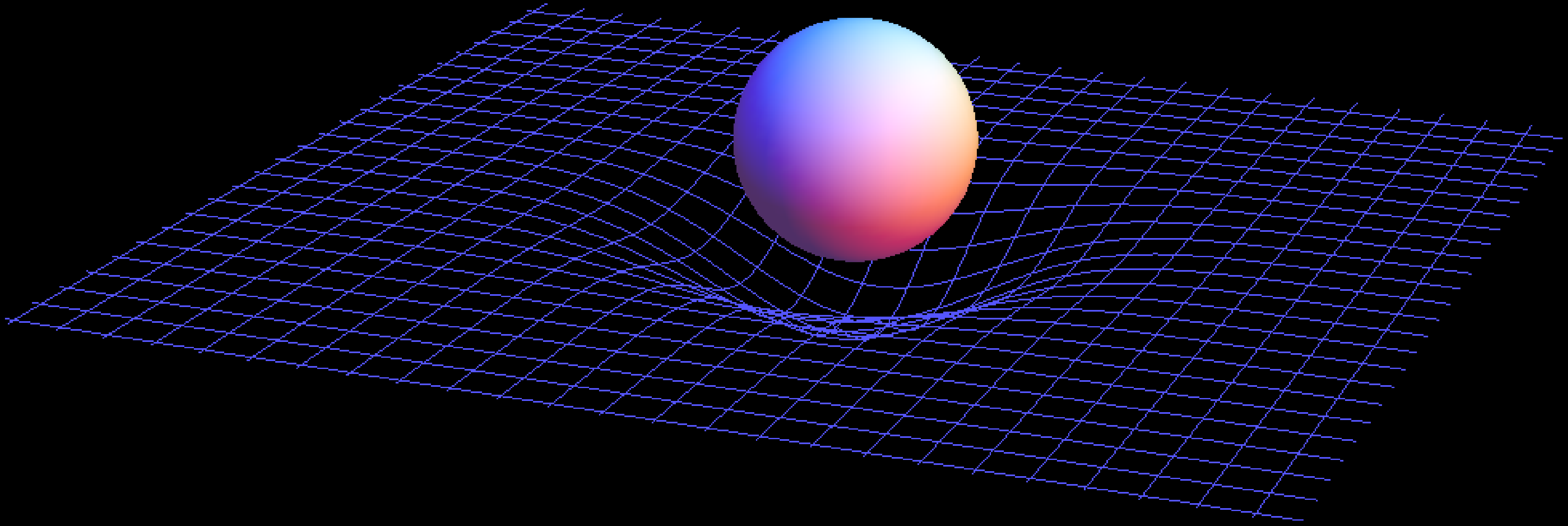
Didaktik der Relativitätstheorie

Franz Embacher

Fakultät für Physik
der Universität Wien



Vortrag im Rahmen der Tagung der ARGE Physik
(Pädagogische Hochschule NÖ)
HTL Mödling, 13. November 2015

Allgemeine Betrachtungen

Physik des 20. und 21. Jahrhunderts:

- geprägt von Quantentheorie, SRT und ART
- „abstrakte“ Theorien
- erfordern eine Trennung zwischen
  - theoretischen Begriffen und
  - Aussagen über Experimente/Beobachtungen
- erfordern eine genaue Einhaltung des Prinzips, dass zu einer Messgröße eine Messvorschrift gehört
- → um Formulierungen und geeignete Bilder ringen!

SRT

- Beispiel Zeitdilatation: Inertialsystem, Beobachter, Zeit

$$\Delta t_{\text{bewegt}} = \Delta t_{\text{ruhend}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

oder so:

$$\Delta t_{\text{ruhend}} = \Delta t_{\text{bewegt}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Wer oder was „ruht“? Wer oder was „bewegt sich“?

