

LV069:LV-Uebersicht/WS15 16/Exponential- und Logarithmusfunktionen, Vertiefung des Zusammenhangs Funktionsterm und Graph

Aus Wiki der Fakultät für Physik Universität Wien

< LV069:LV-Uebersicht | WS15 16

Inhaltsverzeichnis

- 1 Vorkurs Physikstudium/Mathematik-Teil
- 2 Exponential- und Logarithmusfunktionen, Vertiefung des Zusammenhangs Funktionsterm und Graph
 - 2.1 Input 1
 - 2.2 Aufgabe
 - 2.3 Input 2
 - 2.4 Aufgaben
 - 2.5 Input 3
 - 2.6 Aufgaben
 - 2.7 Input 4
 - 2.8 Aufgabe
 - 2.9 Input 5
 - 2.10 Aufgaben
 - 2.11 Input 6
 - 2.12 Input 7
 - 2.13 Aufgaben
 - 2.14 Ergänzungsaufgabe

Vorkurs Physikstudium/Mathematik-Teil

Exponential- und Logarithmusfunktionen,

Vertiefung des Zusammenhangs Funktionsterm und Graph

Input 1

Exponentialfunktionen ($x \mapsto a^x$), die Eulersche Zahl e (siehe Die Eulersche Zahl e (<http://www.mathe-online.at/mathint/log/i.html#e>), Applet und Exkurs).

Aufgabe

- Eine Bakterienkultur besteht zu Beginn aus 100 Bakterien. Sie verdoppelt sich alle 20 Minuten. Wie viele Bakterien gibt es nach t Stunden? Stellen Sie eine Formel dafür auf!

Input 2

Rechengesetze: $a^{x+y} = a^x a^y$, $(a^x)^y = a^{xy}$ und $(ab)^x = a^x b^x$.

Aufgaben

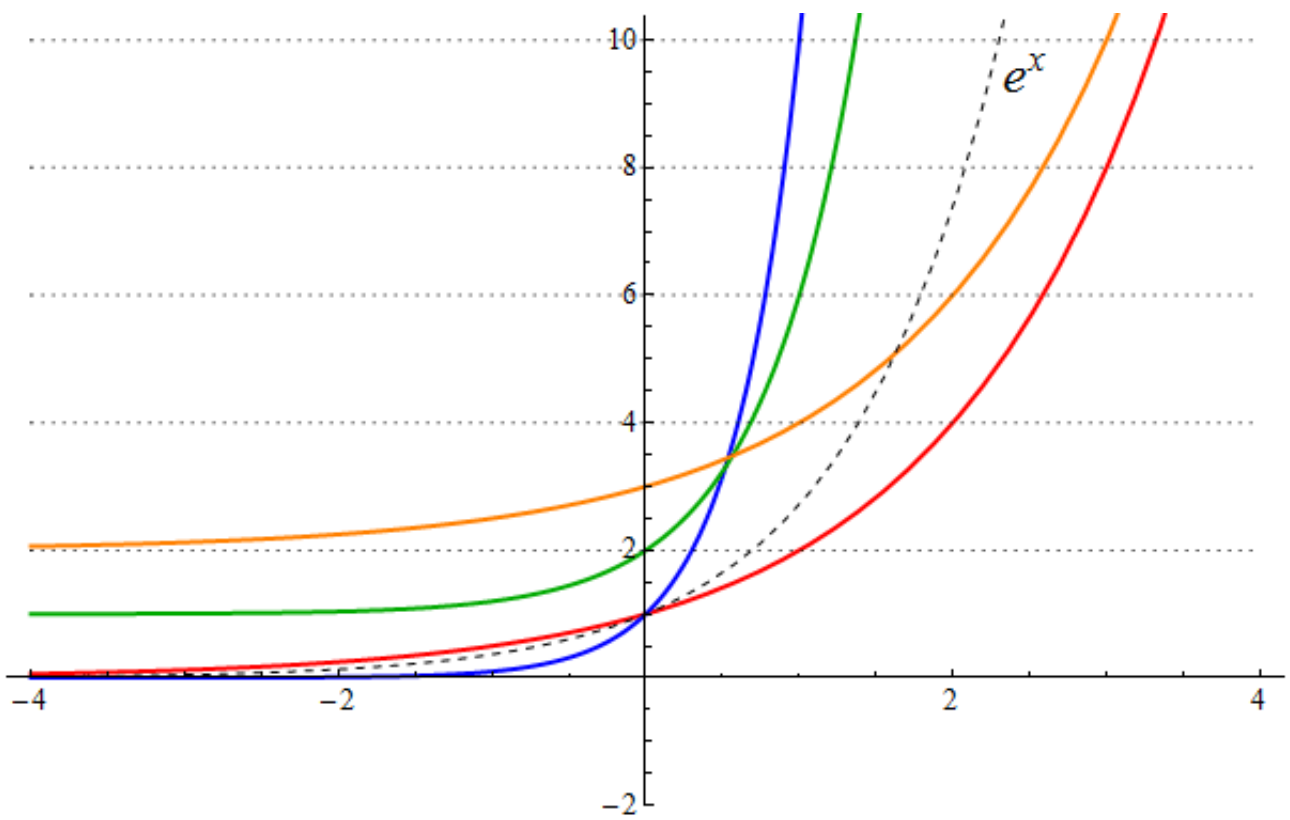
- Sei $f(x) = 3^x$. Beweisen Sie, dass $f(x+1) = 3 f(x)$ für alle x ! Was bedeutet dieser Sachverhalt? Beschreiben Sie ihn in Worten!
- Sei $g(x) = e^{cx}$ mit einer Konstanten c . Um welchen Faktor ändert sich der Funktionswert von g , wenn x um Δx erhöht wird?
- Worin unterscheidet sich das Wachstumsverhalten einer linearen Funktion ($x \mapsto kx$ mit $k > 0$) von dem einer Exponentialfunktion ($x \mapsto a^x$ mit $a > 1$)? Wie kann dieser Unterschied in Worten am besten charakterisiert werden?
- Multiple-Choice-Test Wie schnell ändert sich... (<http://www.mathe-online.at/tests/log/wieschnell.html>)

