Konzeptuelle Essentials aus

Elektrizität und Elektromagnetismus 1

Franz Embacher, KPH Wien

Die hier skizzenhaft dargestellten grundlegenden Konzepte und Zusammenhänge – zusammengefasst in Portionen von jeweils maximal einer Seite – sollten Sie als Lehrkraft jederzeit, auch ohne aufwändiges Nachschlagen, parat haben!

Elektrische Ladung

In der Natur treten zwei Arten von elektrischer Ladung auf – wir bezeichnen sie als **positiv** und **negativ**. Sie rühren daher, dass zwei der wichtigsten Elementarteilchen, aus denen die Materie zusammengesetzt ist, elektrisch geladen (also „**Ladungsträger**") sind: Protonen tragen positive, Elektronen tragen negative elektrische Ladung. (Daneben gibt es noch weitere geladene Elementarteilchen, die aber in normaler Materie keine Rolle spielen). Neutronen hingegen (ebenso wie die Photonen, die Teilchen des Lichts) sind **elektrisch neutral**.

Die elektrische Ladung kann quantifiziert werden. Die Ladung eines Protons nennen wir **Elementarladung** und bezeichnen sie mit dem Buchstaben e. Die Ladung eine Elektrons ist $-e$. Die SI-Einheit der elektrischen Ladung ist das Coulomb (abgekürzt C). In Vielfachen der Elementarladung ausgedrückt ist

$$1\,\mathrm{C} = 6.2415093 \cdot 10^{18}\, e\,.$$

Umgekehrt ist

$$e = 1.6021766 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\,.$$

Die „offizielle" SI-Definition des Coulomb folgt aus jener des Ampere (siehe später).

Die elektrische Ladung ist eine additive Größe, d.h. Ladungen (genauer: **Ladungsmengen**) addieren einander zur **Gesamtladung** (**Nettoladung**) eines Atoms, Moleküls oder makroskopischen Körpers. Ladungsmengen werden (sofern es sich nicht um e oder $-e$ handelt) in der Regel mit den Buchstaben q oder Q bezeichnet.

Ein Atom, Molekül oder makroskopischer Körper ist elektrisch geladen, wenn es in ihm einen **Überschuss** an positiven oder negativen Ladungsträgen gibt. In elektrisch neutraler Materie gibt es gleich viele Protonen und Elektronen – die Gesamtladung eines elektrisch neutralen Körpers ist daher gleich 0.

Besitzt hingegen beispielsweise ein Atom in seinem Kern 11 Protonen und in seiner Hülle 10 Elektronen, so ist seine Gesamtladung $q_{\text{ges}} = 11e - 10e = e$. (Es handelt sich dann um ein Natrium-Ion, seine Kurzbezeichnung ist Na^+, das hochgestellte $+$ kennzeichnet seine Ladung).

Die elektrische Ladung ist eine **Erhaltungsgröße**, d.h. sie kann weder erzeugt noch vernichtet werden. Da sich Ladungsträger aber bewegen können, können makroskopische Körper durch Ladungstrennung „aufgeladen" werden.

Coulombkraft

Wie machen sich elektrische Ladungen bemerkbar? Indem sie **Kräfte** zwischen den Ladungsträgern, denen sie anhaften, verursachen! Sprachlich vereinfacht sagt man, dass „Ladungen Kräfte aufeinander ausüben".

Elektrisch geladene Körper, die klein gegenüber ihren Abständen sind, können wir näherungsweise als **Punktladungen** ansehen. Die **Coulombkraft** ist die Kraft zwischen zwei Punktladungen q_1 und q_2, die sich in einem Abstand r befinden. Sie wirkt entlang der Verbindungsstrecke zwischen ihnen und ist durch

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

(auch **Coulombsches Gesetz** genannt) gegeben, wobei $F > 0$ Abstoßung und $F < 0$ Anziehung bedeutet. („Gleichnamige Ladungen stoßen einander ab, ungleichnamige Ladungen ziehen einander an".) ε_0 ist die so genannte elektrische Feldkonstante. Ihr Wert ist

$$\varepsilon_0 = 8.8541878 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}.$$

Die Coulombkraft wirkt auch zwischen den geladenen Bestandteilen der Atome und Moleküle und ist letztlich für den Zusammenhalt der Materie und für viele Materialeigenschaften verantwortlich.

Beachten Sie, dass die mathematische Struktur der Formel für die Coulombkraft jener für die (stets anziehende) Gravitationskraft $F = -G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}$ zwischen Punktmassen ähnelt: Die Coulombkraft ist umso schwächer, je größer der Abstand der beiden Ladungen ist. Wegen des Quadrats von r im Nenner gilt: Durch eine Verdoppelung des Abstands fällt die Kraft auf ein Viertel ihres Werts ab, durch eine Verdreifachung auf ein Neuntel und durch eine Vervierfachung auf ein Sechzehntel.

Die auf eine Punktladung von *mehreren* anderen Ladungen ausgeübten Coulombkräfte werden (vektoriell, d.h. als „Pfeile") addiert. Auf diese Weise schwächen bzw. „neutralisieren" positive und negative Ladungen einander in ihrer Wirkung. So ist zu verstehen, dass Körper, die auf atomarer Ebene *sehr viele* Ladungsträger besitzen, aus einiger Entfernung betrachtet elektrisch neutral erscheinen.

Das oben Gesagte gilt genau genommen nur für Ladungsträger, die sich nicht bewegen. Zwischen *bewegten* Ladungen wirkt noch eine zusätzliche (magnetische) Kraft, von der weiter unten die Rede ist. Oft überwiegt jedoch die Coulombkraft. Kann sich ein Ladungsträger frei bewegen, so reagiert er auf die Einwirkung der Coulombkraft wie auf jede andere Krafteinwirkung: Nach dem Grundgesetz der Mechanik (Newtons zweites Axiom) erfährt er eine (von seiner Masse abhängige) Beschleunigung.

Elektrischer Strom und Stromstärke

Wenn sich elektrische Ladungen in eine einheitliche Richtung bewegen (was insbesondere in Metallen leicht zu erreichen ist), spricht man von **elektrischem Strom**. Die **Stromstärke** ist die durch eine elektrische Leitung fließende Ladungsmenge pro Zeitintervall:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t},$$

wobei Δq die während des Zeitintervalls Δt durch eine Querschnittsfläche der Leitung fließende Ladungsmenge ist. Die SI-Einheit der Stromstärke ist das Ampere:

$$1\ \mathrm{A} = 1\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} \quad \text{(1 Coulomb pro Sekunde).}$$

Dementsprechend kann das Coulomb als „Ampere-Sekunde“ aufgefasst werden: $1\ \mathrm{C} = 1\ \mathrm{As}$. Die in haushaltseigenen elektrischen Leitungen fließenden Stromstärken sind üblicherweise mit Hilfe von Sicherungen auf maximal $16\ \mathrm{A}$ begrenzt.

Wieviel ist ein Coulomb?

Mit dem Coulombschen Gesetz und den Phänomenen, die sich in den üblichen Demonstrationsexperimenten zur Reibungselektrizität (mit Kämmen, Linealen, Fellen, Geodreiecken, Papierkügelchen und Elektroskopen) zeigen, können wir die beteiligten Ladungen abschätzen.

Reibungselektrizität wird durch **Ladungstrennung** an Oberflächen verursacht. In typischen Experimenten gelingt es, ein aus $1\ \mathrm{cm}^2$ Papier (mit einer Masse von etwa $10^{-5}\ \mathrm{kg}$) geformtes Kügelchen mit Hilfe eines Plastiklineals oder Geodreiecks aus $1\ \mathrm{cm}$ Entfernung hochzuheben. Die dazu nötige Kraft ist gleich dem Gewicht des Kügelchens, also etwa $10^{-4}\ \mathrm{N}$. Aus dem Coulombschen Gesetz ergeben sich daraus die auftretenden Ladungsmengen größenordnungsmäßig zu $10^{-9}\ \mathrm{C}$, also einem Milliardstel Coulomb.

Das ist zu vergleichen mit der Gesamtladung *aller* Protonen bzw. Elektronen in der gleichen Materie: Unser Quadratzentimeter Papier ($10^{-5}\ \mathrm{kg}$) besitzt die gleiche Masse wie $6 \cdot 10^{21}$ Nukleonen (ein Nukleon hat eine Masse von etwa $1.7 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$), von denen etwa die Hälfte Protonen (und die andere Hälfte Neutronen) sind. Die $3 \cdot 10^{21}$ Protonen stellen gemeinsam eine elektrische Ladung von $500\ \mathrm{C}$ dar, und gleich viele Elektronen eine Ladung von $-500\ \mathrm{C}$. Es ist also nur ein *extrem kleiner* Teil der in der Materie vorhandenen Ladung an der Ladungstrennung beteiligt, die bei Versuchen zur Reibungselektrizität bewirkt wird.

Ein weiterer Vergleich: Eine (haushaltsübliche) Stromstärke von 10 Ampere bedeutet, dass pro Sekunde eine Ladungsmenge von 10 Coulomb durch eine Leitung fließt. Diese Zahl zeigt, dass auch am technische genutzten elektrischen Strom nur ein kleiner Teil der in der Materie vorhandenen Ladung beteiligt ist, allerdings ein erheblich größerer als bei den Versuchen zur Reibungselektrizität.