- Beispiel Längenkontraktion:

$$L_{\text{ruhend}} = L_{\text{bewegt}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$ oder $$L_{\text{bewegt}} = L_{\text{ruhend}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

SRT

- Beispiel Beobachtungen generell: „Sehen“ ist nicht gleich „auf der Basis eines Inertialsystems messen“.

  Wie genau misst man den Gang einer „bewegten Uhr“?

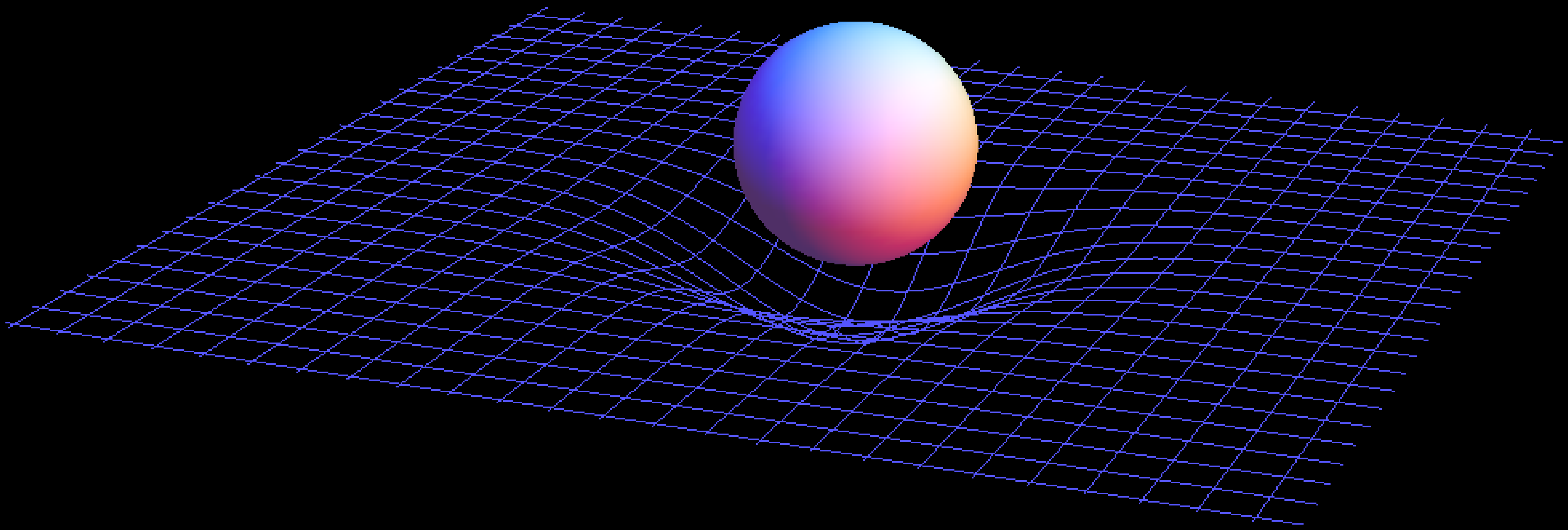
- Beispiel Inertialsystem: „In einem Inertialsystem“.
  Kann man „außerhalb eines Inertialsystems“ sein?

ART

Beispiel Geometrie in der Nähe schwerer Himmelskörper:

- „Maßstäbe sind in der Nähe von Massen verkürzt". Ist dann 1 m nicht mehr 1 m? Gilt die Festlegung von „1 Meter" als Maßeineit der Länge dann nicht mehr? Wie soll das gemessen werden?
- „Längen sind in der Nähe von Massen verkürzt". Wie macht sich das bemerkbar?
- Wenn als Analogie zur Krümmung der Raumzeit eine gekrümmte Fläche herangezogen wird: Müsste es dort nicht auch einen Maßstabs- oder Längenveränderungs-Effekt geben?

Allgemeine Relativitätstheorie



Kann man hier die „Maßstabsveränderung“ erkennen?

