

Kosmologie: Die Expansion des Universums

Didaktik der Astronomie
SS 2008

Franz Embacher

Fakultät für Physik
Universität Wien

13 Aufgaben

Kosmologisches Prinzip, Skalenfaktor, Rotverschiebung

Kosmologisches Prinzip: Das Universum ist (im Großen) homogen und isotrop.

→ Expansion des Universums = gleichmäßige „Dehnung“ aller Längen (z.B. Entfernungen zwischen Galaxien) im Universum

Skalenfaktor: $a(t) = \frac{\text{Entfernung zur Zeit } t}{\text{Entfernung heute}}$

Rotverschiebung des heute empfangenen Lichts:

$$z = \frac{\lambda_{\text{beobachtet}} - \lambda_{\text{emittiert}}}{\lambda_{\text{emittiert}}}$$

Zusammenhang der Rotverschiebung mit dem Skalenfaktor zur Zeit der Lichtaussendung:

$$a = \frac{1}{1 + z}$$

Standardmodell der Kosmologie

Aus den Grundgleichungen der Kosmologie folgt:

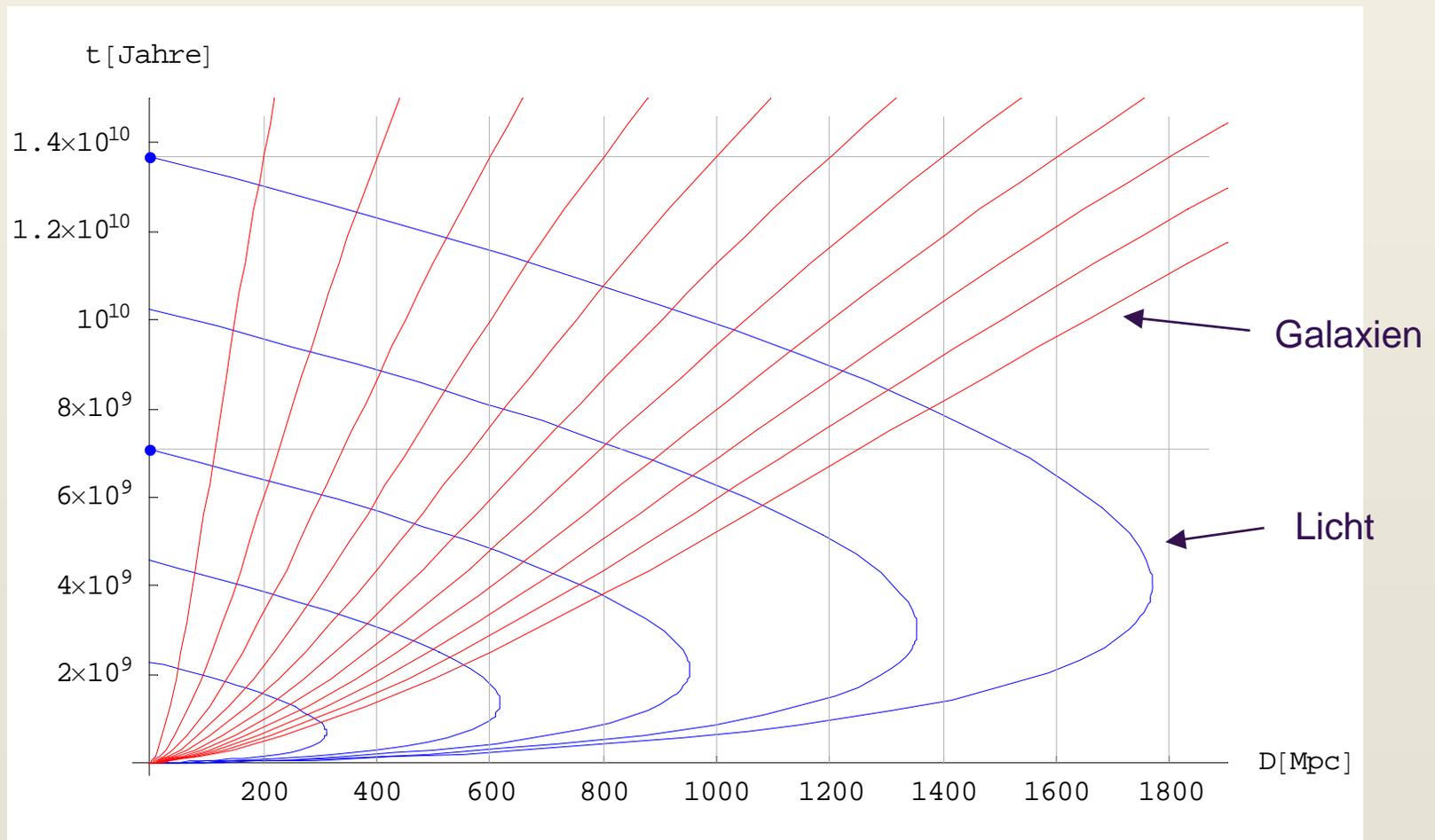
- Materie und Strahlung *bremsen* die Expansion des Universums.
- Eine nichtverschwindende Energiedichte des Vakuums *beschleunigt* die Expansion des Universums!