Elektrisches Feld, elektrische Feldstärke, elektrische Feldlinien

Betrachten wir eine (Punkt-)Ladung q, auf die eine oder mehrere andere Ladungen Kräfte gemäß dem Coulombschen Gesetz ausüben. Die (vektorielle) Summe $\vec{F}$ all dieser Kräfte (also die resultierende Kraft, die unsere Punktladung spürt) ist proportional zu q. Daher ist

$$\vec{F} = q\vec{E}\,,$$

wobei die (vektorielle) Größe $\vec{E}$ nicht von q abhängt. Ihr Betrag und ihre Richtung können von Ort zu Ort variieren. Wir kennen sie die **elektrische Feldstärke** (kurz: das **elektrische Feld**). Sie ist ein Maß für die „Stärke" und „Richtung" elektrischer Wirkungen an einem bestimmten Raumpunkt, die von einer Ladungsverteilung verursacht werden. Mit

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

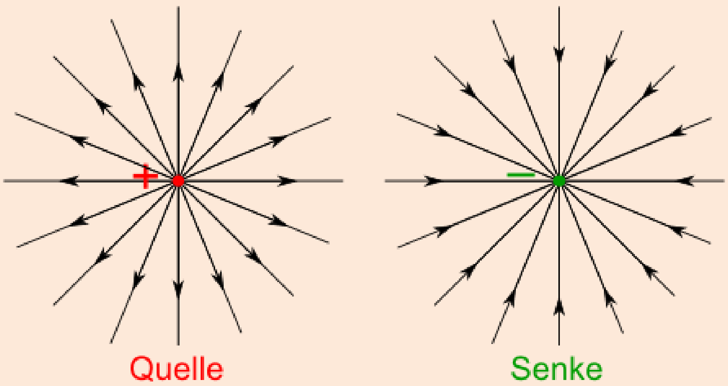
können wir die elektrische Feldstärke auch als „Kraft pro Ladung" ansehen.

So ist beispielsweise die von einer Punktladung Q herrührende elektrische Feldstärke (das **Coulomb-Feld**) an einem gegebenen Punkt ein Vektor, der für $Q > 0$ radial von der Punktladung wegweist, für $Q < 0$ radial zu ihr hinweist, und dessen Radialkomponente

$$E = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

ist (wobei r den Abstand des betreffenden Punktes zur Punktladung bezeichnet).

Zur Visualisierung des elektrischen Feldes dient der Begriff der **elektrischen Feldlinien** (Linien, die überall in die Richtung der elektrischen Feldstärke verlaufen). Sie „entspringen" in positiven Ladungen (der **Quellen** des Feldes) und „verschwinden" in negativen Ladungen (den **Senken** des Feldes):



Aus einem schön gezeichneten **Feldlinienbild** geht nicht nur die Richtung des elektrischen Feldes hervor, sondern wir bekommen auch ein Gefühl für seinen Betrag, der die Stärke der Kraft auf eine Probeladung bestimmt: Er ist dort größer, wo die Feldlinien dichter liegen.

Das elektrische Feld ist eines der wichtigsten Konzepte der Physik. In zeitlich veränderlichen Situationen tritt zum oben Gesagten noch ein weiterer Mechanismus, der es hervorbringt, hinzu.

Die erste Maxwell-Gleichung, ganz elementar

Im Jahr 1864 veröffentlichte James Clerk Maxwell vier (Differential- bzw. Integral-)Gleichungen, die die Gesamtheit der elektromagnetischen Phänomene beschreiben. Dabei handelt es sich wahrscheinlich um die folgenreichste wissenschaftliche Einzelleistung aller Zeiten! Die erste dieser Gleichungen beschreibt, wie elektrische Ladungen Quellen (bzw. Senken) des elektrischen Feldes darstellen. Ganz elementar können wir sie so formulieren: Für jedes begrenzte Raumgebiet V gilt

$$\text{elektrischer Fluss aus } V \text{ heraus} \;=\; \frac{\text{in } V \text{ enthaltene Gesamtladung}}{\varepsilon_0}\,.$$

Den „elektrischen Fluss“ können wir uns analog zur „Durchflussmenge pro Zeitintervall“ einer Flüssigkeit vorstellen. Wird eine kleine Fläche im Raum so gelegt, dass sie normal auf die elektrische Feldstärke steht, so ist der elektrische Fluss durch diese Fläche das Produkt „Flächeninhalt $\cdot$ Feldstärke“.

Das reicht aus, um das Coulumb-Feld *herzuleiten*: Wir denken uns eine Kugel mit Radius r um eine Punktladung Q gelegt. Die Punktladung sitzt genau im Mittelpunkt der Kugel. Aus Symmetriegründen steht die elektrische Feldstärke normal auf die Kugeloberfläche. Der Inhalt der Kugeloberfläche ist $4\pi\, r^2$, und daher gilt nach der ersten Maxwell-Gleichung für die Radialkomponente des elektrischen Feldes

$$4\pi\, r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0}\,, \quad \text{woraus folgt:} \quad E = \frac{Q}{4\pi\, r^2 \varepsilon_0} \equiv \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,.$$

Dabei

- bedeutet $E > 0$, dass die Feldlinien aus der Kugel herauskommen (dann ist die Punktladung eine Quelle des Feldes; dieser Fall tritt ein, wenn $Q > 0$ ist),
- und $E < 0$ bedeutet, dass die Feldlinien in die Kugel hineinlaufen (dann ist die Punktladung eine Senke des Feldes; dieser Fall tritt ein, wenn $Q < 0$ ist).

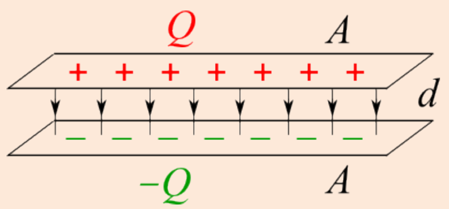
Die erste Maxwell-Gleichung wird auch in anderen Situationen benutzt, um das elektrische Feld einer gegebenen Ladungsverteilung zu berechnen, wie z.B. weiter unten beim Plattenkondensator.

Elektrisches Feld eines Plattenkondensators

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei elektrisch geladenen Platten mit Flächeninhalt A, die einander in einem Abstand d gegenüberstehen. Eine Platte trägt die Ladung $Q>0$, die andere die Ladung $-Q$, wobei wir annehmen, dass die Ladungen auf den Platten gleichmäßig verteilt sind. Ist d klein gegenüber den Abmessungen der Platten, so ist das elektrische Feld außerhalb des dünnen Spalts zwischen ihnen klein und kann vernachlässigt werden. Intuitiv lässt sich das so veranschaulichen, dass die Feldlinien, die stets von den positiven zu den negativen Ladungen laufen, mit Vorliebe den „direkten" Weg zwischen den Platten (normal zu diesen und von der positiv geladenen zur negativ geladenen) nehmen und nur ein geringer Teil des elektrischen Flusses den „Umweg" über den Außenraum nimmt. Wird um die positiv geladene Platte in Gedanken eine geschlossene Fläche gelegt – sie umschließt dann ein Raumgebiet mit Gesamtladung Q –, so rührt der Großteil des aus diesem Raumgebiet herauslaufenden elektrischen Flusses von jenem Teil der Fläche her, der zwischen den Platten liegt und folglich den gleichen Flächeninhalt A wie die Platten besitzt. Nach der ersten Maxwell-Gleichung gilt daher in guter Näherung

$$A E=\frac{Q}{\varepsilon_0}, \quad \text{woraus folgt:} \quad E=\frac{Q}{\varepsilon_0 A} \equiv \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Dabei ist $\sigma=\frac{Q}{A}$ die Flächenladungsdichte (Ladung pro Fläche).



Beachten Sie: Die obigen Beziehungen gelten nur, wenn d klein ist. Interessanterweise hängt das elektrische Feld zwischen den Platten dann nicht von ihrem Abstand ab.

Die Kraft auf eine Probeladung q, die sich zwischen den Platten befindet, ist durch

$$F=q E$$

gegeben, wobei $F>0$ (was für $q>0$ der Fall ist) bedeutet, dass sie in Richtung zur negativen Platte wirkt (d.h. in Feldrichtung) und $F<0$ (was für $q<0$ der Fall ist), dass sie in Richtung zur positiven Platte wirkt (d.h. in die Gegenrichtung). Kann sich ein solcher Ladungsträger frei bewegen, so erfährt er eine (von seiner Masse abhängige) gleichmäßige Beschleunigung. Er bewegt sich dann so wie ein (fallender oder geworfener) Körper im homogenen Schwerefeld.

Da zwischen den Platten eines Plattenkondensators ein annähernd homogenes (d.h. in Richtung und Betrag konstantes) elektrisches Feld herrscht, eignet er sich gut zur Verdeutlichung wichtiger Begriffe wie der elektrischen Spannung, die weiter unten besprochen wird.

Wird die Ladungsverteilung auf den Platten als Summe vieler Punktladungen aufgefasst und für jede das Coulombsche Gesetz angewandt, so ergeben sich in Summe für die elektrische Feldstärke zwischen den Platten und für die Kraft auf eine Probeladung die gleichen Ergebnisse.