Einige ausgewählte Themen

Spezielle Relativitätstheorie

- Das Experiment von Michelson und Morley
- Relativität der Gleichzeitigkeit
- Zeitdilatation
- Längenkontraktion

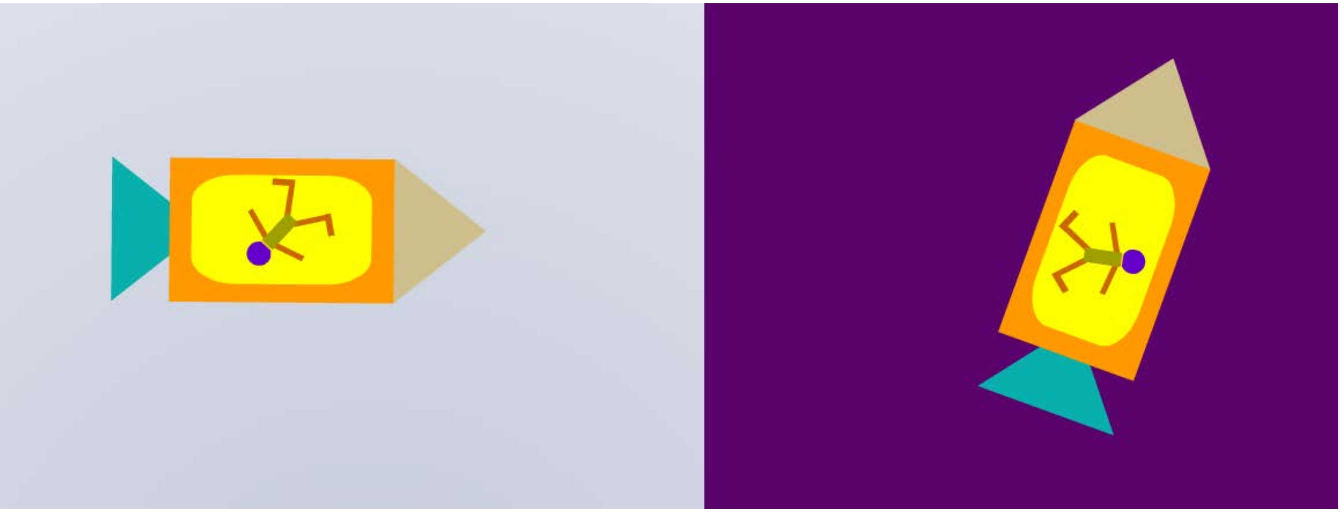
Allgemeine Relativitätstheorie

- Das Äquivalenzprinzip
- Krümmung
- Maßstäbe, Längen und Raumkrümmung im Gravitationsfeld
- Wieso ist ein Schwarzes Loch schwarz?

Falls gewünscht…

…nun etwas Anspruchsvolleres?

