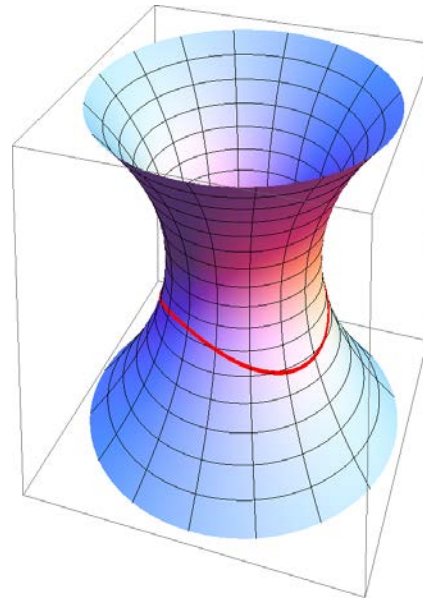


Allgemeine Relativitätstheorie und Quantenphysik



Franz Embacher

Fakultät für Physik der Universität Wien

Vortrag am Wiedner Gymnasium, 14. Jänner 2019

Vortrag an der Österreichischen URANIA für Steiermark, Graz, 24. November 2015

Allgemeine Relativitätstheorie und Quantenphysik

Struktur der Quantenmechanik

Allgemeine Relativitätstheorie

Allgemeine Relativitätstheorie und
Quantentheorie

Struktur der Quantenmechanik

Struktur der Quantenmechanik

Struktur der Quantenmechanik

Am Beispiel eines **Elektrons**^{*)} im Kraftfeld eines Protons (Wasserstoffatom):

In der **klassischen Physik** bewegt sich das Elektron, d.h. zu jeder gegebenen Zeit t besitzt es einen bestimmten Ort x . Sind Anfangsort und Anfangsgeschwindigkeit bekannt, so ist die zukünftige Bewegung durch die Kraft festgelegt. Das ist der **klassische Determinismus**:

t vorgegeben $\rightarrow x$ vorherbestimmt

Der Ort x ist die „dynamische Variable“ des Elektrons. Nach dieser Theorie müsste das Atom kollabieren.

^{*)} Unter Vernachlässigung des Spins.

Struktur der Quantenmechanik

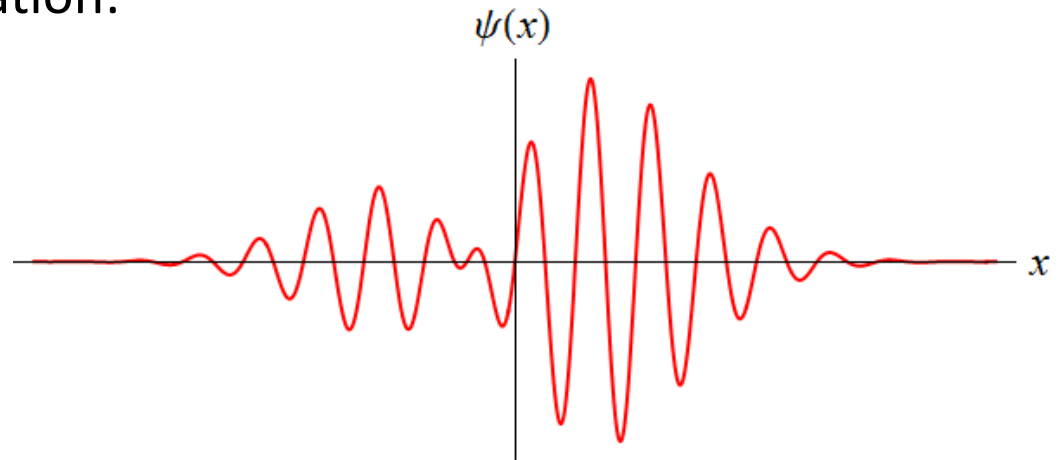
Die **Quantenmechanik** hingegen macht nur **Wahrscheinlichkeitsaussagen**:

- Zu jeder gegebenen Zeit t wird der Zustand des Elektrons durch eine „**Wellenfunktion**“ beschrieben. Diese Wellenfunktion
 - beinhaltet die gesamte Information, die wir über den Zustand des Elektrons haben können
 - und legt für jeden Ort x eine **Aufenthaltswahrscheinlichkeit** fest.
- Wird eine **Ortsmessung** vorgenommen, so ergibt sich ein Messwert entsprechend der Aufenthaltswahrscheinlichkeit.
- Analoge Verfahren werden auch für andere Messgrößen angewandt, beispielsweise für den Impuls oder die Energie.

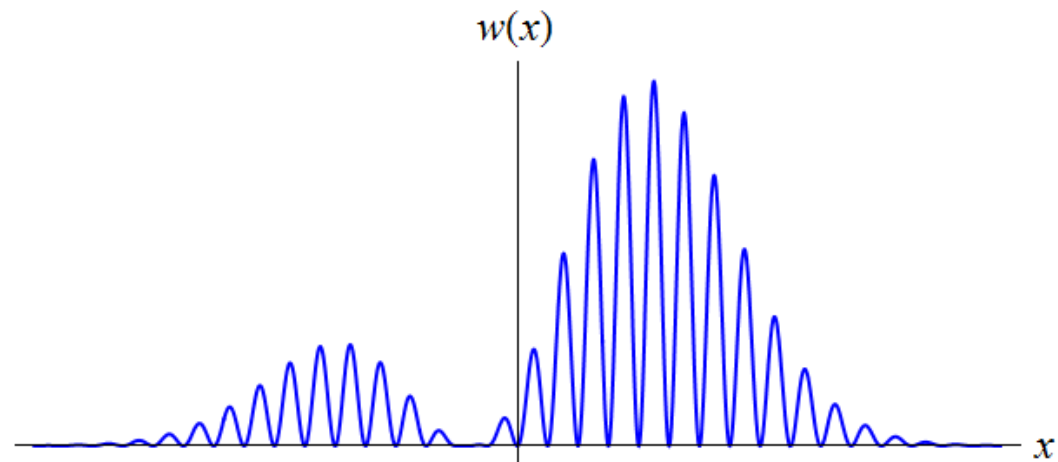
Struktur der Quantenmechanik

Eindimensionale Illustration:

Wellenfunktion



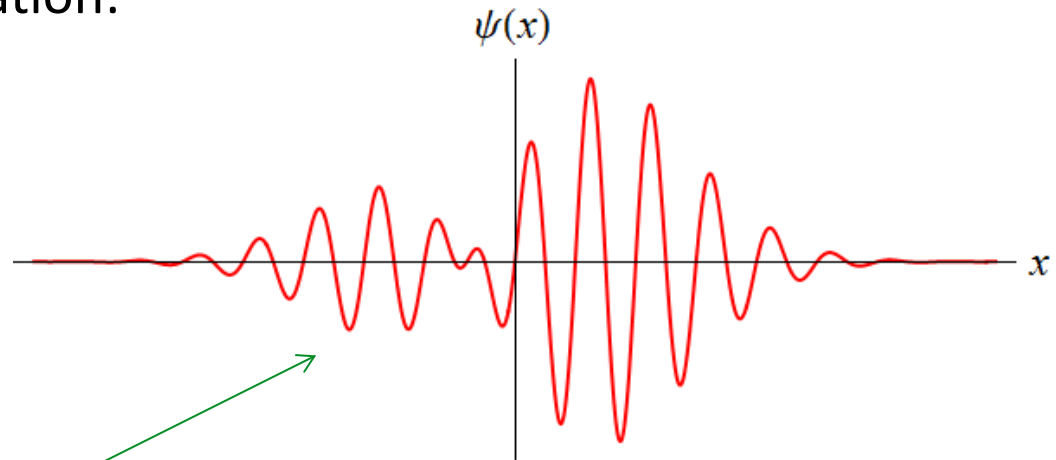
Aufenthalts-
wahrscheinlichkeit



Struktur der Quantenmechanik

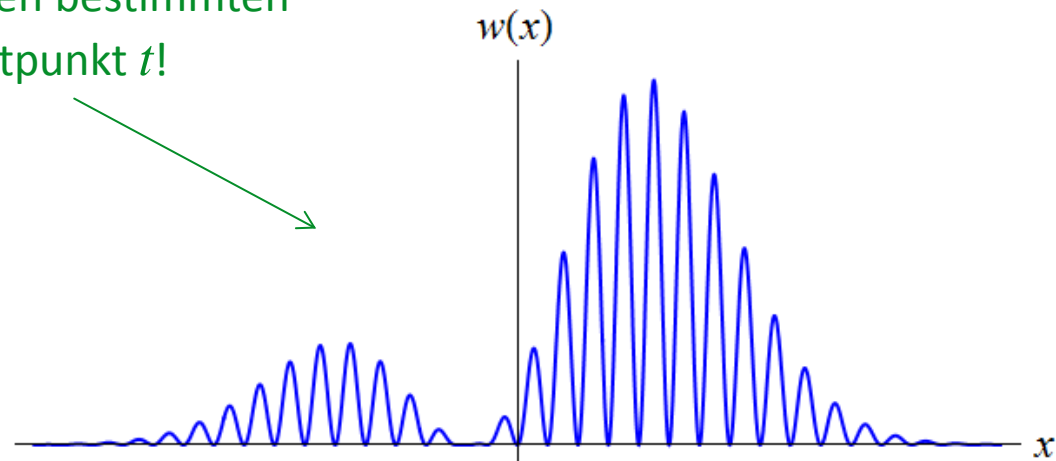
Eindimensionale Illustration:

Wellenfunktion



Wichtig: gilt für einen bestimmten
(vorgegebenen) Zeitpunkt t !

Aufenthalts-
wahrscheinlichkeit



Struktur der Quantenmechanik

Auch die Quantenmechanik besitzt eine Form von **Determinismus**:

- Wird die Wellenfunktion zu einem Anfangszeitpunkt vorgegeben, so ist sie für alle künftigen Zeitpunkte festgelegt.

Die **Schrödingergleichung**:

- Sie beschreibt die „Zeitentwicklung“

Wellenfunktion zur Anfangszeit \longrightarrow Wellenfunktion zur Zeit t

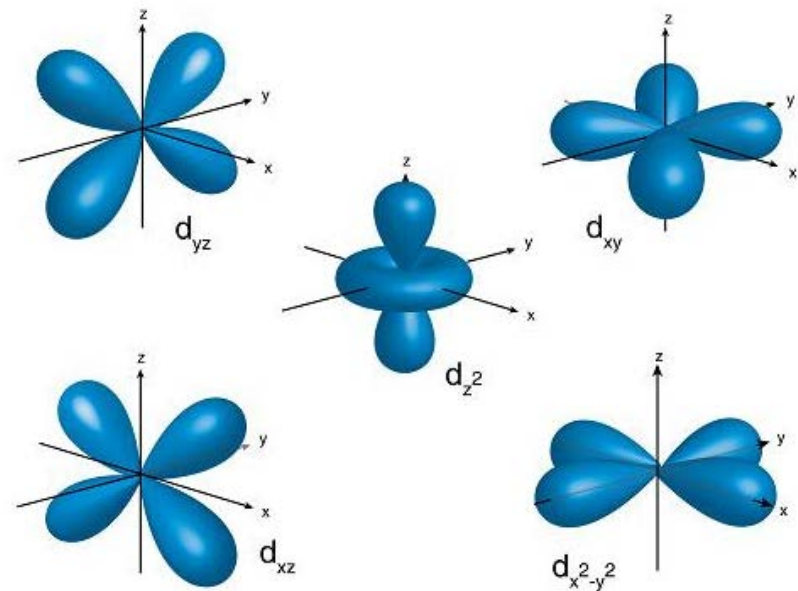
Mathematisch betrachtet ist die Wellenfunktion eine Funktion der Zeit **und** des Ortes:

$$\psi_0(x) \xrightarrow{\text{Schrödingergleichung}} \psi_t(x)$$

Struktur der Quantenmechanik

Besondere Zustände:

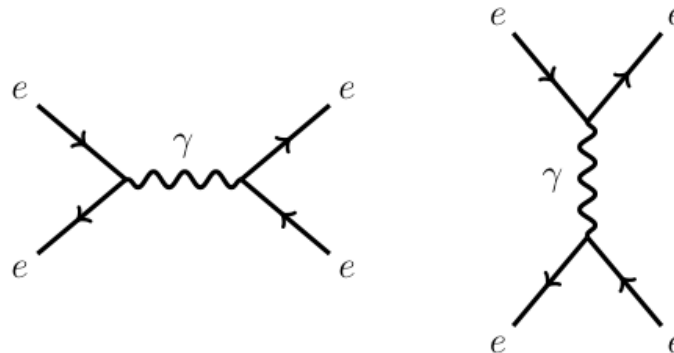
- Es gibt Zustände, die eine **zeitunabhängige** Aufenthaltswahrscheinlichkeit besitzen. Es sind dies genau jene Zustände, für die die **Energie** nur *einen einzigen* möglichen Messwert besitzt (d.h. für die die Energie „scharf“ ist).
- Diese „Energieeigenzustände“ beschreiben z. B. die „Orbitale“ des Wasserstoffatoms.



Quantentheorie(n)

Theorien dieser Struktur sind extrem erfolgreich!

- Sie beschreiben **Atome**, **Moleküle** und deren Bindungen,
- sie lassen sich mit der **Speziellen Relativitätstheorie** in Einklang bringen,
- und sie beschreiben (als „Quantenelektrodynamik“ und „Quantenchromodynamik“) das **Licht** und seine Wechselwirkung mit Materie sowie die Eigenschaften der **Atomkerne**.



<http://www.quantumdiaries.org/2010/03/07/more-feynman-diagrams-momentum-conservation/>

Allgemeine Relativitätstheorie

Allgemeine Relativitätstheorie

Allgemeine Relativitätstheorie

- Die Allgemeine Relativitätstheorie beschreibt die **Gravitation**.
- Gravitation wird in ihr nicht als Kraft aufgefasst, sondern als Ausdruck der **Krümmung von Raum und Zeit**:

Die Materie sagt der Raumzeit,
wie sie sich krümmen soll.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$$

Die Krümmung der Raumzeit

sagt der Materie, wie sie sich bewegen soll.

- **Raum und Zeit** (vereinigt in der „Raumzeit“) **werden** nun von einer fixen „Bühne“ des physikalischen Geschehens **zu** eigenständigen „**dynamischen Variablen**“.
- Die Allgemeine Relativitätstheorie ist eine klassische Theorie.

Allgemeine Relativitätstheorie

Struktur der **Dynamik** der ART:

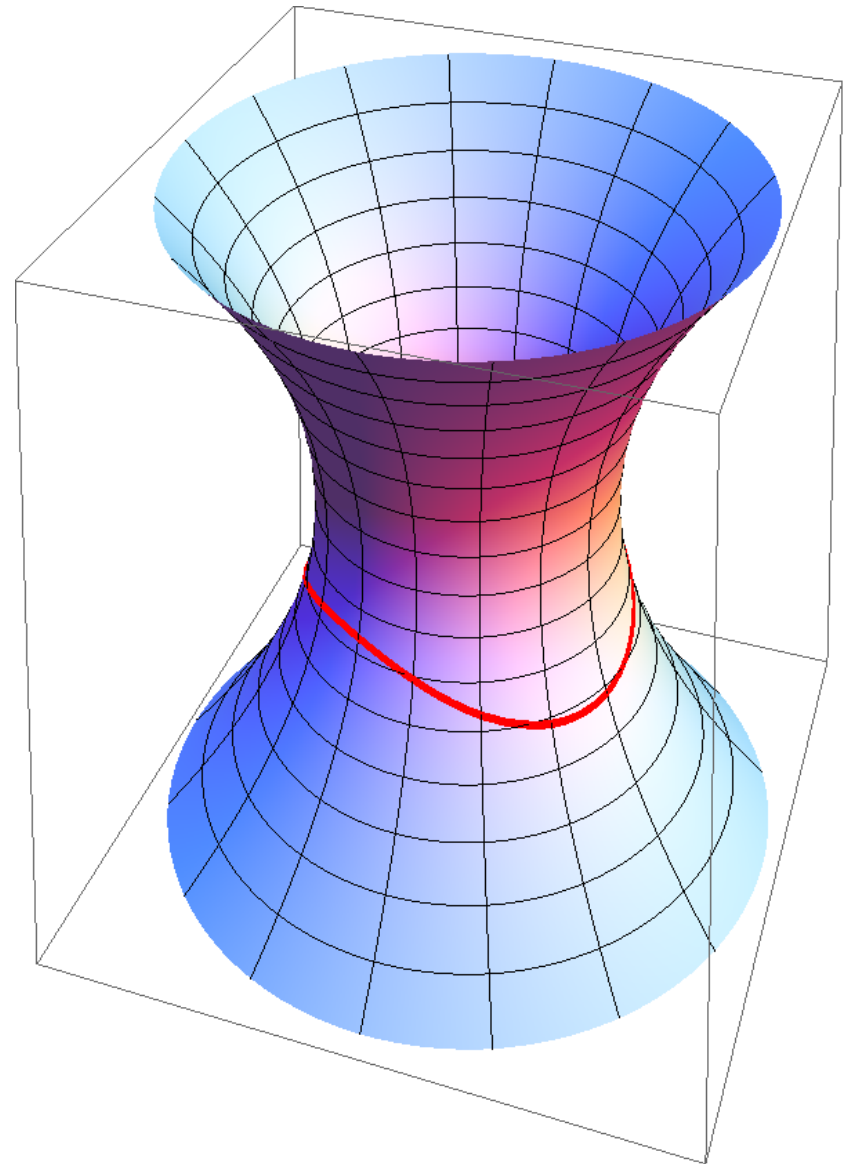
Vorgeben:

3-dimensionale Geometrie
(„Raum“) + {...} + {Materie}

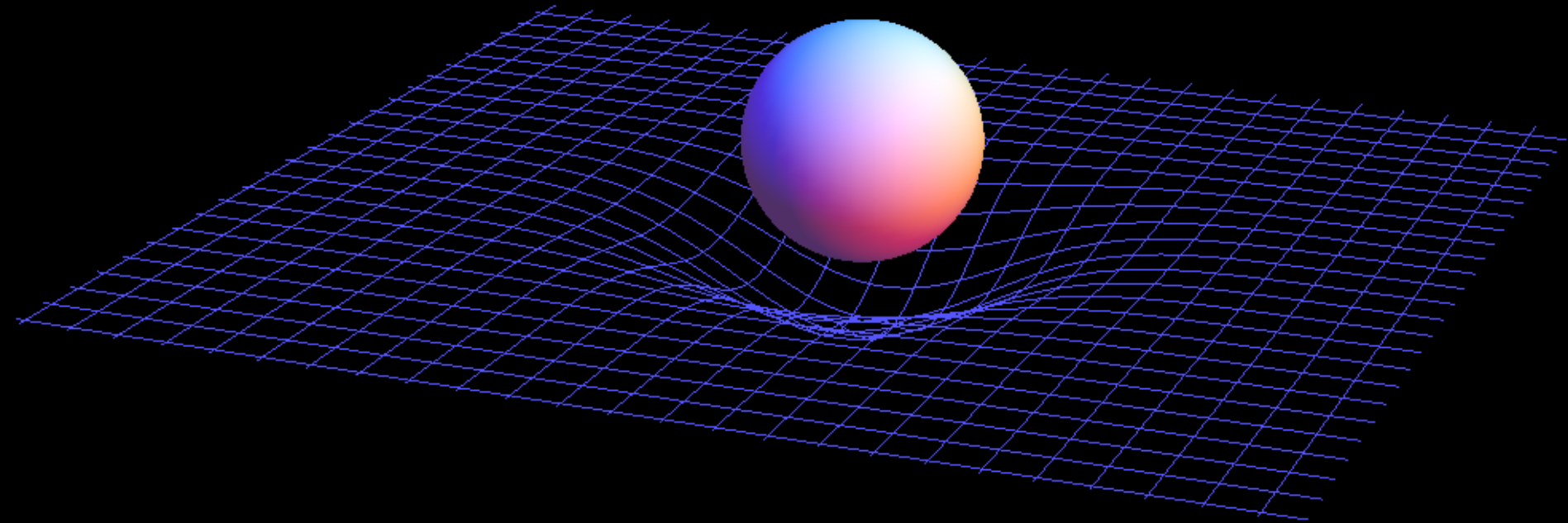
Einsteins Gleichungen
bestimmen:

4-dimensionale Geometrie
(„Raumzeit“) + {Materie}

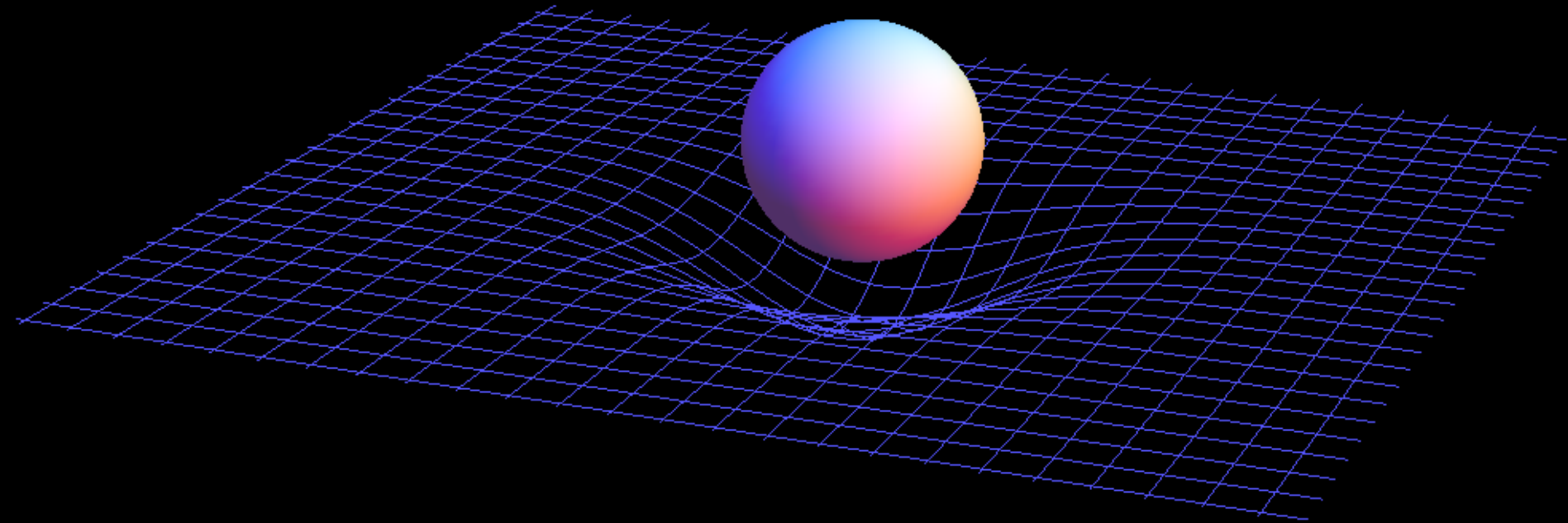
Die „**dynamische Variable**“ der
Gravitation ist die **3-dimensionale
Geometrie**.