Elektrische Spannung

Auf ein Teilchen der Ladung q, das einer elektrischen Feldstärke $\vec{E}$ ausgesetzt ist, wirkt die Kraft $\vec{F} = q\,\vec{E}$. Um ein solches Teilchen ein Stück weit „mit der Hand“ zu bewegen, muss entweder Arbeit geleistet werden (wenn die Bewegung gegen die Kraftrichtung verläuft; in diesem Fall wird dem Teilchen Energie zugeführt), oder es kann Arbeit gewonnen werden (wenn die Bewegung in Kraftrichtung verläuft; in diesem Fall wird dem Teilchen Energie entzogen). Bezeichnen wir die Änderung der Energie des Teilchens mit W, so gilt

$$W = -\,\text{Arbeit} = \text{„minus Weg mal Kraftkomponente in Wegrichtung“.}$$

$W > 0$ bedeutet, dass dem Teilchen Energie zugeführt wird. $W < 0$ bedeutet, dass dem Teilchen Energie entzogen wird. W spielt eine ganz ähnliche Rolle wie die Änderung der potentiellen Energie, wenn ein Körper im Schwerefeld von einem Punkt zu einem anderen bewegt wird.

Da die Kraft proportional zu q ist, gilt das auch für W. Daher ist

$$W = q\,U$$

für eine (skalare) Größe U, die von q unabhängig ist. Wir nennen sie die **elektrische Spannung** zwischen den Punkten A und B. Mit

$$U = \frac{W}{q}$$

können wir sie auch als „Energieänderung pro bewegter Ladungsmenge“ ansehen. Die elektrische Spannung bezieht sich daher auf zwei Punkte: auf einen Anfangspunkt und einen Endpunkt.

Manchmal wird ein Anfangspunkt willkürlich als „**Referenzpunkt**“ gewählt und fixiert. U kann dann als elektrische Spannung zwischen diesem Referenzpunkt und einem variablen Endpunkt angesehen werden. Damit wird die Spannung zu einer vom Ort anhängigen Größe. In diesem Sinn gilt am Anfangspunkt $U = 0$. Auch diese Vorgangsweise kennen wir vom Schwerefeld – sie entspricht der willkürlichen Festlegung eines Nullniveaus der potentiellen Energie. (Im homogenen Schwerefeld gilt $E_{\text{pot}} = m\,g\,h$, wobei es eine reine Konvention ist, wohin wir den Nullpunkt der Höhe h legen). In Analogie mit der potentiellen Energie wird die auf einen Referenzpunkt bezogene elektrische Spannung auch als **elektrisches Potential** bezeichnet (für die Sie oft auch die Bezeichnung ϕ finden). Die elektrische Spannung zwischen zwei Punkten ist dann einfach die **Potentialdifferenz** zwischen diesen Punkten.

Elektrische Spannung im Kondensator

Das zuvor über die elektrische Spannung Gesagte lässt sich sehr schön anhand des Plattenkondensators illustrieren. Um ein positiv geladenes Teilchen ($q > 0$), das sich zwischen den Platten befindet, in Richtung auf die positiv geladene Platte zu bewegen, muss ihm Energie zugeführt werden (was auch aufgrund der Abstoßung gleichnamiger Ladungen plausibel ist), ganz analog wie einem Körper im homogenen Schwerefeld (potentielle) Energie zugeführt werden muss, um ihn anzuheben. Fixieren wir das Nullniveau der Spannung bei der negativ geladenen Platte, so bedeutet das, dass U auf dem Weg zur positiv geladenen Platte immer größer wird: Die Spannung wächst, wenn wir *gegen* die Richtung der elektrischen Feldstärke fortschreiten (so wie die potentielle Energie größer wird, wenn wir einen Körper *gegen* die Richtung der Schwerkraft bewegen, d.h. anheben).

Sind wir bei der positiv geladenen Platte angelangt, so ist U die **Spannung zwischen den Kondensatorplatten**. Diese können wir leicht berechnen:

$$U = \frac{W}{q} = \frac{F\,d}{q} = \frac{q\,E\,d}{q} = E\,d\,,$$

wobei d der Abstand zwischen den Kondensatorplatten und E der Betrag der elektrischen Feldstärke zwischen den Platten ist. Mit der oben hergeleiteten Formel für E (und den dortigen Bezeichnungen) folgt

$$U = E\,d = \frac{Q\,d}{\varepsilon_0 A} = \frac{\sigma\,d}{\varepsilon_0}\,.$$

Die Spannung zwischen den Kondensatorplatten ist also proportional zum Plattenabstand (im Gegensatz zum elektrischen Feldstärke, die von d unabhängig ist).

Besonders instruktiv ist es auch, die Spannung an einem Punkt zu berechnen, der sich in einer Entfernung $s < d$ von der negativ geladenen Platte (unserem Nullniveau) befindet. Sie kann analog zur obigen Rechnung ermittelt werden, wobei einfach d durch s ersetzt wird. Wir erhalten $U = E\,s$. Die Spannung nimmt proportional zum zurückgelegten Weg (gegen die Feldrichtung) zu. Schreiten wir noch ein kleines Stück Δs weiter, so ändert sich die Spannung um $\Delta U = E\,\Delta s$. Dies formen wir zu

$$E = \frac{\Delta U}{\Delta s}$$

um, was besagt, dass die elektrische Feldstärke als „Spannungsänderung pro zurückgelegter Wegstrecke gegen die Feldrichtung“ aufgefasst werden kann.

Dass die Spannung *gegen* die Feldrichtung *zunimmt* bedeutet, dass sie auf dem *umgekehrten* Weg (entlang der Feldlinien in Richtung des Feldes, also von den positiven zu den negativen Ladungen) *abnimmt*. Diesen Sachverhalt zu bedenken, ist auch bei der Analyse der Spannungsverhältnisse in Stromkreisen nützlich.

Einheiten von elektrischer Feldstärke und elektrischer Spannung sowie eine neue Energieeinheit

Wir haben bisher nichts über die Einheiten der elektrischen Feldstärke und der elektrischen Spannung gesagt. Die SI-Einheit der elektrischen Spannung ist das Volt (V). Da die Spannung als „Energie durch Ladung“ definiert wurde, ist

$$1\,\mathrm{V} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} \quad \text{(1 Volt = 1 Joule pro Coulomb).}$$

Um die SI-Einheit der elektrischen Feldstärke zu ermitteln, benutzen wir die im Plattenkondensator geltende Beziehung $U = E\,d$ in der Form $E = U/d$ („Spannung durch Länge“), woraus folgt, dass die Einheit der elektrisch Feldstärke

$$1\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \quad \text{(Volt pro Meter)}$$

ist. Sie drückt sehr schön die oben erhaltene Beziehung $E = \dfrac{\Delta U}{\Delta s}$ aus: Die elektrische Feldstärke kann als die Änderung der Spannung (Volt) pro zurückgelegter Wegstrecke (Meter) aufgefasst werden. Gleichberechtigte Schreibweisen für diese Einheit sind

$$1\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C\,m}}.$$

Im Zusammenhang mit der elektrischen Spannung ergibt sich eine (zum Joule alternative) Einheit für die Energie, die in der Atom-, Kern und Teilchenphysik benutzt wird: Ein **Elektronenvolt** (eV) ist jene Energie, die man aufbringen muss, um ein Elektron in Feldrichtung (Achtung: das Elektron ist negativ geladen, es spürt daher eine Kraft gegen die Feldrichtung!) eine Strecke zu bewegen, entlang der sich die Spannung um $1\,\mathrm{V}$ ändert. In der Praxis bewegen wir Elektronen nicht „mit der Hand“, sondern lassen diese Arbeit dem Feld selbst über. Daher wird üblicherweise so formuliert: Ein eV ist jene Energiemenge, um die die kinetische Energie eines Elektrons zunimmt, wenn es eine Spannung von $1\,\mathrm{V}$ durchläuft. Es gilt

$$1\,\mathrm{eV} = 1.6021766\cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}\,,$$

wovon Sie sich mit Hilfe des bisher Gesagten *sehr leicht* selbst überzeugen können. (Vergleichen Sie diese Zahl mit dem oben angegebenen Wert von 1 Coulomb als Vielfache der Elementarladung! Fällt Ihnen etwas auf?)

Lösung: $1\,\mathrm{eV} = e\cdot 1\,\mathrm{V} = 1.6021766\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C\,V} = 1.6021766\cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$

Äquipotentialflächen

Die elektrische Spannung bezüglich eines willkürlich gewählten Referenzpunkts (wie oben erwähnt auch als elektrisches Potential bezeichnet) ist eine vom Ort abhängige Größe, die durch eine Ladungsverteilung bestimmt wird. Die Menge aller Raumpunkte, an denen diese Größe einen vorgegebenen Wert hat, ist (meistens) eine (geschlossene) Fläche im Raum – eine so genannte **Äquipotentialfläche**. Nach der Definition der Spannung wird keine Arbeit geleistet, wenn eine Probeladung auf einer solchen Fläche verschoben wird. Wird eine Probeladung (mechanisch) an die Fläche gebunden, kann sich aber ansonsten *auf ihr* frei bewegen, so bedeutet das, dass die vom elektrischen Feld verrührende Kraft und damit die Feldstärke selbst normal zu dieser Fläche steht. (Gäbe es eine nichtverschwindende Kraftkomponente tangential zu einer Äquipotentialfläche, so müsste man beim Verschieben Arbeit gegen diese Kraftkomponente verrichten). Daher gilt:

Äquipotentialflächen sind Flächen im Raum,
die überall normal auf die elektrische Feldstärke sind.