Das moderne Standardmodell der Kosmologie:

- Das Vakuum besitzt eine nichtverschwindende (positive) Energiedichte (**dunkle Energie**, kosmologische Konstante).
- Die Energiedichte des Vakuums beträgt (heute) etwa 73% der gesamten Energiedichte des Universums. Das heutige Universum ist *vakuumdominiert* und **expandiert beschleunigt**.

Raumzeit-Diagramm

Raumzeit-Diagramm des Standardmodells der Kosmologie:



Aufgaben 1 - 3

1. Welche Entfernung hatte (gemäß dem Standardmodell) eine Galaxie, die heute **800 Mpc** von uns entfernt ist, **vor zehn Milliarden Jahren**? Zu welcher Zeit war diese Galaxie **600 Mpc** von uns entfernt?
2. Bestimmen Sie mit Hilfe des Raumzeit-Diagramms die Werte **$a(2 \times 10^9 \text{ Jahre})$** und **$a(1.2 \times 10^{10} \text{ Jahre})$** des Skalenfaktors!
3. Das **Hubble-Gesetz** lautet: $v_0 = H_0 D_0$, wobei
 - D_0 = (heutige) Entfernung einer Galaxie,
 - v_0 = (heutige) Fluchtgeschwindigkeit dieser Galaxie
 - = (heutige) zeitliche Änderungsrate der Entfernung,
 - H_0 = Hubble-Konstante.

Bestimmen Sie H_0 näherungsweise durch Vermessungen am Raumzeit-Diagramm! Geben Sie diese Größe in Einheiten **$(\text{km/s})/\text{Mpc}$** an! Wie könnte man SchülerInnen nahe bringen, was „ $(\text{km/s})/\text{Mpc}$ “ bedeutet?