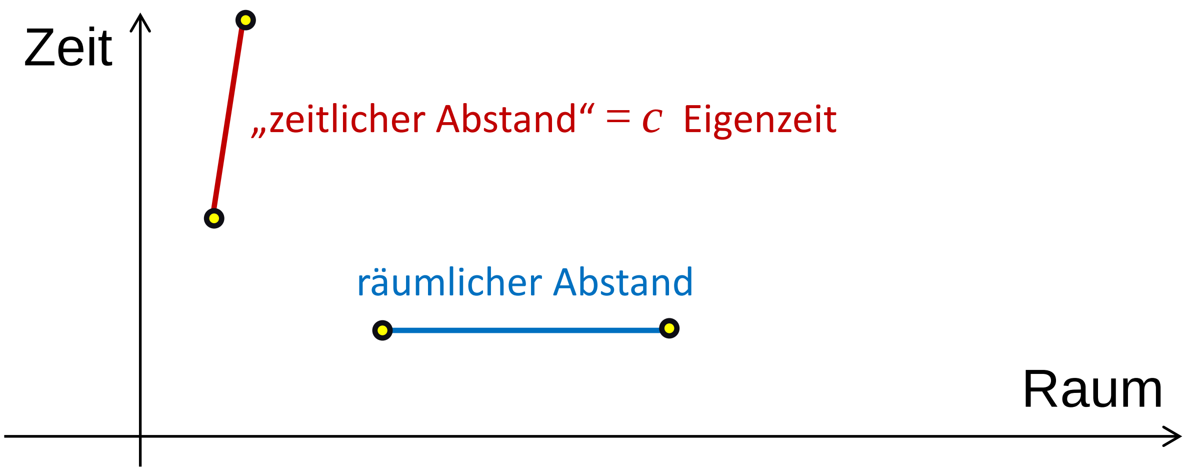
Äquivalenzprinzip



http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/Einstein/artAequivalenzprinzip/

SRT, Metrik, Geraden, Geodäten und Sphären

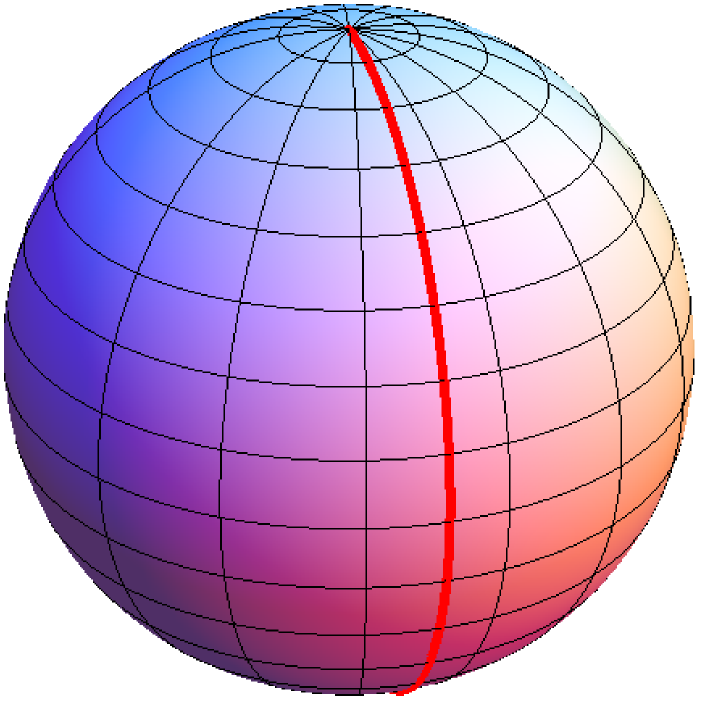
- Für einen frei fallenden Beobachter gelten lokal die Gesetze der Speziellen Relativitätstheorie.
- Zwillingsparadoxon: Für frei fallende Körper ist die Eigenzeit maximal!
- Abstandsbegriff in der Raumzeit (Metrik):



- Weltlinien frei fallender Körper sind Geodäten („geradeste Linien“).

SRT, Metrik, Geraden, Geodäten und Sphären

- Ein Beispiel für Geodäten („geradeste Linien“ in einem gekrümmten „Raum“ sind „Großkreise“ auf einer Sphäre:



Raum-Zeit-Krümmung in der Nähe von Himmelskörpern

Wir betrachten folgendes Szenario: Zwei Raketen werden gleichzeitig abgeschossen:

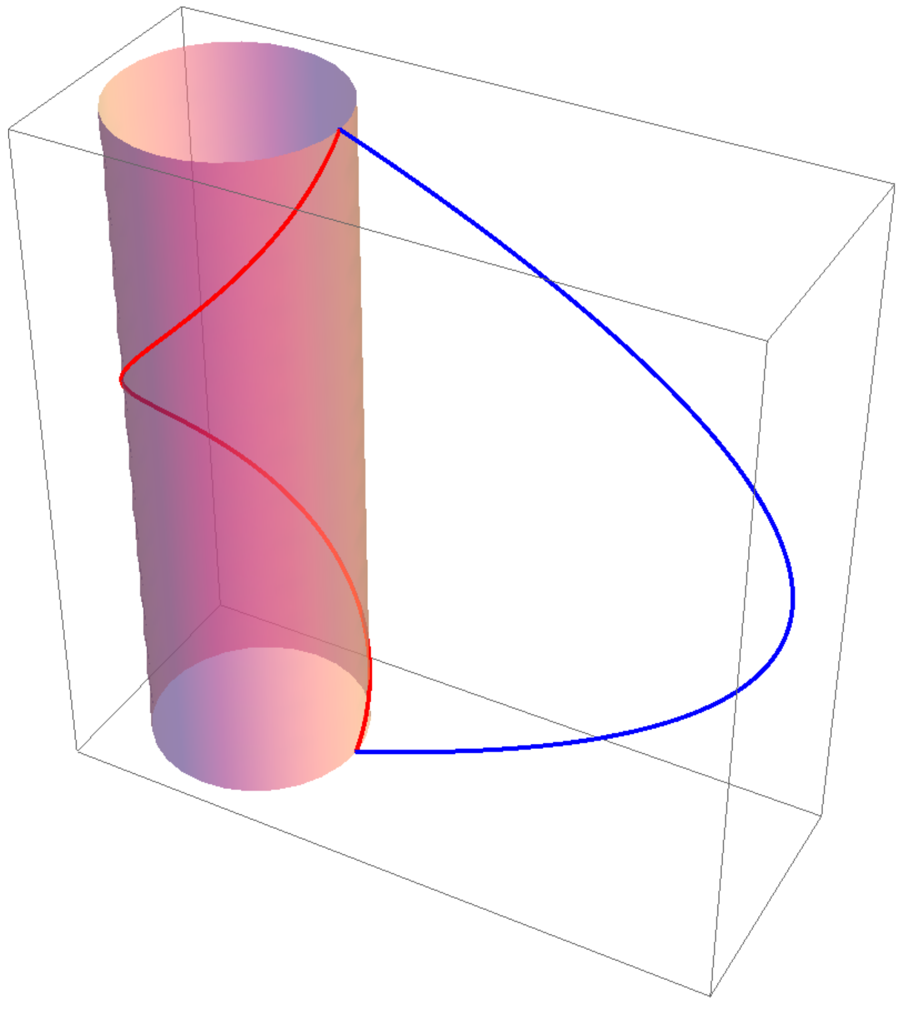
- Eine Rakete umkreist die Erde.
- Die andere Rakete bewegt sich senkrecht von der Erde weg und fällt schließlich wieder zurück.
- Danach treffen sie wieder aufeinander.

Die zwei Punkte der Raumzeit

- Ereignis des Abschusses A
- Ereignis des Wiedertreffens B

werden durch zwei verschiedene Geodäten („geradeste Linien“) miteinander verbunden!

Raum-Zeit-Krümmung in der Nähe von Himmelskörpern

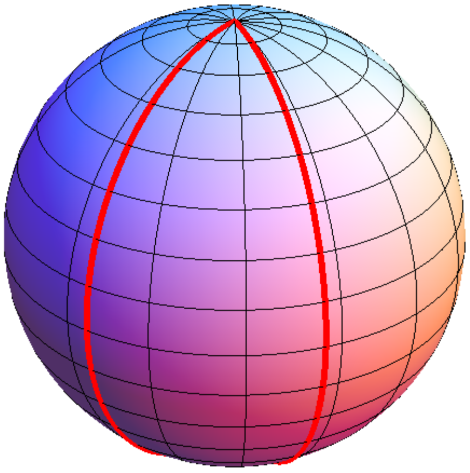


Das kann es in einer nicht-gekrümmten („flachen“) Raumzeit nicht geben!