Oder umgekehrt:

Die elektrische Feldstärke an einem Punkt ist stets normal
zu der durch diesen Punkt verlaufenden Äquipotentialfläche.

Anstelle eines Feldlinienbilds einer gegebenen Ladungsverteilung können also auch die Äquipotentialflächen skizziert werden. Beispiele:

- Die Äquipotentialflächen des von einer **Punktladung** erzeugten Coulombfelds sind konzentrische **Sphären** (Kugeloberflächen).
- Die Äquipotentialflächen zwischen den Platten eines **Plattenkondensators** (wo das elektrische Feld konstant ist) sind **ebene Flächen** parallel zu den Kondensatorplatten. (Außerhalb der Platten verlaufen sie in einiger Entfernung um jeweils eine der Platten herum – lediglich die Äquipotentialfläche, die zu beiden Platten den gleichen Abstand hat, ist eine – theoretisch, d.h. wenn es sonst nichts auf der Welt gibt – ins Unendliche verlaufende Ebene).

Das hier und in den vorigen Abschnitten Gesagte gilt genau genommen nur für zeitlich unveränderliche Ladungsverteilungen. Bei der Analyse von elektrischem Feld und elektrischer Spannung (Potential), wie sie von zeitlich unveränderlichen Ladungsverteilungen erzeugt werden, spricht man daher auch von **Elektrostatik**. In Situationen, in denen sich das elektrische Feld ändert und ein Magnetfeld hinzutritt, treten weitere Effekte auf, so dass der Begriff der Spannung, wie er hier vorgestellt worden ist, dann mit einer gewissen Vorsicht zu genießen ist. Bei langsamen Feldveränderungen sind diese Effekte aber klein, so dass wir auch im Zusammenhang mit dem technisch genutzten „Wechselstrom“ mit den hier eingeführten Begriffen operieren (und beispielsweise von einer „Netzspannung von $230\ \mathrm{V}$“ sprechen) können.

Kapazität eines Kondensators

Ein Platenkondensator kann als Vorrichtung verstanden werden, die dazu dient, **elektrische Ladung zu speichern**. Auch andere Konstruktionsprinzipien von Kondensatoren (wie etwa der Kugelkondensator, der aus zwei konzentrischen, entgegengesetzt geladenen Sphären besteht, oder der Zylinderkondensator) dienen diesem Zweck. Um einen – zunächst ungeladenen – Kondensator aufzuladen, ist eine gewisse Arbeit nötig (da Ladungsträger von einer Platte zur anderen gebracht werden müssen, was aufgrund der Abstoßung gleichnamiger Ladungen und Anziehung ungleichnamiger Ladungen umso schwieriger wird, je mehr Ladungen bereits „hinübergeschaufelt" wurden. (Daher ist die Ladungsspeicherung auch gleichzeitig eine **Energiespeicherung**). Sehen wir uns die Verhältnisse beim **Plattenkondensator** an, wobei wir die oben eingeführten Bezeichnungen verwenden:

In der Praxis werden die Ladungsträger (normalerweise Elektronen) nicht mit der Hand bewegt, sondern durch Anlegen einer Spannung (etwa mit Hilfe einer Batterie). Sie bestimmt die Ladungsmenge, die auf den Platten gespeichert werden kann. Um die Ladungsmenge, die bei einer gegebenen Spannung U zwischen den Platten gespeichert werden kann, zu berechnen, lösen wir die bereits oben abgeleitete Beziehung $U = \frac{Q\,d}{\varepsilon_0 A}$ nach Q auf und erhalten

$$Q = \frac{\varepsilon_0 A}{d} U \equiv CU\,, \quad \text{wobei} \quad C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}.$$

Dieses Resultat besagt, dass die Ladungsmenge, die ein Plattenkondensator speichern kann, proportional zur angelegten Spannung ist. Die Proportionalitätskonstante C nennen wir die **Kapazität** des Kondensators. Wie oben ersichtlich, hängt sie – neben ε_0 – nur von der Fläche und dem Abstand (d.h. der Geometrie) der Platten ab.

Ganz allgemein gilt für beliebige Kondensatorkonstruktionen eine Beziehung der Form $Q = CU$, wobei die Kapazität C vom jeweiligen geometrischen Aufbau abhängt.

Die SI-Einheit der Kapazität ist das Farad (F):

$$1\,\mathrm{F} = 1\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}} = 1\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}}$$

(Coulomb pro Volt, gleichbedeutend mit Ampere-Sekunde pro Volt).

Typische Kondensatoren in elektrischen Stromkreisen besitzen Kapazitäten von wenigen Picofarad ($1\,\mathrm{pF} = 10^{-12}\,\mathrm{F}$) bis zu einigen hundert Mikrofarad ($1\,\mu\mathrm{F} = 10^{-6}\,\mathrm{F}$).

Elektrisches Feld in Dielektrika

Alles bisher Gesagte gilt streng genommen nur dann, wenn außer den felderzeugenden Ladungen und den Probeladungen keine weitere Materie im Spiel ist, d.h. im Vakuum. Verläuft ein elektrisches Feld (wir nennen es das „äußere Feld“) in einem Dielektrikum, d.h. in einer Substanz, die keine oder nur wenig frei bewegliche Ladungsträger besitzt, so wird es **abgeschwächt**. Das rührt daher, dass die Atome eines solchen Mediums ein bisschen „auseinandergezogen“ werden, aber ansonsten intakt bleiben: Die positiven Ladungsträger (Atomkerne) spüren eine Kraft in Feldrichtung, die negativen Ladungsträger (Elektronen) spüren eine Kraft in die Gegenrichtung. Dadurch werden sie zu **elektrischen Dipolen**: Die Gesamtladung eines solchen atomaren Dipols ist zwar gleich 0, aber da die „Ladungsschwerpunkte“ von positiver und negativer Ladung nicht mehr übereinstimmen, ist eine Ladungsverteilung entstanden, bei der eine positive und eine negative Ladung einander gegenüberstehen. Diese erzeugt selbst ein elektrisches Feld, dessen Feldlinien von der positiven zur negativen Ladung verlaufen, und das daher dem äußeren Feld *entgegengerichtet* ist. Dadurch kommt es zu einer Abschwächung dieses äußeren Feldes, deren Ausmaß von den Kräften innerhalb der Atome und daher von der konkreten Substanz abhängt. Dieses Phänomen wird als **Polarisation** bezeichnet (nicht zu verwechseln von der Polarisation des Lichts, das den gleichen Namen trägt, aber etwas gänzlich Anderes ist).

Die Moleküle mancher Substanzen liegen aufgrund ihrer internen Kräfte zwischen den Ladungsträgern auch ohne äußeres elektrisches Feld als Dipole vor (wie beispielsweise die Wassermoleküle H_2O, bei denen die drei Atome in Dreiecksform mit einem Winkel von $104.5°$ beim O-Atom angeordnet sind, wobei das O-Atom die Elektronen der H-Atome ein bisschen zu sich hinzieht, wodurch eine geringfügige lokale Ladungstrennung und damit ein elektrischer Dipol entsteht). Derartige Dipole werden durch ein äußeres Feld ausgerichtet (da die positiven Teile des Moleküls eine Kraft in Feldrichtung spüren, die negativen Teile eine Kraft in die Gegenrichtung) und tragen auf diese Weise zu einer weiteren Abschwächung des äußeren Feldes bei.

In den meisten Fällen kann das Ausmaß der Abschwächung mit Hilfe einer dimensionslosen Zahl ε_r, der **relativen Permittivität** (**Dielektrizitätskonstante**), beschrieben werden. Dabei gilt die einfache Regel:

Alle bisherigen (und folgenden) Formeln können korrigiert werden,
indem die elektrische Feldkonstante ε_0 durch das Produkt $\varepsilon_\mathrm{r}\varepsilon_0$ ersetzt wird!

Dem Vakuum kann der Wert $\varepsilon_\mathrm{r} = 1$ zugeordnet werden. Hier die relativen Permittivitäten einiger Substanzen:

Substanz	ε_r
Luft	1.0006
Gummi	≈ 3
Glas	≈ 6
flüssiges Wasser (stark frequenzabhängig, Wert für elektromagnetische Wellen im sichtbaren Bereich)	≈ 1.77

Die vergleichsweise große relative Permittivität des Wassers rührt daher, dass die Wassermoleküle von Haus aus elektrische Dipole sind und beim Ausrichten durch ein äußeres Feld dieses erheblich abschwächen. Die relative Permittivität der Luft hingegen liegt so nahe bei 1, dass sie, solange es nicht auf äußerste Genauigkeit ankommt, ignoriert (d.h. 1 gesetzt) werden kann.