Aufgaben 4 - 7

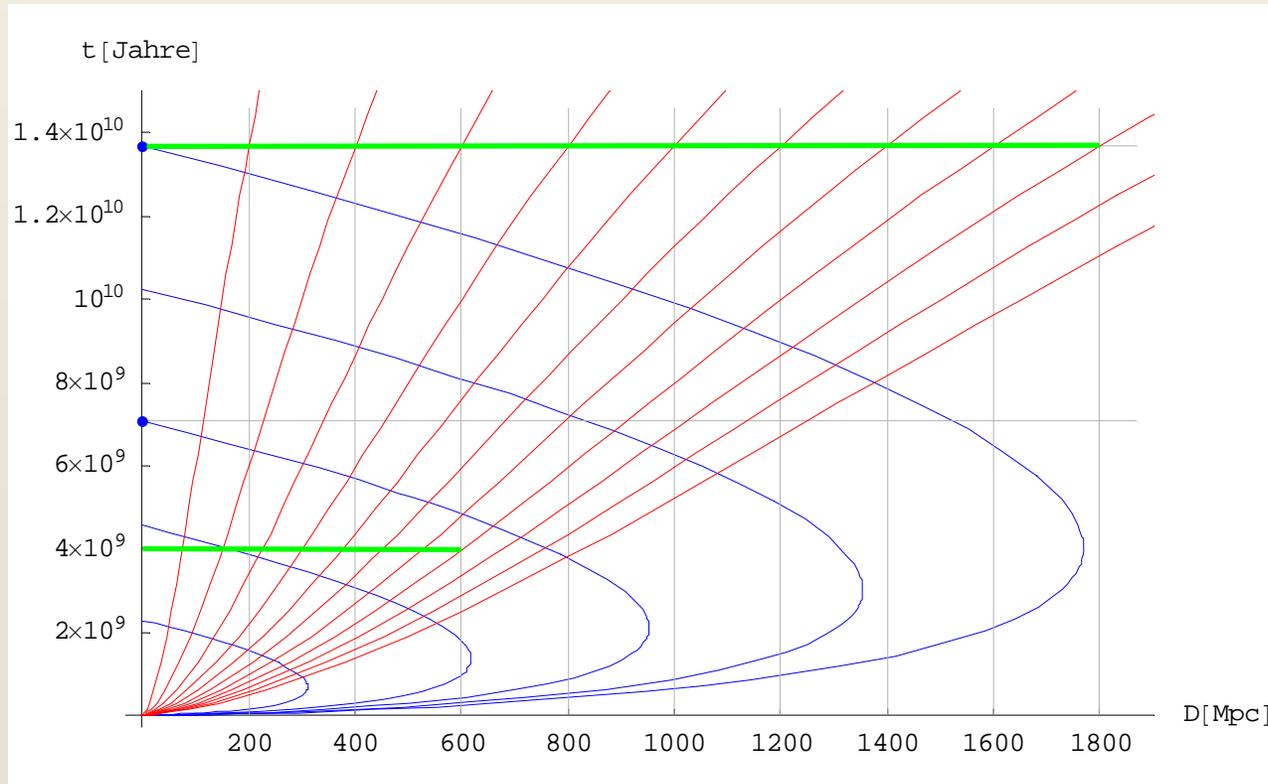
4. Wie groß ist nach dem Hubble-Gesetz die (heutige) Fluchtgeschwindigkeit einer Galaxie, die (heute) **400 Mpc** von uns entfernt ist?
5. Die **Andromeda-Galaxie** (Entfernung ca. 2.2 Millionen Lichtjahre) bewegt sich *auf die Milchstraße zu*, nicht von ihr weg (und zwar mit einer Geschwindigkeit von etwa 270 km/s)! Steht das im Widerspruch zum Hubble-Gesetz?
6. Wie schnell müsste sich das **Sonnensystem** ausdehnen, wenn für es das Hubble-Gesetz gelten würde? Warum tut es das nicht?
7. Wie groß ist nach dem Hubble-Gesetz die (heutige) Fluchtgeschwindigkeit einer Galaxie, die (heute) **10 000 Mpc** von uns entfernt ist? Sie ist *größer* als die Lichtgeschwindigkeit! Wie ist das möglich? Steht das im Widerspruch zur Relativitätstheorie?

Aufgaben 8 - 10

8. Warum lässt sich das Hubble-Gesetz $v_0 = H_0 D_0$ **nicht direkt** durch Beobachtungen überprüfen?
9. Beschreiben Sie die **Reise eines Photons**, das 2 Milliarden Jahre nach dem Urknall ausgesandt wurde und heute von uns beobachtet wird! Finden Sie seine „Weltlinie“ im Raumzeit-Diagramm! Wie änderte sich seine Entfernung zur Milchstraße im Laufe der Zeit? Wie passt Ihr Befund mit der „Konstanz der Lichtgeschwindigkeit“ zusammen? Besteht hier ein Widerspruch zur Relativitätstheorie?
10. „**Wie weit**“ können wir *heute* maximal ins Universum hinausblicken? Was stellen Sie sich unter dem Begriff „**sichtbares Universum**“ vor? (Gibt es auch ein „unsichtbares Universum“?) Was könnte mit dem Begriff „kosmologischer Ereignishorizont“ gemeint sein? Was könnte man gemäß dem Standardmodell auf die Frage, „**wie groß**“ das Universum sei, antworten?

