

Allgemeine Relativitätstheorie und Kosmologie



Franz
Embacher

Fakultät für Physik
der Universität Wien

Seminar an der PH Oberösterreich
Linz, 3. Dezember 2014

Allgemeine Relativitätstheorie + Kosmologie

Vorbereitung:
Spezielle Relativitätstheorie

Spezielle Relativitätstheorie

- Bezugssystem, Raum- und Zeitkoordinaten
- Inertialsystem
- Relativitätsprinzip
- Rolle der Lichtgeschwindigkeit
- Raumzeit

Allgemeine Relativitätstheorie + Kosmologie

Konzept der Raumzeit in der
Speziellen Relativitätstheorie

Hermann Minkowski 1908...

„Von Stund´ an sollen
Raum für sich und
Zeit für sich völlig zu
Schatten herabsinken
und nur noch eine Art
Union der beiden soll
Selbständigkeit
bewahren.“

→ die **Raumzeit!**



Hermann Minkowski 1908...

„Von Stund´ an sollen
Raum für sich und
Zeit für sich völlig zu
Schatten herabsinken
und nur noch eine Art
Union der beiden soll
Selbständigkeit
bewahren.“

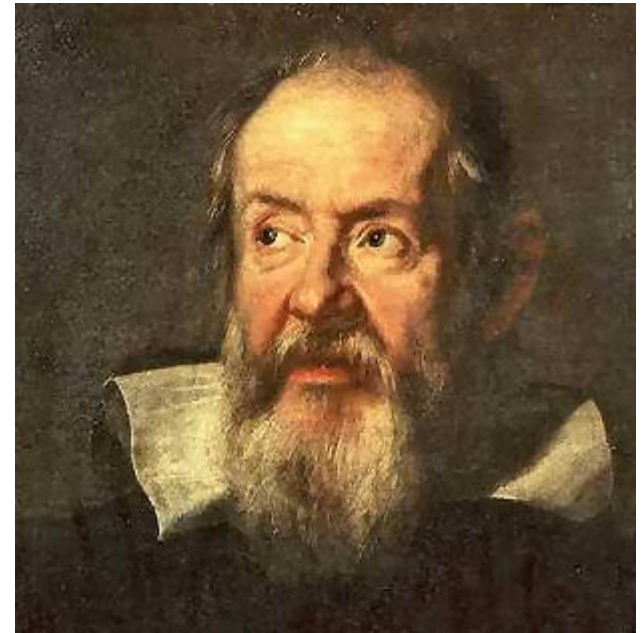
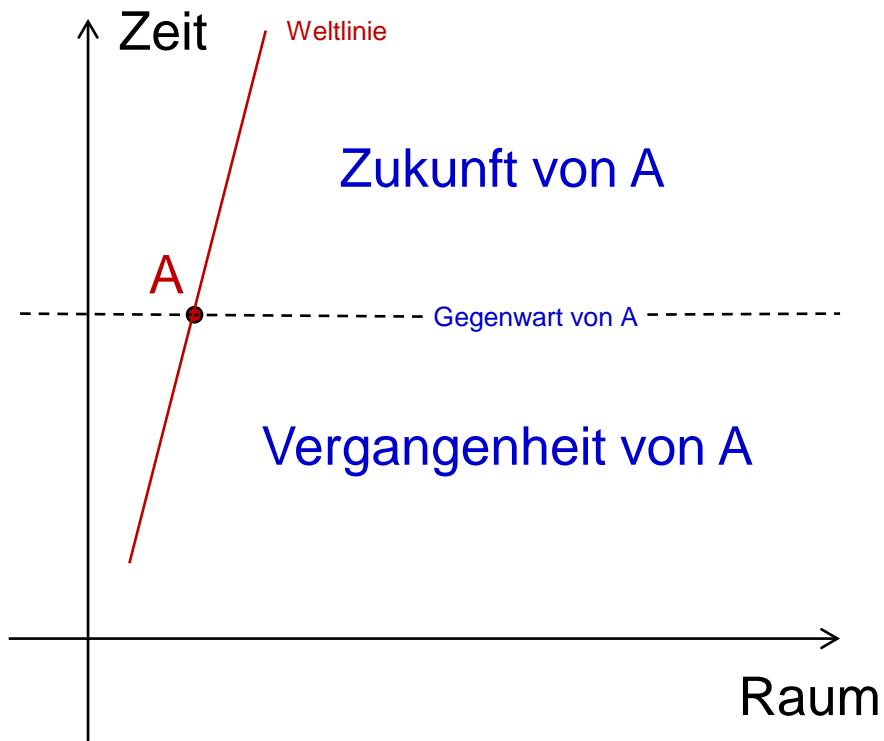
→ die **Raumzeit!**