Elektrisches Feld in Leitern, das ohmsche Gesetz, der ohmsche Widerstand und elektrische Stromkreise

Elektrische Leiter (vor allem Metalle) besitzen frei bewegliche Elektronen, die nicht zu einem bestimmten Atom gehören. Sie bilden ein „Elektronengas“, das innerhalb des Leiters „fließen“ kann. Da ein äußeres elektrisches Feld auf jedes Elektron eine Kraft gegen die Feldrichtung ausübt, verursacht es tatsächlich ein solches Fließen, wobei innere Reibungsphänomene (die vor allem von der thermischen Bewegung der Atome verursacht werden und daher stark temperaturabhängig sind) verhindern, dass die „Leitungselektronen“ immerfort beschleunigt werden. Es kommt zu einem Gleichgewicht zwischen den vom äußeren Feld bewirken Kräften und den inneren Reibungskräften, wodurch sich ein konstanter Elektronenfluss, d.h. ein elektrischer Strom einstellt. In vielen Fällen ist die resultierende Stromstärke proportional zur elektrischen Feldstärke.

Nicht nur gleichmäßig aufgebaute Leitermaterialien, sondern auch komplexe Vernetzungen (Stromkreise) von leitenden Bauelementen wie Glühlämpchen oder ganzen Haushaltsgeräten, die durch Kabelverbindungen aneinander angeschlossen sind, zeigen oft ein solches Verhalten. Die in technischen Anwendungen typische Situation besteht darin, dass ein derartiges Bauelement oder eine Kombination von Bauelementen an eine Spannungsquelle (etwa eine Batterie) angeschlossen wird. Diese bewirkt, dass zwischen den Anschlusspunkten eine bestimmte (in der Regel vorgegebene) elektrische Spannung U herrscht. Dadurch kommt es zum Aufbau eines elektrischen Feldes innerhalb der beteiligten Leiter, dessen Feldlinien vom positiven Pol der Batterie zum negativen verlaufen, und das seinerseits einen Elektronenfluss (in die Gegenrichtung) bewirkt. Ist die angelegte Spannung zeitlich konstant oder nur langsam veränderlich, so ist die Stromstärke I, die sich einstellt, proportional zu U. Dieser Zusammenhang heißt **ohmsches Gesetz** und wird in der Form

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{oder} \quad U = R\,I$$

angeschrieben, wobei die Proportionalitätskonstante R der (**ohmsche**) **elektrische Widerstand** des Bauelements oder der Kombination von Bauelementen ist. Je größer R ist, umso kleiner ist die bei einer gegebenen Spannung fließende Stromstärke. Der Kehrwert $1/R$ heißt **elektrischer Leitwert**. Da die elektrische Leitfähigkeit von der Wärmebewegung gestört wird, nimmt R mit zunehmender Temperatur ab.

In der Praxis ist der Widerstand kurzer Kabelverbindungen im Vergleich zu den Widerständen der anderen Bauteile in einem Stromkreis so klein, dass er vernachlässigt werden kann. Eine Unterbrechung einer Kabelverbindung (ein offener Schalter) stellt (idealerweise) einen unendlich großen ohmschen Widerstand dar. Die Bezeichnung „(ohmscher) Widerstand“ wird auch für leitende Bauelemente, die das ohmsche Gesetz erfüllen, verwendet.

Die SI-Einheit des elektrischen Widerstands ist das Ohm (Ω):

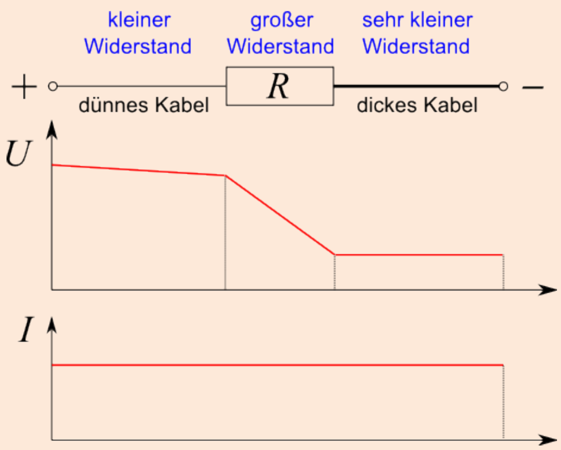
$$1\,\Omega = 1\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} \quad \text{(Volt pro Ampere).}$$

Elektrische Stromkreise berechnen

Eine elektrischen Stromkreis (Schaltkreis) „zu berechnen“ bedeutet, von jedem beteiligten leitenden Bauelement zu ermitteln, welche Stromstärke durch ihn fließt und wie groß die elektrische Spannung zwischen seinen Anschlüssen ist (d.h. unter welcher Spannung er steht), wobei die zwischen bestimmten Verbindungen angelegte(n) Spannung(en) in der Regel vorgegeben sind. Um derartige Berechnungen zügig durchführen zu können, sollten Sie sich einige Regeln merken:

Wird die elektrische Spannung auf einen Referenzpunkt (die „Erdung“) bezogen, so kann ihr in jedem Punkt eines Stromkreises ein konkreter Wert zugeordnet werden. Ist der Widerstand einer Kabelverbindung vernachlässigbar klein (was für kurze Kabelverbindungen in der Regel der Fall ist), so kann der Wert der Spannung entlang dieser Verbindung als konstant angesehen werden. An jedem Bauelement, dem ein nichtverschwindender Widerstand zugeordnet wird, findet in Feldrichtung ein Spannungsabfall statt, so dass das ohmsche Gesetz auf jedes derartige Element alleine angewandt werden kann. Wird zudem noch berücksichtigt, dass der elektrische Strom in einem idealen Stromkreis nicht verloren gehen kann, sich bei Leitungsverzweigungen aber sehr wohl auf mehrere Wege aufteilen kann, so stehen alle benötigten Mittel zur Verfügung.

Hier eine schematische Darstellung eines Abschnitts aus einem Stromkreis mit einem kleinen, einem großen und einem *sehr* kleinen (vernachlässigbar kleinen) Widerstand:



An jedem dieser drei Elemente findet ein Spannungsabfall statt (die Differenz der Spannungswerte zwischen Anfangs- und Endpunkt eines Elements ist dann die „Spannung, die an diesem Element anliegt“), während die Stromstärke in jedem Element gleich ist. Für jedes Element kann das Ohmsche Gesetz angewandt werden, ebenso wie für die gesamte Kombination von Elementen. Die Feldrichtung im obigen Bild weist übrigens von links nach rechts, während die (negativ geladenen) Elektronen sich in die Gegenrichtung bewegen. Wird in Schaltzeichnungen der Stromstärke mit einem Pfeil eine Richtung gegeben, so wird meist jene gewählt, in die *gedachte positive* Ladungsträger fließen, also die Feldrichtung (vom Pluspol zum Minuspol der Spannungsquelle, im obigen Fall von links nach rechts).

Der Stromkreis wird oft mit einem **Wasserkreislauf** verglichen. Die elektrischen Kräfte, die die Ladungen antreiben, entsprechen der Schwerkraft, der elektrische Widerstand entspricht dem Gefälle (der Steigung) eines Abschnitts, der Spannungsabfall entspricht dem Abnehmen der potentiellen Energie einer bestimmten Menge Wassers beim Abwärtsfließen (die auf einen Referenzpunkt bezogene Spannung entspricht der auf einen Referenzpunkt bezogenen potentiellen Energie dieser Wassermenge bzw. einfach der Höhe), die Stromstärke entspricht der Durchflussmenge pro Zeitintervall, und die Spanungsquelle entspricht einer Pumpe, die das Wasser anhebt.

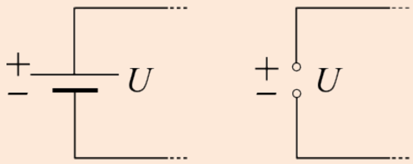
Kombination mehrerer ohmscher Widerstände

Aus den soeben zusammengefassten Regeln ergeben sich zwei praktische Formeln für die Kombination ohmscher Widerstände:

$$R_{\text{Serienschaltung}} = R_1 + R_2 + \dots$$
$$\frac{1}{R_{\text{Parallelschaltung}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Symbol für Spannungsquellen

In Schaltskizzen wird meist eines der beiden folgenden Symbole verwendet, um eine (Gleich-)Spannungsquelle zu kennzeichnen:



Beachten Sie: Die Feldrichtung *außerhalb* der Spannungsquelle (und damit die Richtung, in der die elektrische Spannung *außerhalb* der Spannungsquelle abnimmt) verläuft vom Plus- zum Minuspol. Die Spannungsquelle selbst kann man sich, wie oben erwähnt, analog zum Wasserkreislauf als „Pumpe“ vorstellen, die den Wert der Spannung wieder anhebt.