Allgemeine Relativitätstheorie



Allgemeine Relativitätstheorie



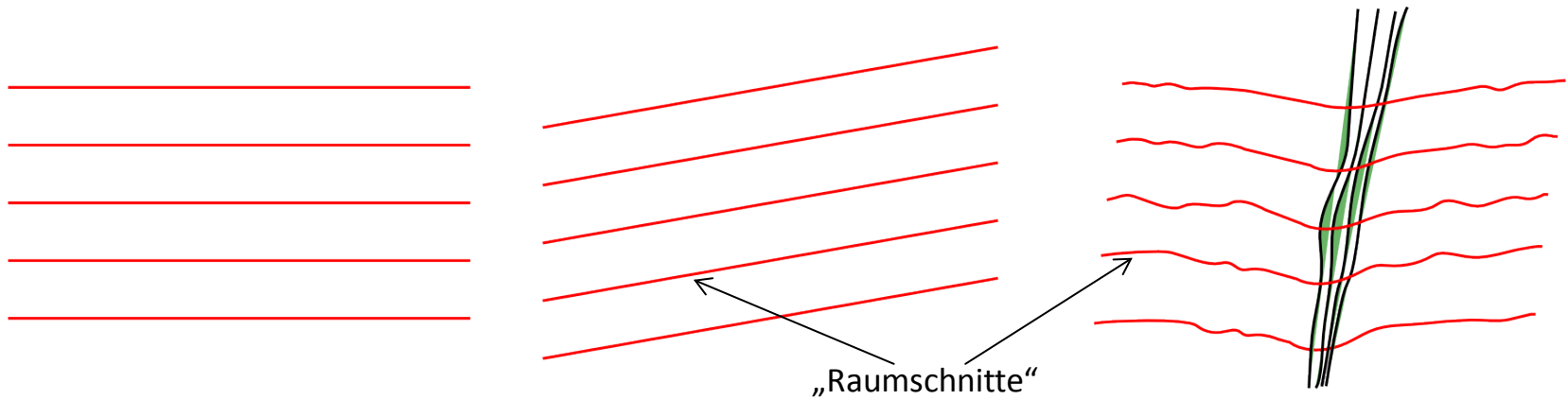
In der Nähe schwerer Massen „vergeht die Zeit“ langsamer.

Allgemeine Relativitätstheorie und Quantentheorie

Allgemeine Relativitätstheorie und Quantentheorie

ART und Quantentheorie

Die Grundstrukturen von ART und Quantentheorie vertragen sich nicht:



Newtonsche Mechanik

„Zeit“: fix vorgegeben.

SRT

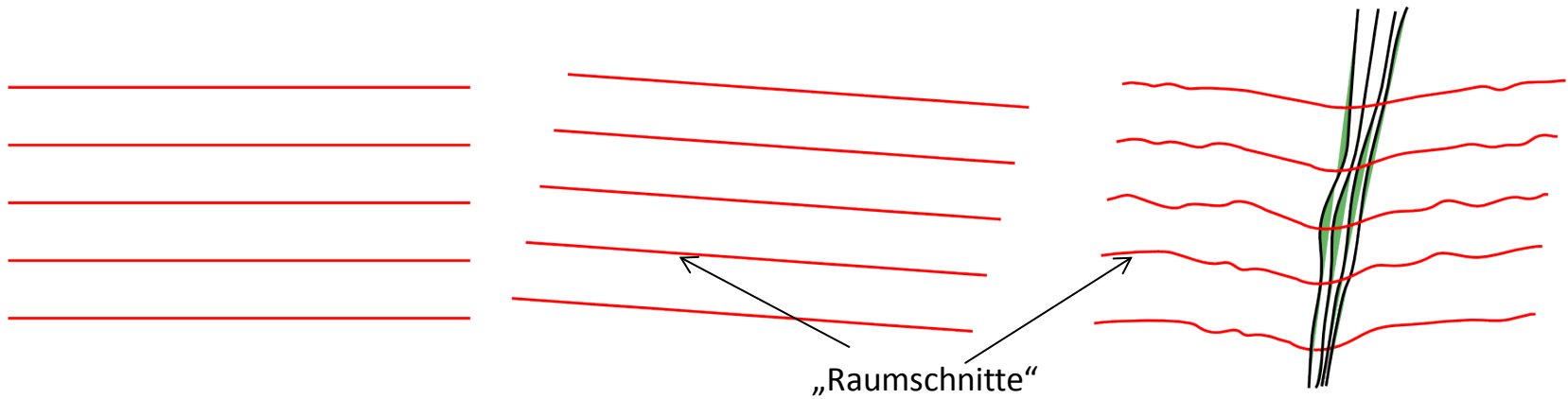
„Zeit“: ist fixiert, sobald ein Inertialsystem gewählt ist.

ART

Was „Zeit“ bedeutet, hängt von der „Geometrie“ ab und daher (auch) davon, wo sich welche Materie befindet!

ART und Quantentheorie

Die Grundstrukturen von ART und Quantentheorie vertragen sich nicht:



Newtonsche Mechanik

„Zeit“: fix vorgegeben.