Input 3

Die Graphen der Exponentialfunktionen (siehe Graphen einiger Exponential- und Logarithmusfunktionen (<http://www.mathe-online.at/galerie/fun2/fun2.html#graphenel>)).

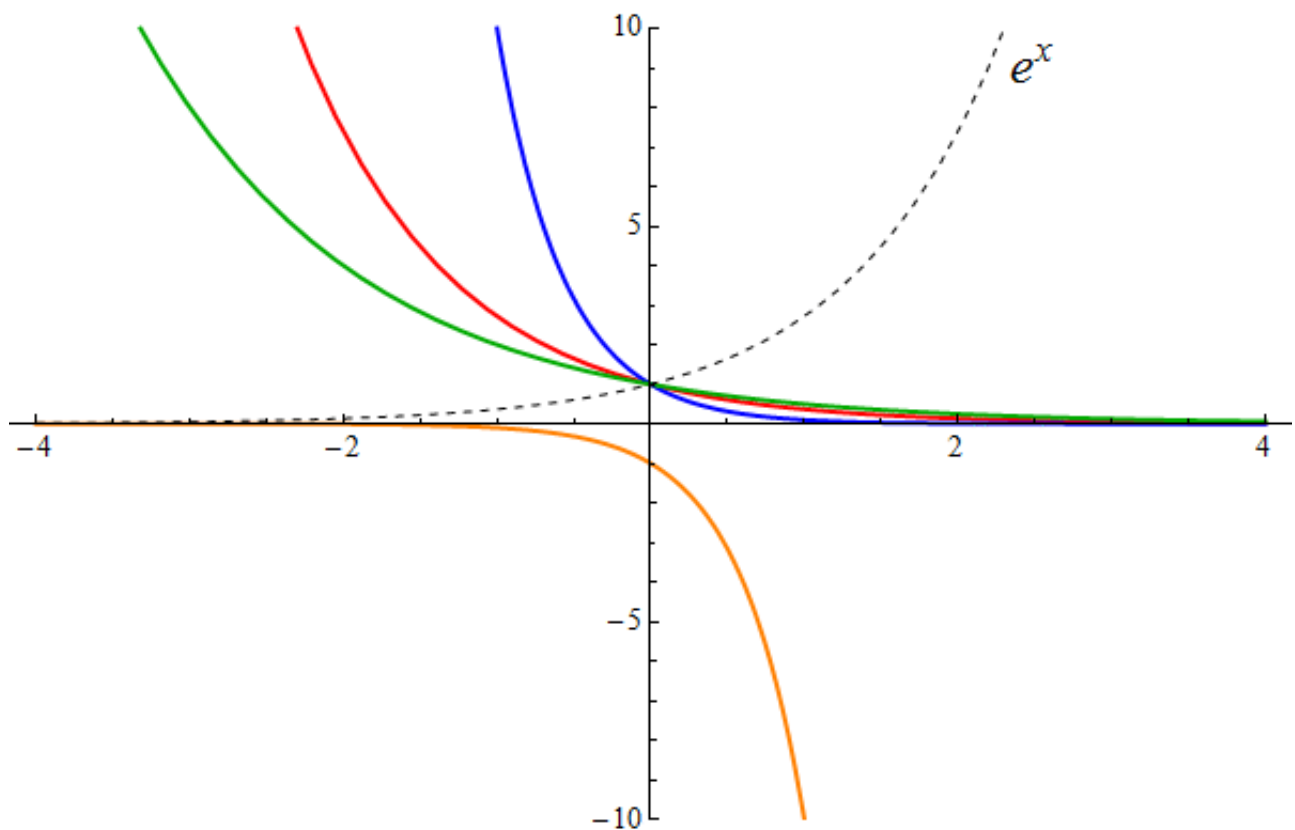
Aufgaben

- *Peer instruction*: Welche der Kurven stellt den Graphen der Funktion $x \mapsto 2^x$ dar?



- A: die rote
- B: die blaue
- C: die grüne
- D: die orange

- *Peer instruction:* Welche der Kurven stellt den Graphen der Funktion $x \mapsto 10^{-x}$ dar?



- A: die rote

- B: die blaue
 - C: die grüne
 - D: die orange
-
- Skizzieren Sie in *einem* Diagramm die Graphen der Funktionen $x \mapsto e^x$ und $x \mapsto x^2$! Wie unterscheidet sich das Wachstumsverhalten dieser beiden Funktionen für große x ?
 - Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen $x \mapsto e^{x^2}$ und $x \mapsto e^{-x^2}$!

Input 4

Logarithmus ($a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$), dekadischer Logarithmus (\lg) und natürlicher Logarithmus (\ln).

Aufgabe

- Ermitteln Sie:
 - $\lg(1 \text{ Million}) =$
 - $\ln(e^3) =$
 - $\ln(e^{-\lambda t}) =$

Input 5

Rechengesetze für den Logarithmus: $\ln(xy) = \ln x + \ln y$ und $\ln(x^c) = c \ln x$, Exponentialgleichungen.

Aufgaben

- Lösen Sie die Gleichung $3^{x-1} = 5$!
- Radioaktiver Zerfall: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$. Berechnen Sie die Halbwertszeit!

Input 6

Nützliche Formel: $a^x = e^{x \ln a}$.

Input 7

Graphen der Logarithmusfunktionen (siehe Graphen einiger Exponential- und Logarithmusfunktionen (<http://www.mathe-online.at/galerie/fun2/fun2.html#graphenel>)).

Aufgaben