Leistung des elektrischen Stroms

Ein elektrischer Stromkreis ist *kein* angeschlossenes System! Insbesondere gilt für ihn *nicht* der Satz von der Erhaltung der Energie, da der elektrische (ohmsche) Widerstand ein Reibungsphänomen ist, der mit einer ständigen Energieabgabe an die Umgebung einhergeht. Beispielsweise gibt ein Glühlämpchen durch Erwärmung (unerwünschter Effekt) und durch die Aussendung des Lichts (erwünschter Effekt) Energie ab. Diese dem Stromkreis entzogene Energie wird daher ständig von der Spannungsquelle nachgeliefert. Sie kann leicht berechnet werden:

Liegt an einem leitenden Bauelement (oder an einer Kombination von Bauelementen) mit Widerstand R eine Spannung U, so fließt nach dem ohmschen Gesetz ein Strom der Stromstärke $I = U/R$. Die Stromstärke ist die Ladungsmenge, die pro Zeitintervall durch das Bauelement fließt, also $I = \Delta q/\Delta t$. Um die Ladungsmenge Δq durch das Bauelement zu schleusen, ist (gemäß der Definition der Spannung) die Zufuhr der Energie $\Delta q\, U$ nötig. (Das machen wir natürlich nicht „mit der Hand", das besorgt das elektrische Feld). Daher muss ständig die Leistung (Energie pro Zeitintervall) $P = \Delta q\, U/\Delta t = U\, I$ aufgebracht werden. Es ergibt sich also die einfache Formel

$$P = U\, I\,.$$

Sie gibt die **Leistung** (Energie pro Zeitintervall) an, die von der Spannungsquelle in den Stromkreis gepumpt wird, und gleichzeitig die Leistung, die vom Stromkreis nach außen abgegeben wird. Mit dem ohmschen Gesetz ergeben sich die zwei weiteren Ausdrücke

$$P = \frac{U^2}{R} = R\, I^2\,.$$

Wird beispielsweise ein Lämpchen mit einer Batterie einer bekannten Spannung betrieben, und ist entweder sein Widerstand oder die Stromstärke bekannt, so kann seine gesamte abgegebene Leistung (Lichtabstrahlung plus Abgabe von Wärme) sofort berechnet werden.

Die einer Steckdose anliegende Wechselspannung entspricht hinsichtlich der durchschnittlich abgegebenen Leistung einer Gleichspannung von $230\ \mathrm{V}$. In diesem Sinn können die obigen Formeln auch für Geräte benutzt werden, die unter Wechselspannung arbeiten.

Da die SI-Einheit der Leistung das Watt (W) ist, folgt aus der Beziehung $P = U\, I$, dass $1\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{V\,A}$.

Energie des elektrischen Feldes

Welche Energie ist nötig, um einen Plattenkondensator (Bezeichnungen wie oben) aufzuladen? Sitzt bereits eine Ladung Q' bzw. $-Q'$ auf den Platten, und wird eine weitere Ladungsportion $\Delta Q'$ auf die gegenüberliegende Platte gebracht, so ist dafür die Energieportion $\Delta W_{\text{Aufladen}} = \Delta Q' U = \Delta Q' \dfrac{Q' d}{\varepsilon_0 A}$ aufzubringen. Die Summe über diese Energieportionen vom Beginn des Prozesses bis zum vollständig aufgeladenen Kondensator mit Ladungen Q und $-Q$ auf den Platten ist ein Integral:

$$W_{\text{Aufladen}} = \int_0^Q dQ' \frac{Q' d}{\varepsilon_0 A} = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 A}.$$

Diesen Ausdruck können wir durch die elektrische Feldstärke $E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 A}$ ausdrücken und erhalten

$$W_{\text{Aufladen}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 A d \ .$$

Wo ist diese Energie, nachdem der Kondensator aufgeladen wurde? Sie steckt im elektrischen Feld! Der Faktor Ad ist der Volumsinhalt zwischen den Platten. Das bedeutet, dass die **Energiedichte** (Energie pro Volumen) des elektrischen Feldes gleich

$$u_{\text{elektrisches Feld}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \, E^2$$

ist – eine ganz allgemeingültige (überall, wo ein elektrisches Feld auftritt, gültige) Formel!

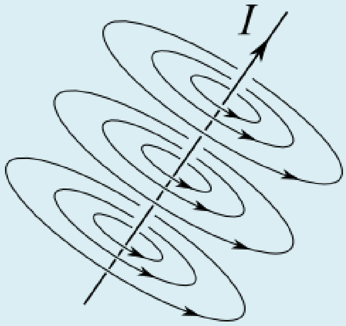
Das elektrische Feld ist daher nicht bloß eine „theoretische" Rechengröße, die es uns in bequemer Weise erlaubt, Kräfte zu berechnen, die Ladungen auf Ladungen ausüben (so haben wir es ursprünglich eingeführt), sondern eine „echte" physikalische Größe, die Energie besitzt.

Magnetfeld und magnetische Feldlinien

Neben dem elektrischen Feld gibt es ein anderes, mit ihm eng verbundenes Feld, das **Magnetfeld**. Es wird hervorgerufen durch elektrische Ströme (d.h. durch bewegte Ladungen) und zeigt sich, indem es auf Ladungsträger eine Kraft ausübt, die allerdings anders geartet ist als die elektrische Kraft.

Wir beschränken uns auf den Fall, dass ein elektrischer Strom der Stärke I in einem Leiter (z.B. einem Kabel) fließt, dessen Dicke wir vernachlässigen. Wie elementare Versuche zeigen, ist ein solcher Leiter von „etwas" umgeben, das Eisenfeilspäne oder Kompassnadeln in seiner Nähe ausrichtet, und dessen Wirkung mit zunehmender Entfernung schwächer wird. Dieses „Etwas" ist das **Magnetfeld**. Ebenso wie das elektrische Feld kann es von Ort zu Ort (und auch in der Zeit) variieren. Die bezeichnen es (genauer: die **magnetische Feldstärke**, auch **magnetische Induktion** oder **magnetische Flussdichte** genannt) mit dem Symbol $\vec{B}$. (Die Bezeichnung „magnetische Feldstärke" wird oft auch für eine andere, mit $\vec{B}$ verwandte Größe verwendet. Wir werden für $\vec{B}$ einfach die Bezeichnung „Magnetfeld" verwenden).

Ebenso wie das elektrische Feld kann das Magnetfeld mit Hilfe eines **Feldlinienbildes** visualisiert werden. In elementaren Experimenten kann man sich davon überzeugen, dass das Feldlinienbild des von einem Strom in einem geradlinigen Draht verursachte Magnetfelds so aussieht:



$\vec{B}$ steht dabei überall normal auf den Leiter und normal auf die kürzeste Verbindung zum Leiter. Die magnetischen Feldlinien sind **geschlossen** und laufen entsprechend der Rechtsschraubenregel um den elektrischen Strom herum: Eine gedachte Schraube, die in die Orientierung des Magnetfelds gedreht wird, bewegt sich in Stromrichtung.

Soweit kann die Charakteristik des Magnetfeldes experimentell erschlossen werden. Für eine genauere Beschreibung benötigen wir eine weitere Maxwell-Gleichung.

Durchflutungsgesetz

Zu den vier Maxwell-Gleichungen gehört eine (das **Durchflutungsgesetz** oder **Amperesche Gesetz**), mit deren Hilfe das von einem Strom hervorgerufene Magnetfeld berechnet werden kann. In der Form, in der wir es nun formulieren, gilt es nur für **stationäre** Situationen, in denen sich nichts mit der Zeit verändert.

In Worten formuliert, besagt das Durchflutungsgesetz, dass ein elektrischer Strom von einem **magnetischen „Wirbelfeld"** umgeben ist. Etwas genauer lautet es so: Für jede geschlossene Kurve Γ im Raum (egal, ob es sich um eine gedachte Kurve oder um eine stromdurchflossene Leiterschleife handelt) gilt:

$$\text{magnetische Zirkulation entlang } \Gamma = \mu_0 \cdot \text{ durch } \Gamma \text{ fließender Strom} \,,$$

wobei

$$\mu_o \;=\; 4\pi \cdot 10^{-7} \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2} \;\equiv\; 4\pi \cdot 10^{-7} \, \frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}$$

die so genannte **magnetische Feldkonstante** ist. Die magnetische Zirkulation wird dabei aus dem Magnetfeld genauso berechnet wie die Arbeit aus der Kraft. Für ein kurzes Wegstück ist sie durch das Produkt „Weg mal Magnetfeld in Wegrichtung" gegeben. Ist die Kurve Γ eine magnetische Feldlinie der Länge ℓ, so ist die magnetische Zirkulation gleich dem Produkt ℓB (mit $B =$ Betrag von $\vec{B}$). Unter „durch Γ fließender Strom" ist die Stromstärke durch eine Fläche im Raum verstanden, deren Randkurve Γ ist. (Aufgrund der Erhaltung der Ladung, und da wir eine stationäre Situation vorausgesetzt haben, ist es gleichgültig, welche Fläche hier genau gewählt wird. Wichtig ist nur, dass ihr Rand gleich Γ ist).

Aus dem Durchflutungsgesetz ergibt sich die SI-Einheit des Magnetfeldes, das Tesla (T):

$$1\,\mathrm{T} \;=\; 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A\,m}} \,.$$

Der Mechanismus, wie ein Strom ein Magnetfeld hervorbringt, unterscheidet sich also grundlegend von jenem, wie eine elektrische Ladung ein elektrisches Feld erzeugt. Dementsprechend unterscheiden sich auch die Feldlinienbilder. Wie bereits erwähnt, sind die magnetischen Feldlinien **geschlossen** und laufen (entsprechend der Rechtsschraubenregel) um den elektrischen Strom herum. Im Gegensatz zu den elektrischen Feldlinien „entspringen" sie nirgendwo – was mit anderen Worten bedeutet, dass es keine „magnetischen Ladungen" gibt.