SRT

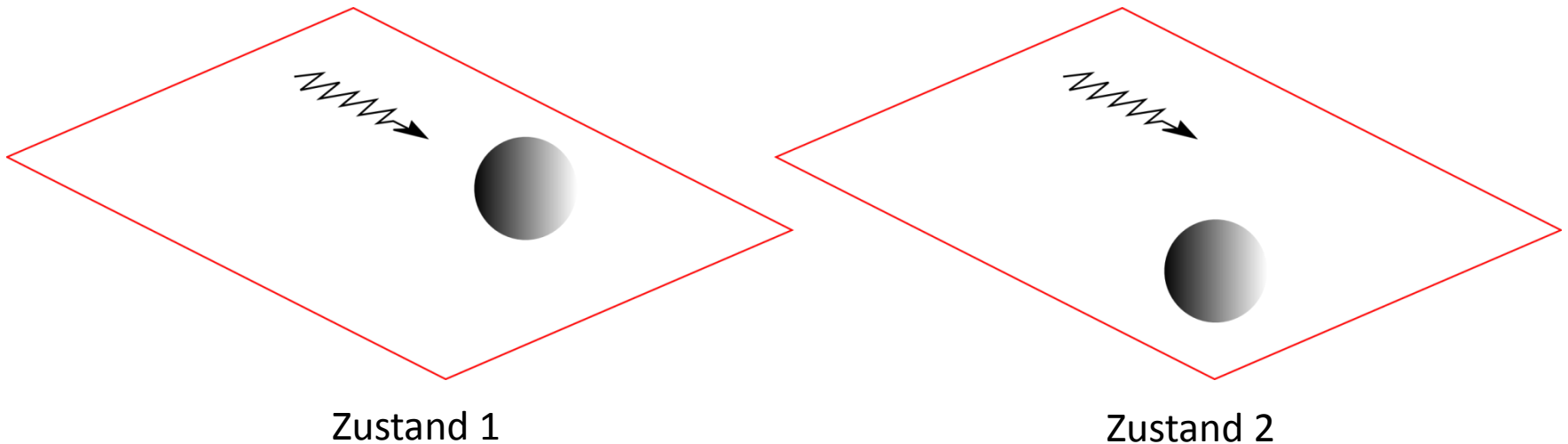
„Zeit“: ist fixiert, sobald ein Inertialsystem gewählt ist.

ART

Was „Zeit“ bedeutet, hängt von der „Geometrie“ ab und daher (auch) davon, wo sich welche Materie befindet!

ART und Quantentheorie

Konkretes Beispiel: „Überlagerung“ zweier klassischer Zustände:

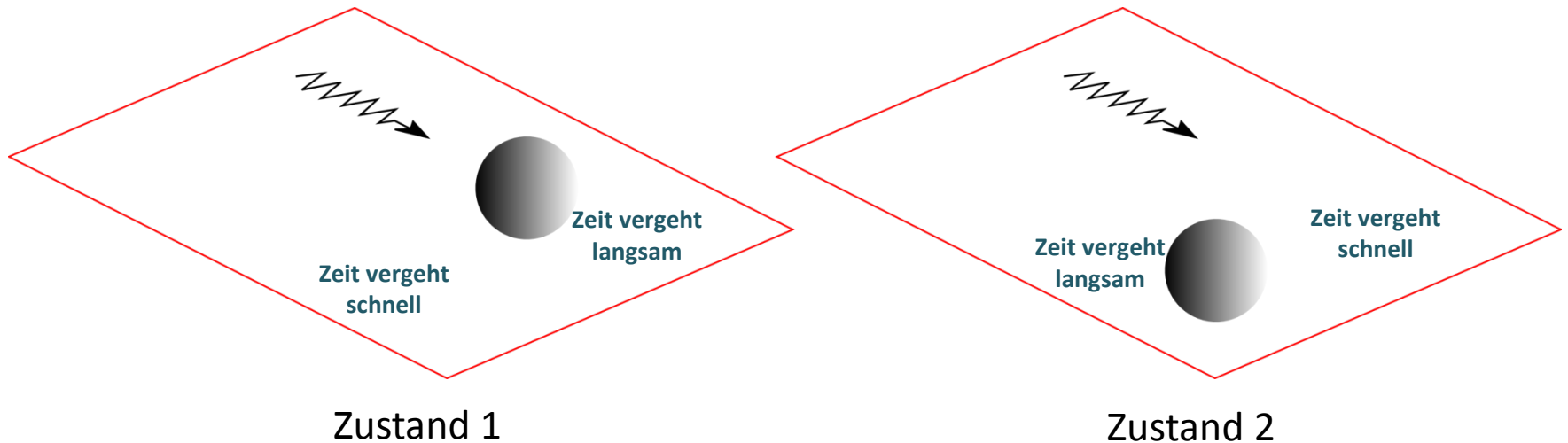


Die Quantenmechanik würde verlangen, diese beiden Zustände zu einer **gegebenen** Zeit t zu interpretieren und vorhersagen:

- Wahrscheinlichkeit, zur Zeit t den Zustand 1 zu beobachten
- Wahrscheinlichkeit, zur Zeit t den Zustand 2 zu beobachten

ART und Quantentheorie

Konkretes Beispiel: „Überlagerung“ zweier klassischer Zustände:



Die Quantenmechanik würde verlangen, diese beiden Zustände zu einer **gegebenen** Zeit t zu interpretieren und vorhersagen:

- Wahrscheinlichkeit, **zur Zeit t** den Zustand 1 zu beobachten
- Wahrscheinlichkeit, **zur Zeit t** den Zustand 2 zu beobachten

Das Problem: Was t bedeutet, hängt vom Zustand ab!

ART und Quantentheorie

Mathematisch betrachtet, stellt sich dieses Problem so dar:

Quantenmechanik des Elektrons:

Dynamische Variable: Ort x

Wellenfunktion: $\psi_t(x)$

Aufgrund der Prinzipien der Quantenmechanik **müsste man für die Gravitation erwarten:**

Dynamische Variable: 3-dimensionale Geometrie g

Wellenfunktion: $\Psi_t[g]$

Das Problem: Was t bedeutet, hängt von g ab!

Der „Zeitpunkt“ der Messung kann nicht vorgegeben werden, weil er vom Messergebnis abhängt!

ART und Quantentheorie

Strategie: Dieses Problem (und ähnliche) zunächst ignorieren, formal zu „quantisieren“ und sehen wohin einen die Mathematik führt...

- Die ART ist „nicht-renormierbar“.
- Ab 1967 Ansatz von **John A. Wheeler** und **Bryce DeWitt**:

→ eine Gleichung, in der die Zeit nicht vorkommt!