- Skizzieren Sie in *einem* Diagramm die Graphen der Funktionen $x \mapsto \ln x$ und $x \mapsto \sqrt{x}$!
Wie unterscheidet sich das Wachstumsverhalten dieser beiden Funktionen für große x ?

Ergänzungsaufgabe

Der Luftdruck nimmt mit zunehmender Höhe exponentiell nach dem Gesetz $p(h) = p_0 \cdot e^{-h\lambda}$ ab. Er beträgt bei einer Seehöhe von 0 Meter (Meeresniveau) ca. 1000mbar. Auf einer Seehöhe von 5500m beträgt er nur noch 50% des Luftdruckes auf Meeresniveau.

- Berechnen Sie die Konstante λ (auf 6 Dezimalstellen genau)!
- Wie groß ist der Luftdruck am Großglockner (3797 m), am Geschriebenstein (884m) und am Mount Everest (8848 m)?
- Skizzieren Sie die Abnahmekurve!
- Die kritische Schwelle ist jene Höhe, in der der menschliche Körper nicht mehr mit genügend Sauerstoff versorgt werden kann und liegt dort, wo der Luftdruck nur mehr 40% des Wertes auf Meeresniveau beträgt. Berechnen Sie, bei wie viel m Seehöhe die kritische Schwelle liegt!

Lösungen:

- $\lambda = 0,000126$
 $p(h) = p_0 \cdot e^{-h \cdot 0,000126}$
- Großglockner: $p(h) = 1000 \cdot e^{-3797 \cdot 0,000126} = 619,76 \text{ mbar}$
Geschriebenstein: $p(h) = 1000 \cdot e^{-884 \cdot 0,000126} = 894,6 \text{ mbar}$
Mount Everest: $p(h) = 1000 \cdot e^{-8848 \cdot 0,000126} = 327,97 \text{ mbar}$
- $0,4 = 1 \cdot e^{-h \cdot 0,000126}$
 $h = 7272,15 \text{ m}$

Von „https://www.univie.ac.at/physikwiki/index.php/LV069:LV-Uebersicht/WS15_16/Exponential-und_Logarithmusfunktionen,_Vertiefung_des_Zusammenhangs_Funktionsterm_und_Graph“

- Diese Seite wurde zuletzt am 11. Juli 2015 um 23:35 Uhr geändert.