Tipp zu Aufgabe 2

- Beachten Sie bei der Ermittlung des Skalenfaktors, dass dieser lediglich von der Zeit abhängt. Er kann anhand der zeitlichen Entwicklung der Entfernung einer *beliebigen* Galaxie bestimmt werden! Beispielsweise ist der Skalenfaktor zur Zeit $t = 4 \times 10^9$ Jahre der Quotient der beiden hier grün hervorgehobenen Längen:



Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation

Die **Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation** ist der Zusammenhang zwischen

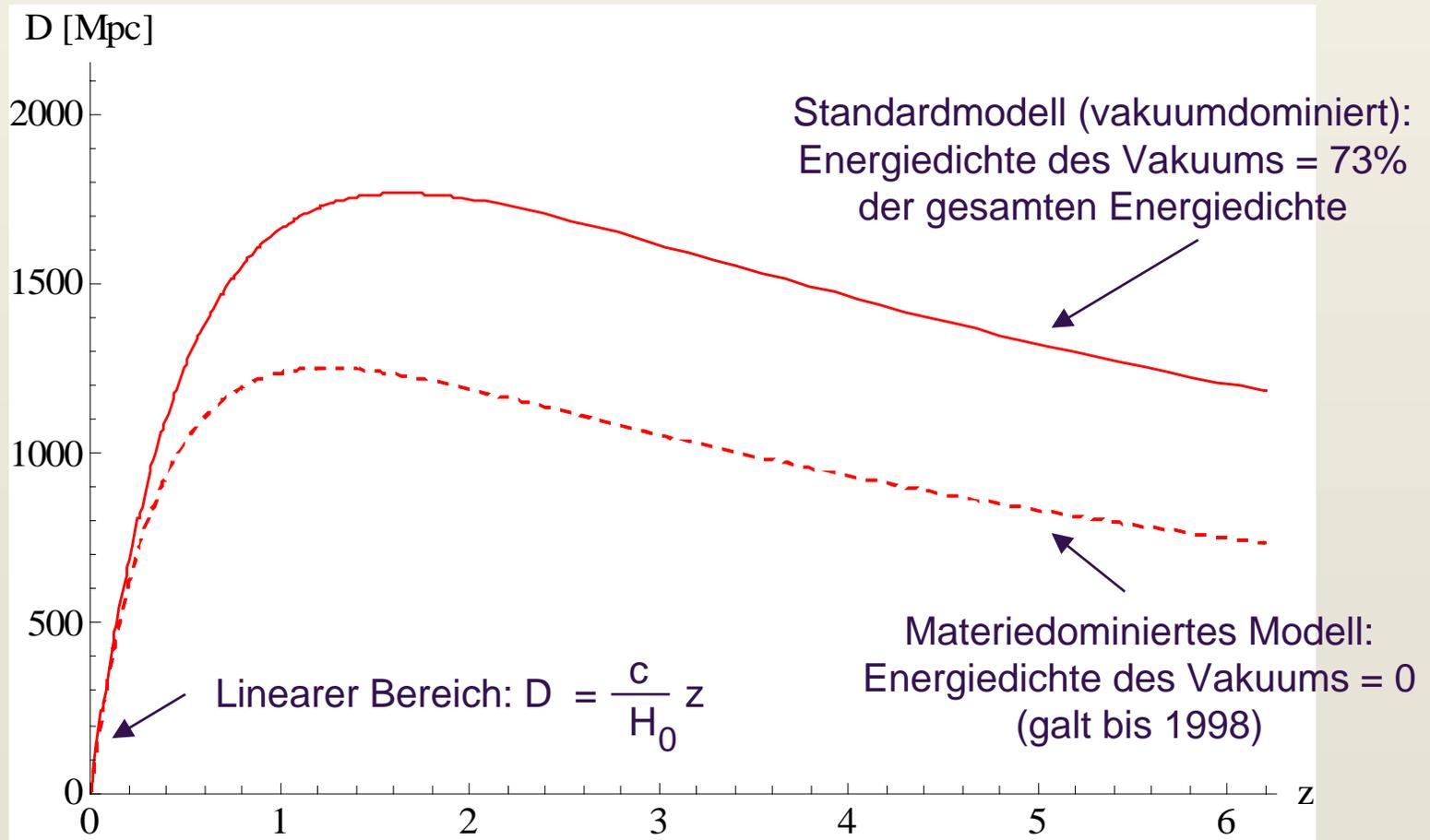
- der Rotverschiebung z des **heute** empfangenen Lichts und
- der Entfernung D der Galaxie, von der es stammt, **zum Zeitpunkt der Lichtaussendung**.