Wheeler-DeWitt-Gleichung (ohne Materie):

$$\left(G[g] \frac{\delta}{\delta g} \frac{\delta}{\delta g} - R[g] \right) \Psi[g] = 0$$

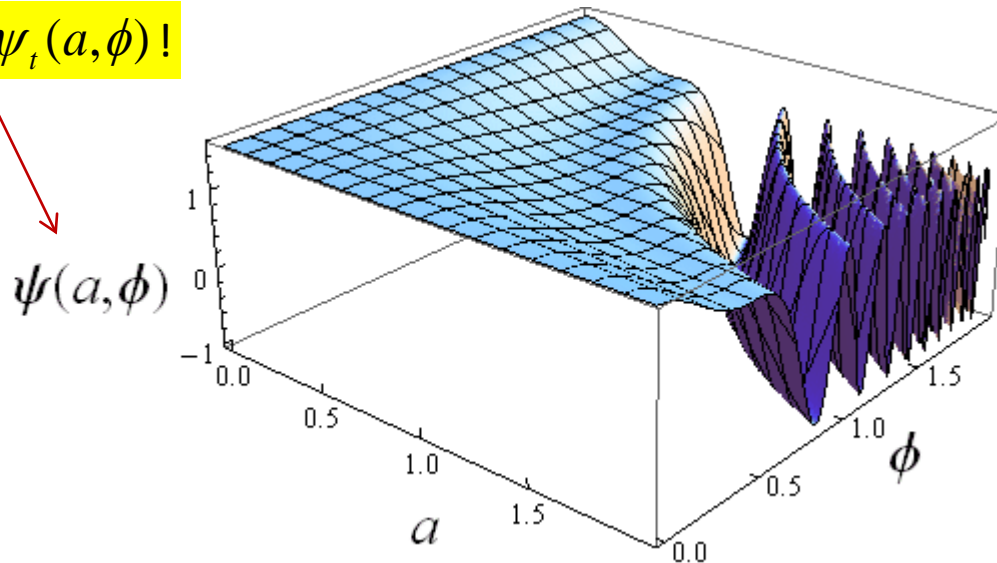
nicht $\Psi_t[g]$!

- Die konzeptuelle **Hauptfrage**: Wie kann aus einer „statischen“ „Wellenfunktion des Universums“ eine Erklärung **dynamischer Vorgänge** („Zeitentwicklung“) gewonnen werden?

ART und Quantentheorie

„**Minisuperspace-Modell**“: Wellenfunktion für ein Universum
homogenes und isotropes Universum (a = „Radius des Universums“,
 ϕ = Materie). Lösung der Wheeler-DeWitt-Gleichung:

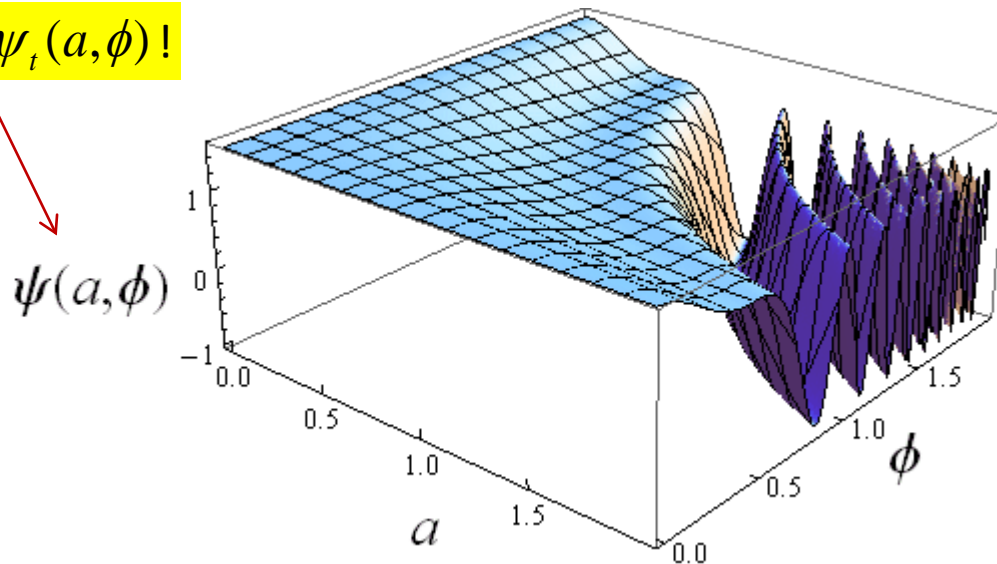
nicht $\psi_t(a, \phi)$!



ART und Quantentheorie

„**Minisuperspace-Modell**“: Wellenfunktion für ein Universum
homogenes und isotropes Universum (a = „Radius des Universums“,
 ϕ = Materie). Lösung der Wheeler-DeWitt-Gleichung:

nicht $\psi_t(a, \phi)$!



klassische Zeitentwicklung?

Darüber hinaus besitzt der WDW-Ansatz ernste mathematische Probleme (Divergenzen)!

ART und Quantentheorie

Neuere Ansätze:

- Schleifenquantengravitation (*loop quantum gravity*)
- Spin-Schaum-Modelle (*spin foam models*)
- Stringtheorie
- Supergravitation
- Asymptotische Sicherheit
- Kausale dynamische Triangulierung

Sie alle sind mathematisch sehr anspruchsvoll, auf Näherungen und Computerberechnungen angewiesen und haben Teilergebnisse erzielt.