Im nicht-stationären Fall tritt noch ein Effekt hinzu, der von der zeitlichen Änderung des elektrischen Feldes herrührt (der so genannte „Maxwellsche Verschiebungsstrom"). Im Fall langsamer zeitlicher Änderungen ist er aber eher klein, so dass auch dann in guter Näherung mit dem Durchflutungsgesetz in der obigen Form gearbeitet werden kann.

Magnetfeld eines geradlinigen Leiters

Das oben gezeigte magnetische Feldlinienbild, das einen geradlinigen stromdurchflossenen Draht umgibt, kann durch elementare Versuche herausgefunden werden. Den Betrag des Magnetfelds ermitteln wir durch Anwendung des Durchflutungsgesetzes auf eine Feldlinie. Ist deren Radius r, so ist ihre Länge (Kreisumfang) gleich $\ell = 2\pi r$. Daher gilt $2\pi r B = \mu_0 I$, was sofort auf das Ergebnis

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

führt. Für einen gegebenen Punkt des Raumes ist r der (Normal-)Abstand zum Draht.

Lorentzkraft

Die Wirkung des Magnetfelds auf Ladungen ist die **Lorentzkraft**. Auf einen (als punktförmig gedachten) Ladungsträger mit elektrischer Ladung q ist sie durch

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B},$$

gegeben, wobei $\vec{v}$ die Geschwindigkeit des Ladungsträgers ist und $\times$ das vektorielle Produkt (Kreuzprodukt) bezeichnet. Die Lorentzkraft wirkt daher stets *normal* zur Geschwindigkeit und zum Magnetfeld, und zwar in die mit der Rechtsschraubenregel ermittelte Richtung, und sie wirkt nur auf *bewegte* Ladungen. Stehen $\vec{v}$ und $\vec{B}$ aufeinander normal, so ist der Betrag der Lorentzkraft gleich

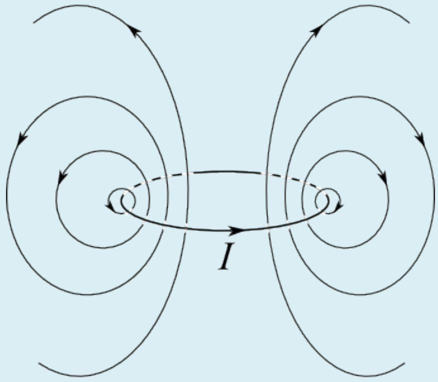
$$F = q\,v\,B,$$

wobei v und B die Beträge von $\vec{v}$ und $\vec{B}$ bezeichnen.

Magnetfeld eines Kreisstroms

In der Praxis fließen Ströme natürlich nicht in unendlich langen und unendlich dünnen Drähten wie oben modellmäßig angenommen. Das Magnetfeld eines dünnen, von anderen stromdurchflossenen Leitern getrennten, aber nicht geradlinigen Drahtes sieht *in der Nähe* des Drahtes ähnlich aus wie oben beschrieben. Damit bekommt man zumindest eine ungefähre Vorstellung vom Magnetfeld, das von realistischen Stromkreisen hervorgerufen wird.

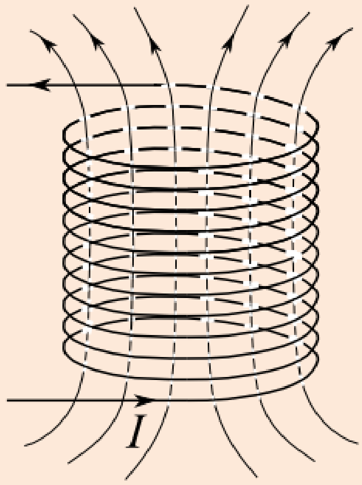
Das Feldlinienbildes des von einem **Kreisstrom** hervorgerufenen Magnetfelds sieht so aus:



Beachten Sie, dass die Richtung des Stroms und die Richtung des Magnetfelds auch hier durch die Rechtsschraubenregel miteinander abgestimmt sind. Weit weg vom Leiter nimmt der Betrag des Magnetfelds wie $1/r^3$ ab.

Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule

In technischen Anwendungen besonders wichtig sind Spulen, d.h. aufgewickelte (und isolierte) Drähte. Wir können eine Spule als eine Reihe zylinderförmig angeordneter kreisförmiger Leiterschleifen auffassen, in denen elektrische Ströme (jeweils von der gleiche Stromstärke I) fließen.



Im Inneren einer Spule, deren Radius klein gegenüber ihrer Länge L ist, ist das Magnetfeld annähernd homogen (konstant). Auch in diesem Fall ergibt sich seine Richtung aus der Rechtsschraubenregel. Seinen Betrag berechnen wir mit dem Durchflutungsgesetz, indem wir eine rechteckige Fläche so in den Raum legen, dass jede Windung der Spule einmal durch sie verläuft. Besitzt die Spule n Windungen, so hat der durch die Fläche fließende Strom die Stromstärke $n\,I$. Da sich die Feldlinien außerhalb der Spule „im Raum verlaufen“, das Feld also dort schwach ist, trägt nur jener Teil der Randkurve zur magnetischen Zirkulation bei, der innerhalb der Spule verläuft. Sie ist durch $L\,B$ gegeben, womit das Durchflutungsgesetz $L\,B = \mu_0\,n\,I$ lautet. Daraus folgt mit

$$B = \frac{\mu_0\,n\,I}{L}$$

der Betrag des (annähernd konstanten) Magnetfelds innerhalb einer Spule. Er ist proportional zur Stromstärke I und zum Quotienten n/L (Zahl der Windungen pro Länge). Bei gegebener Stromstärke gilt: Je dichter die Windungen liegen, umso stärker ist das Magnetfeld.

Wirkung des Magnetfelds auf einen Strom

Das Magnetfeld bewirkt eine Kraft auf bewegte Ladungen. Da bewegte Ladungen einen Strom darstellen, können wir auch sagen, dass ein Magnetfeld eine Kraft auf Ströme ausübt. Verläuft ein geradliniger stromdurchflossener Leiter (Stromstärke I) normal zu einem Magnetfeld, so bewirkt dieses auf jeden einzelnen Ladungsträger mit Geschwindigkeit v die normal zum Leiter gerichtete Lorentzkraft $q\,v\,B$. Nun fassen wir alle Ladungen, die sich auf einer Länge Δs des Leiters befinden, mit ΔQ zusammen. Die Summe aller auf diese Ladungsträger wirkenden Lorentzkräfte ist durch $\Delta F = \Delta Q\,v\,B$ gegeben, wobei v ihre durchschnittliche Geschwindigkeit ist. Während des Zeitintervalls Δt legen sie die Strecke $\Delta s = v / \Delta t$ zurück. Mit $I = \Delta Q / \Delta t$ folgt

$$\Delta F = \Delta Q\,v\,B = \Delta Q\,\frac{\Delta s}{\Delta t}\,B = \frac{\Delta Q}{\Delta t}\,\Delta s\,B = I\,\Delta s\,B\,.$$

Daher ist die Kraft des Magnetfelds pro Länge des Leiters durch

$$\frac{\Delta F}{\Delta s} = I\,B$$

gegeben. Liegt das Magnetfeld nicht normal zum Leiter, so lautet die Formel für die Kraft pro Länge des Leiter so:

$$\frac{\Delta \vec{F}}{\Delta s} = \vec{I} \times \vec{B}\,.$$

Dabei kennzeichnet der Vektor $\vec{I}$ räumliche Richtung, in die der Strom fließt. Auch in diesem Fall wirkt die Kraft normal zum Strom, also normal zum Leiter.

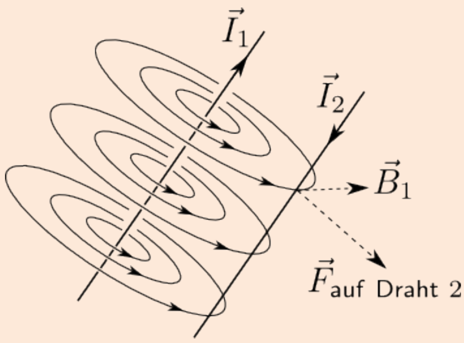
Die Kraft eines Magnetfelds auf einen Strom stellt eine Möglichkeit dar, elektrische in mechanische Energie umzuwandeln. Sie wird im **Gleichstrommotor** genutzt.

Kräfte zwischen Strömen und die Definition des Ampere

Nach dem soeben Gesagten üben zwei nebeneinander liegende geradlinige stromdurchflossene Draht Kräfte aufeinander aus. Ist ihr Abstand gleich d , so ruft der Strom im einen Draht (Stromstärke I_1) ein Magnetfeld hervor, das (nach unserer obigen Formel) beim zweiten Draht den Betrag $B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi\, d}$ besitzt. Dieser (Stromstärke I_2) spürt eine normal zu ihm wirkende Kraft pro Länge vom Betrag

$$\frac{\Delta F_{\text{auf Draht 1}}}{\Delta s} = I_2\, B_1 = \frac{\mu_o\, I_1\, I_2}{2\pi\, d}\,.$$

In der gleichen Weise übt das vom zweiten Strom erzeugte Magnetfeld eine Kraft auf den ersten Draht aus. Die Richtung der Kräfte wird mit der Rechtsschraubenregel ermittelt. Wie aus der Skizze



hervorgeht, sind die Kräfte abstoßend, wenn die Ströme in entgegengesetzte Richtungen verlaufen (und anziehend, wenn die Ströme in die gleiche Richtung verlaufen).