Beide Größen sind **beobachtbar**:

- z ... direkt durch Analyse des beobachteten Spektrums
- D ... indirekt, falls das Licht von einem Prozess stammt, dessen absolute Helligkeit bekannt ist (einer so genannten „Standardkerze“). Besonders wichtige (näherungsweise) Standardkerzen sind Supernovae vom Typ Ia.

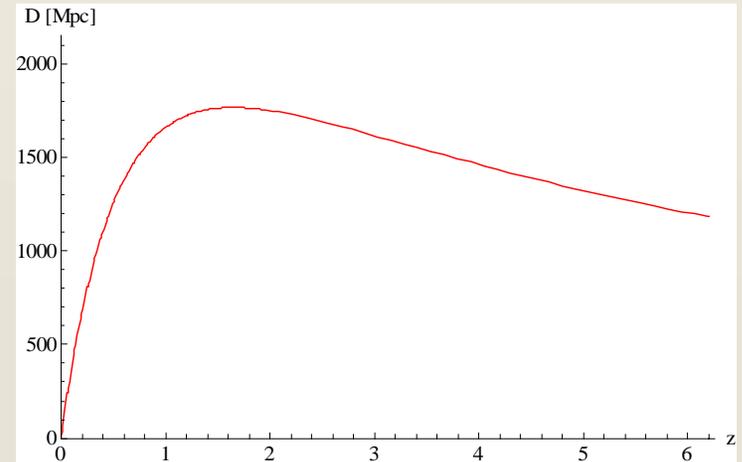
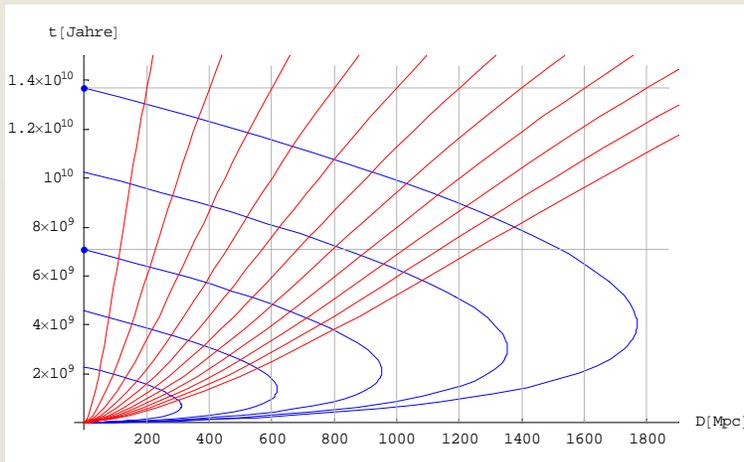
Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation

Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation in zwei Weltmodellen:



Aufgabe 11

- Konstruieren Sie (auf einem Blatt Papier) aus dem angegebenen **Raumzeitdiagramm** des kosmologischen Standardmodells die entsprechende **Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation**!