ART und Quantentheorie

Neuere Ansätze:

- Schleifenquantengravitation (*loop quantum gravity*)
- Spin-Schaum-Modelle (*spin foam models*)
- Stringtheorie
- Supergravitation
- Asymptotische Sicherheit
- Kausale dynamische Triangulierung

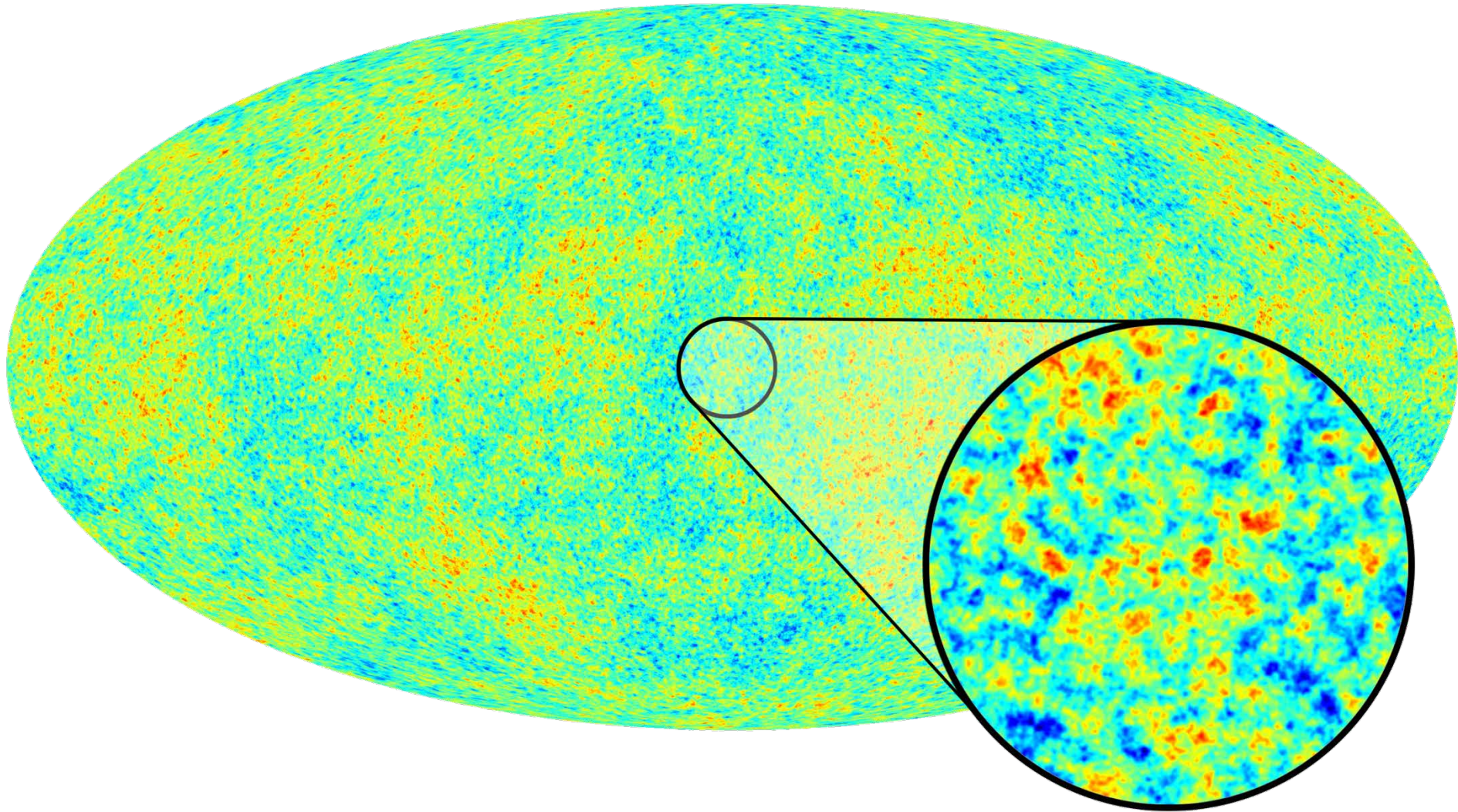
Sie alle sind mathematisch sehr anspruchsvoll, auf Näherungen und Computerberechnungen angewiesen und haben Teilergebnisse erzielt.

ART und Quantentheorie

Schleifenquantengravitation:

- Strategie: Zuerst die reine Gravitation verstehen, danach Materie hinzunehmen → „Quantengeometrie“
- Die „Quanten“ der Geometrie sind „Fäden“, die ein „Netzwerk“ (*loops*) bilden.
- Weitgehende Vermeidung mathematischer Unendlichkeiten.
- Funktioniert besonders schön, wenn eine kosmologische Konstante einbezogen wird.
- Hoffnung auf Entdeckung einer „Zeitvariable“ unter den „Materievariablen“.
- Hinweise auf Vermeidung einer Urknall-Singularität! Statt dessen: „Bounce“.
- Kleine Abweichungen von Voraussagen des „kosmologischen Standardmodells“ betreffend die kosmische Hintergrundstrahlung → experimentelle Bestätigung?

ART und Quantentheorie



ART und Quantentheorie

Stringtheorie:

- Strategie: Von Beginn an die gesamte Materie und ihre Wechselwirkungsteilchen inklusive der Gravitation behandeln.
- Ausgangspunkt sind „Fäden“, deren „Schwingungszustände“ die beobachteten Elementarteilchen sind.
- Ein solcher Fadentyp ist das „Graviton“, das die Gravitationswechselwirkung vermittelt.
- Funktioniert nur in höheren Dimensionen: 10, 11 oder 26. Die nicht beobachteten Raumdimensionen müssen „aufgerollt“ sein.
- Problem: Gigantische Zahl von Lösungen, die die beobachtete vierdimensionale Raumzeit beschreiben.
- Problem für die „supersymmetrische“ Variante: bisher kein Hinweis auf Supersymmetrie in der Natur.

Theorie für alles?

Mit den Hoffnungen auf eine konsistente **Quantengravitation** ist die Hoffnung auf eine Theorie verbunden, die **alle** Wechselwirkungen umfasst und vereinheitlicht:

- elektromagnetische Wechselwirkung
 - schwache Wechselwirkung
 - starke Wechselwirkung
 - Gravitationswechselwirkung
- } elektroschwache WW

Daher gilt das Thema Quantengravitation als der „heilige Gral“ der heutigen Physik. Möglicherweise wird es eine (weitere) **Umwälzung unserer physikalischen Konzepte** erfordern.

Zur Zeit sind wir noch auf der Suche...

Danke für Ihre Aufmerksamkeit!

Diese Präsentation gibt's im Web unter

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/ARTundQuantenphysik>