Krümmungsradius und Lichtablenkung

Analogie:

- Auch auf einer Sphäre können zwei Punkte durch verschiedene Geodäten verbunden sein!



- Der „Krümmungsradius“ (= Radius der Sphäre) ist von der Größenordnung der Länge dieser Geodäten.

Krümmungsradius und Lichtablenkung

In der Raumzeit: „Länge der Geodäten“ = c Zeitspanne, die dieser Vorgang benötigt!

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$ (Grundgesetz der Mechanik)

$$\downarrow$$

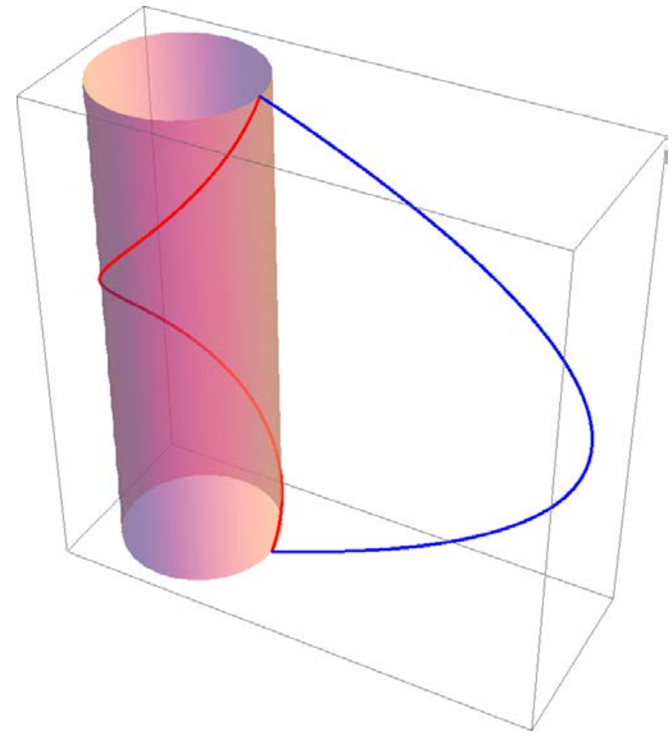
$$\frac{GM}{r} = v^2 \qquad v = \frac{2\pi r}{t_{\text{Umlauf}}}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{GM}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{t_{\text{Umlauf}}{}^2}$$

$$\downarrow$$

$$t_{\text{Umlauf}} = 2\pi \frac{r^{3/2}}{(GM)^{1/2}} \longrightarrow R_{\text{Krümmung}} \approx c\, t_{\text{Umlauf}} = 2\pi \frac{c\, r^{3/2}}{(GM)^{1/2}}$$



Krümmungsradius und Lichtablenkung

Daher größenordnungsmäßige Abschätzung des Krümmungsradius in der Nähe eines Himmelskörpers mit Masse M und Radius r:

$$\boxed{R_{\text{Krümmung}} \approx \frac{c\,r^{3/2}}{(GM)^{1/2}} \approx \frac{r^{3/2}}{R_{\text{Schwarzschild}}^{\;1/2}}}$$

$$R_{\text{Schwarzschild}} = \frac{2GM}{c^2}$$

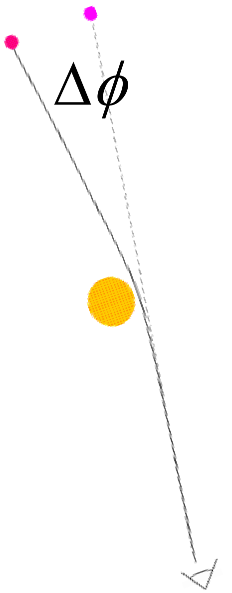
Für die Erde: $R_{\text{Krümmung}} \approx 3 \cdot 10^8\,\text{m}$

Für die Sonne: $R_{\text{Krümmung}} \approx 5 \cdot 10^8\,\text{m}$

Größenordnung des Radius der Umlaufbahn des Mars!