Aufgabe 12

12. Führen Sie eine Internet-Recherche durch:

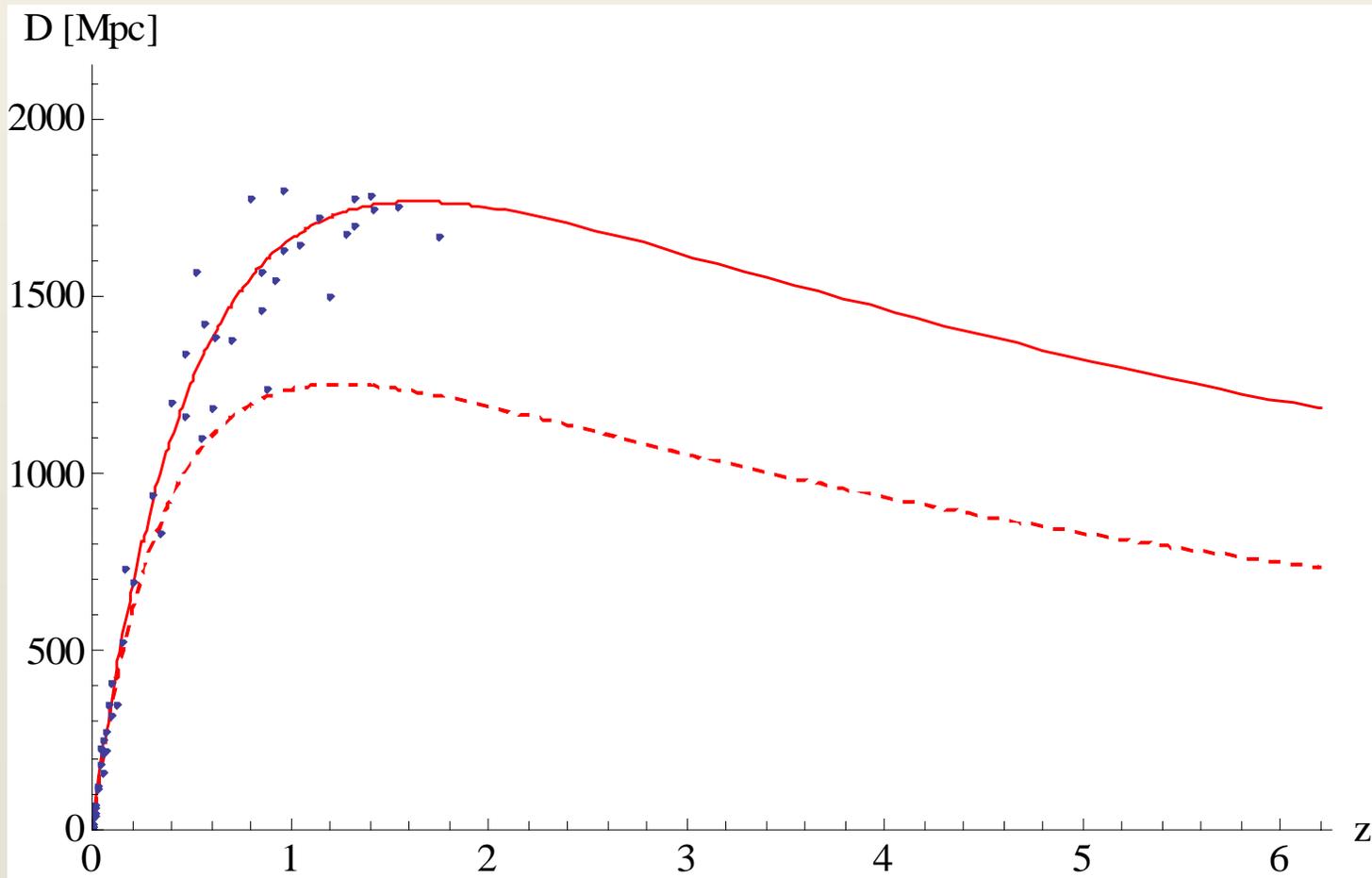
Wie kommt eine **Supernova vom Typ Ia** zustande?

Wieso können Supernovae dieses Typs

(näherungsweise) als „Standardkerzen“ angesehen werden?

Supernova-Daten

Vergleich mit Supernova-Daten (seit 1998):



Zur Abrundung: Aufgabe 13

13. Beschreiben Sie die Größe räumlicher Strukturen im Universum und seine zeitliche Entwicklung „maßstabsgetreu verkleinert“, indem Sie

$$1 \text{ Mpc} (= 3.2615 \times 10^6 \text{ Lichtjahre} = 3.0857 \times 10^{22} \text{ m}) \\ = 1 \text{ mm}$$

$$\text{Alter des Universums} = 1 \text{ Tag}$$

setzen! Falls Sie dazu weitere Informationen benötigen, besorgen Sie sich diese aus der Literatur oder aus dem Web! (Geben Sie diese Quellen ebenfalls an!)

