegt?
- Für eine geradlinie Bewegung unter dem Einfluss einer Kraft wird im Physikunterricht die Formel "Arbeit = Kraft mal Weg" angegeben: $W = F x$. Sie gilt aber nur, wenn die Kraft F konstant ist. Wie müsste sie geändert werden, wenn die Kraft vom Ort abhängt? Tipp: Welche der Größen W , F und x ist klein ("infinitesimal"), wenn nur eine kleine ("infinitesimale") Strecke zurückgelegt wird?

Von „[https://www.univie.ac.at/physikwiki/index.php/LV069:LV-Uebersicht/WS15_16/Integrieren_\(Stammfunktionen,_bestimmte_Integrale,_Hauptsatz_der_Analysis\)](https://www.univie.ac.at/physikwiki/index.php/LV069:LV-Uebersicht/WS15_16/Integrieren_(Stammfunktionen,_bestimmte_Integrale,_Hauptsatz_der_Analysis))“

- Diese Seite wurde zuletzt am 11. Juli 2015 um 23:39 Uhr geändert.