Krümmungsradius und Lichtablenkung

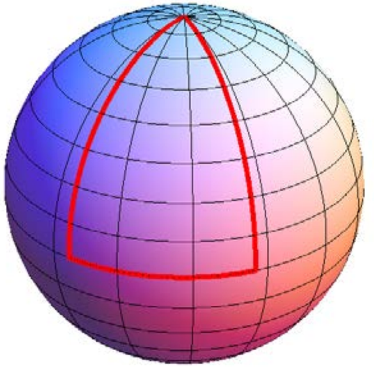
Ein Lichtstrahl wird abgelenkt, wenn er am Rand eines Himmelskörpers vorbeiläuft. Wie groß ist diese Ablenkung?



Analogie: Für die Winkelsumme eines „Dreiecks“ auf einer Sphäre gilt:

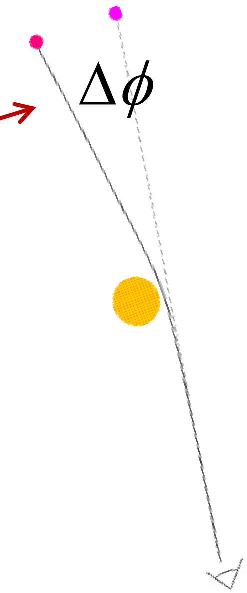
$$\alpha + \beta + \gamma - \pi = \frac{\text{Fläche}}{R^2}$$

(„sphärischer Exzess“ … misst die Abweichung von Winkeln im Vergleich mit der Euklidischen Geometrie)



Krümmungsradius und Lichtablenkung

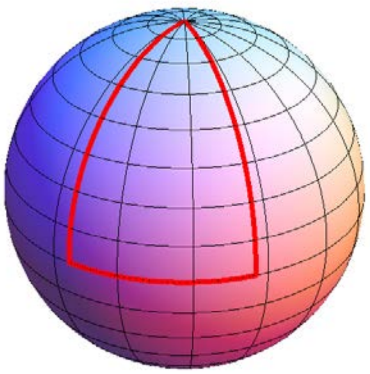
Ein Lichtstrahl wird abgelenkt, wenn er am Rand eines Himmelskörpers vorbeiläuft. Wie groß ist diese Ablenkung?



Analogie: Für die Winkelsumme eines „Dreiecks“ auf einer Sphäre gilt:

$$\alpha + \beta + \gamma - \pi = \frac{\text{Fläche}}{R^2}$$

(„sphärischer Exzess“ … misst die Abweichung von Winkeln im Vergleich mit der Euklidischen Geometrie)



Krümmungsradius und Lichtablenkung

Daher Abschätzung des Größenordnung der Lichtablenkung:

$$\text{wirksame Raumzeit-Fläche} \approx r \cdot c \cdot \text{Lichtlaufzeit} \approx r \cdot c \cdot \frac{r}{c} = r^2$$

$$\boxed{\Delta\phi \approx \frac{\text{wirksame Raumzeit-Fläche}}{R_{\text{Krümmung}}{}^2} \approx \frac{r^2}{R_{\text{Krümmung}}{}^2} \approx \frac{GM}{c^2 r} \approx \frac{R_{\text{Schwarzschild}}}{r}}$$

→ Lichtablenkung am Sonnenrand: $\Delta\phi \approx 10^{-6} \approx 1''$

Genaue Vorhersage der ART: $\Delta\phi = \dfrac{4GM}{c^2 r} = 1.75''$ (seit 1919 gemessen)

Falls Zeit bleibt…

…Themen Ihrer Wahl!

Danke für Ihre Aufmerksamkeit!

Diese Präsentation gibt's im Web unter

http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/RT/