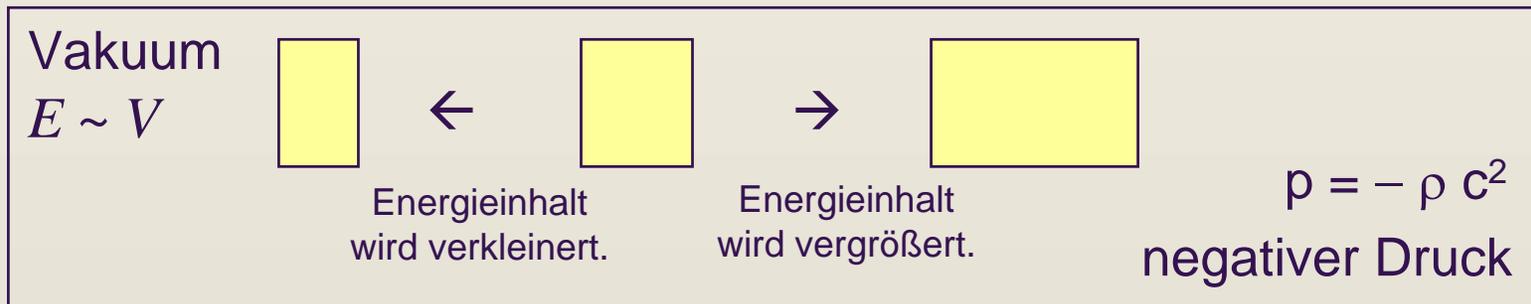
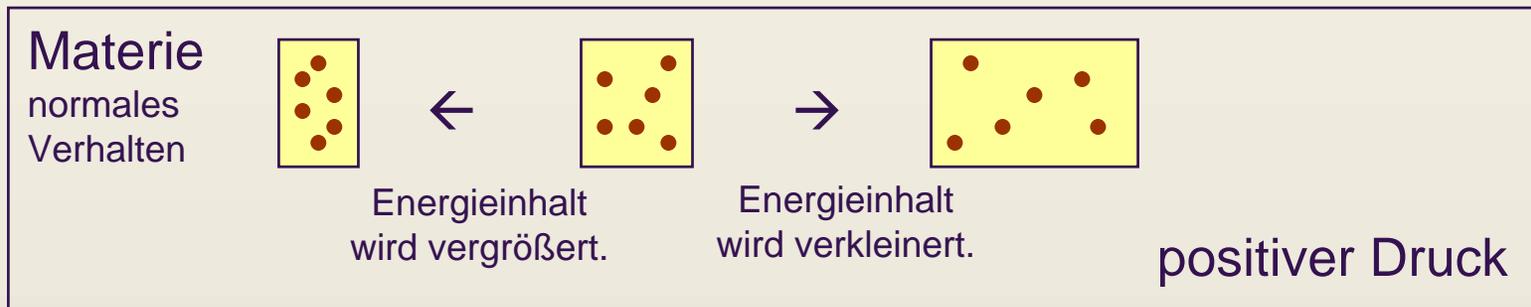
Nachbemerkungen

- Das Standardmodell wird durch *weitere* Beobachtungen und theoretische Überlegungen gestützt:
 - Großräumige Galaxienverteilung
 - Häufigkeitsverteilung der leichten Elemente im Universum
 - Anisotropie der kosmischen Hintergrundstrahlung

Zur Energiedichte des Vakuums

Wieso wirkt die Energiedichte des Vakuums *beschleunigend* auf die Expansion?

1. Hs d. Thermodyn. f. abg. System: $\Delta E + p \Delta V = 0$



Eine der Grundgleichungen der Kosmologie lautet

$$\frac{\ddot{a}}{a} = - \frac{4 \pi G}{3} \left(\rho + \frac{3 p}{c^2} \right)$$

Vorzeichen!

Übersicht: Der Energieinhalt des Universums

Energieinhalt des Universums nach dem modernen Standardmodell:

- 73% dunkle Energie
- 27% Materie und Strahlung:
 - 23% dunkle Materie
 - 4% gewöhnliche (baryonische) Materie:
 - 0.5% leuchtend
 - 3.5% nicht leuchtend
 - 0.3% Neutrinos
 - 0.005% Photonen (Hintergrundstrahlung)

Diese Präsentation...

gibt's im Web unter

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/DidaktikAstronomie/ss2008/>