Dies wird benutzt, um im internationalem Maßsystem die Einheit Ampere zu definieren:

> „1 Ampere ist die Stärke des zeitlich konstanten elektrischen Stromes, der im Vakuum zwischen zwei parallelen, unendlich langen, geraden Leitern mit vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt und dem Abstand von $1\ \mathrm{m}$ zwischen diesen Leitern eine Kraft von $2\cdot 10^{-7}\ \mathrm{N}$ pro Meter Leiterlänge hervorrufen würde."

Diese im Labor etwas unpraktische Definition wird in näherer oder fernerer Zukunft wahrscheinlich geändert werden, aber zur Zeit ist sie die „offizielle" Definition des Ampere, aus der dann die Festlegungen der anderen hier eingeführten Einheiten Coulomb, Volt, Ohm und Farad folgen.

Mit $\frac{\Delta F_{\text{auf Draht 1}}}{\Delta s} = 2\cdot 10^{-7}\ \mathrm{N}$, $I_1 = I_2 = 1\ \mathrm{A}$ und $d = 1\ \mathrm{m}$ ergibt sich aus der oben erhaltenen Formel

$$2\cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = \frac{\mu_o}{2\pi}\,\frac{1\ \mathrm{A}^2}{1\ \mathrm{m}}\,,$$

wodurch sich auch der im SI-System verwendete Wert der magnetischen Feldkonstante erklärt.

Hochspannungsleitungen können mit Stromstärken bis zu $2000\ \mathrm{A}$ belastet werden. Werden dabei, wie üblich, zwei bis vier eng parallel geführte Leiterseile (Bündelleitungen) verwendet, so treten bei einem Abstand von wenigen Zentimetern Kräfte bis zu mehreren Dutzend Newton pro Meter auf!

Magnete

Das Magnetfeld einer Spule ähnelt grob jenem eines **Stabmagneten**, und zwar nicht ohne Grund, denn ein **Magnet** enthält zahlreiche (atomare) Kreisströme, deren Magnetfelder einander überlagern. Die magnetischen Feldlinien treten am Nordpol aus, laufen um den Magneten herum und treten am Südpol wieder ein.

Ein homogenes äußeres Magnetfeld bewirkt auf einen Magneten (etwa eine Kompassnadel) ein Drehmoment, das ihn auszurichten versucht, so als ob der Nordpol des Magneten in die Richtung der Magnetfeldlinien und der Südpol in die Gegenrichtung gezogen würde. Der Grund für dieses Verhalten ist die Wirkung der Lorentzkraft auf Kreisströme. In einem inhomogenen Magnetfeld ist eine der beiden Kräfte, die das ausrichtende Kräftepaar bilden, stärker als die andere, so dass es zu einer Anziehung ungleichnamiger Pole und zu einer Abstoßung gleichnamiger Pole von Magneten kommt. Ein handelsüblicher **Hufeisenmagnet** erzeugt ein Magnetfeld von etwa $0.1\ \mathrm{T}$.

Auch das **Erdmagnetfeld** ähnelt dem Magnetfeld eines Stabmagneten. Sein Betrag hängt vom Ort auf der Erde (vor allem von der geographischen Breite) ab. In Mitteleuropa beträgt er $48\ \mu\mathrm{T}$.

Magnetfeld in Materie

Ähnlich wie das elektrische Feld wird ein äußeres Magnetfeld in Materie *durch die Materie selbst* verändert. Im Unterschied zum elektrischen Feld kann dabei aber auch eine Verstärkung des Feldes eintreten. Für diese Effekte ist die Wirkung des Magnetfelds auf Kreisströme verantwortlich. In den meisten Fällen kann die Abschwächung oder Verstärkung des äußeren Magnetfeldes näherungsweise mit Hilfe einer dimensionslosen Zahl μ_r, der **relativen Permeabilität** (**Permeabilitätszahl**), beschrieben werden. Dabei gilt die einfache Regel:

Alle bisherigen (und folgenden) Formeln können korrigiert werden,
indem die magnetische Feldkonstante μ_0 durch das Produkt $\mu_\mathrm{r}\mu_0$ ersetzt wird!

Dem Vakuum kann der Wert $\mu_\mathrm{r} = 1$ zugeordnet werden. Hier die relativen Permeabilitäten einiger Substanzen:

Substanz	μ_r
Kupfer	0.9999936
Aluminium	1.000002
Luft	1.0000004
Eisen	300 bis 20000
Wasser	0.999991
Supraleiter	0

Die meisten Stoffe haben eine relative Permeabilität ganz in der Nähe von 1 (weshalb sie in der Regel mit $\mu_\mathrm{r} = 1 + \chi$ durch die sehr kleine **magnetische Suszeptibilität** χ ausgedrückt wird). In wenigen Fällen ist μ_r aber sehr groß. Es werden drei verschiedene Typen von magnetischem Verhalten unterschieden:

- **Diamagnetismus**: Ein äußeres Magnetfeld ruft atomare Kreisströme hervor, deren Magnetfelder es abschwächen: μ_r ist **kleiner als 1**, meist aber sehr nahe bei 1. Ausnahme: Supraleitende Materialien sind „ideale Diamagneten“ – in sie kann kein Magnetfeld eindringen.
- **Paramagnetismus**: Die Atome oder Moleküle sind auch ohne äußeres Feld Magnete (sie besitzen ein „magnetisches Moment“ – die Ursachen sind Kreisströme der Elektronenhüllen und die Elektronenspins). In einem äußeren Magnetfeld richten sie sich parallel zu diesem aus und verstärken es: μ_r ist **größer als 1**, meist aber sehr nahe bei 1.
- **Ferromagnetismus**: Ähnlich wie der Paramagnetismus, nur kommt es hier zu einer spontanen parallelen Ausrichtung der Elektronenspins in kleinen Raumgebieten (den Weißschen Bezirken). Dadurch wird das äußere Magnetfeld *extrem* verstärkt: μ_r ist **sehr viel größer als 1**. Ferromagneten besitzen ein „Gedächtnis“ (veranschaulicht durch die **Hysterese**-Kurve): Wird das äußere Magnetfeld abgeschwächt, so sinkt auch das Magnetfeld in einem Ferromagneten, verweilt aber auf einem bestimmten Niveau, wenn das äußere Magnetfeld schließlich ganz auf 0 abgesunken ist – das Material ist „magnetisiert“ (es ist ein **Permanentmagnet**). Erst ein Magnetfeld in Gegenrichtung kann die Magnetisierung aufheben. Die wichtigste technische Anwendung des Ferromagnetismus besteht darin, in eine stromdurchflossene Spule einen **Eisenkern** einzusetzen, um das Magnetfeld um viele Größenordnungen zu verstärken.

Die Effekte des Paramagnetismus und des Ferromagnetismus werden von der Wärmebewegung gestört und nehmen daher mit steigender Temperatur ab.

Teilchenbewegung im homogenen Magnetfeld

Als unmittelbare Anwendung der Formel für die Lorentzkraft ergibt sich, dass ein frei bewegliches geladenes Teilchen in einem homogenen Magnetfeld **Kreisbewegungen** normal zum Magnetfeld ausführen kann. Ist m seine Masse, q seine Ladung, v der Betrag seiner Geschwindigkeit und B der Betrag des Magnetfelds, so gilt (mit dem Grundgesetz der Mechanik)

$$\text{Masse mal Zentripetalbeschleunigung} \equiv \frac{m v^2}{r} = q v B \equiv \text{Lorentzkraft},$$

wobei r der Bahnradius ist. Dieses Prinzip wird in **Teilchenbeschleunigern** angewandt, um geladene Teilchen auf Kreisbahnen zu halten. Ist B bekannt und werden v und r gemessen, so kann aus der obigen Formel das Verhältnis q/m bestimmt werden – ein wichtiges Verfahren zu **Identifizierung von Elementarteilen**.

Die allgemeinste Teilchenbewegung im homogenen Magnetfeld kommt durch eine gleichzeitige Ausführung dieser Kreisbewegung und einer gleichförmigen Bewegung in die Richtung des Magnetfelds zustande, wodurch sich insgesamt eine **Spiralbewegung** ergibt.

Energie des Magnetfeldes

Analog zum elektrischen Feld besitzt auch das Magnetfeld eine **Energiedichte**. Wir leiten sie nicht her, sondern geben nur die entsprechende Formel an:

$$u_{\text{Magnetfeld}} = \frac{1}{2\mu_o} B^2 \,.$$

Ausblick

Hier wurden vor allem zeitunabhängige oder langsam veränderliche Situationen, in denen elektrische Ladungen und elektrische Ströme eine Rolle spielen, betrachtet. Treten schnelle zeitliche Veränderungen auf, so zeigt sich eine enge Verwebung des elektrischen Feldes mit dem Magnetfeld – die dann gemeinsam „elektromagnetisches Feld“ genannt werden. Wichtige Stationen auf dem Weg zu einem vollständigeren Verständnis des elektromagnetischen Feldes sind das **Induktionsgesetz** und die Identifizierung des Lichts als kleinen Ausschnitt des **elektromagnetischen Spektrums**.