→ [Die Raumzeit und ihre Geometrie](#)

(aus: Wer mit Einstein rechnete)

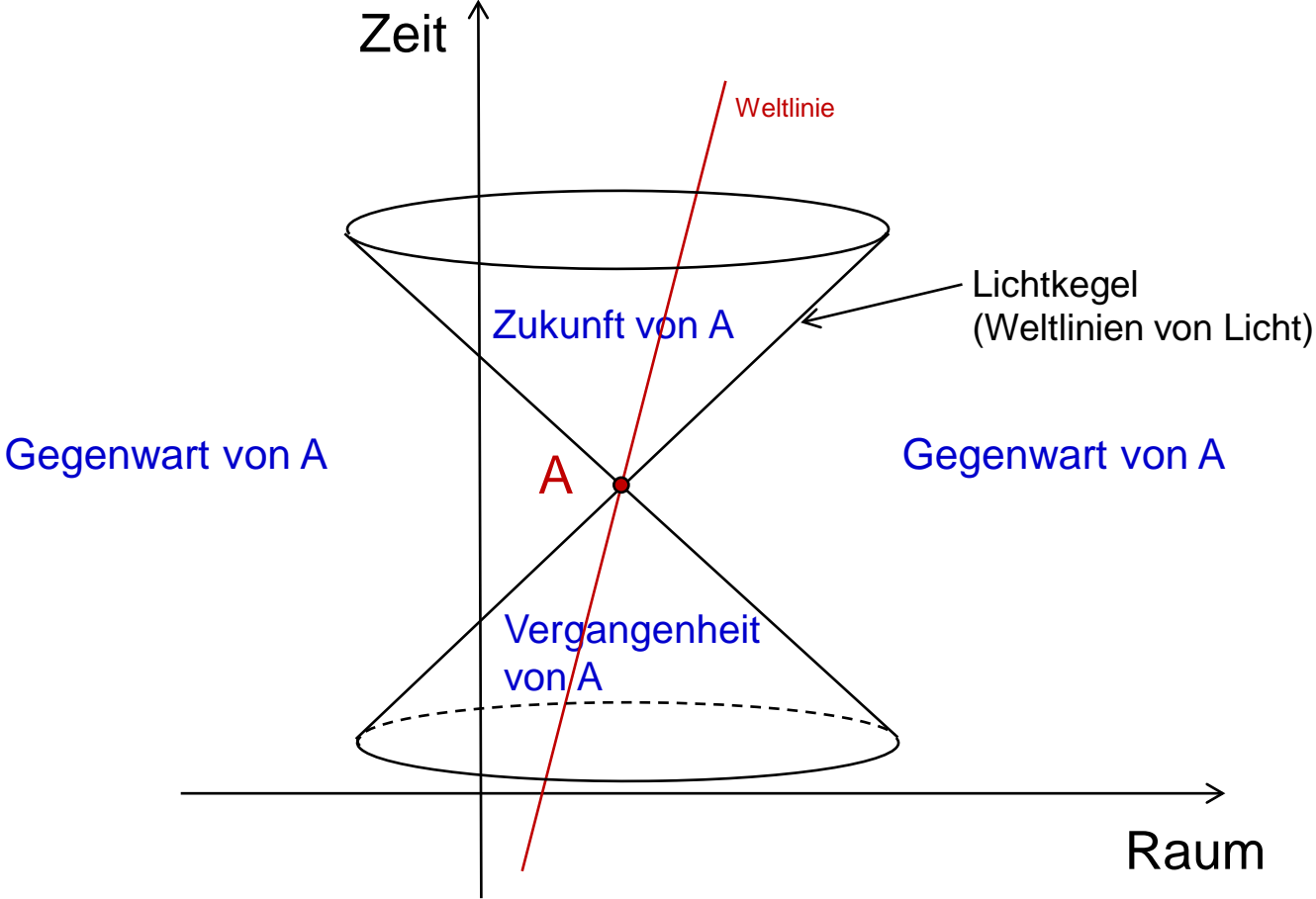


Kausalstruktur der „Galileischen Raumzeit“

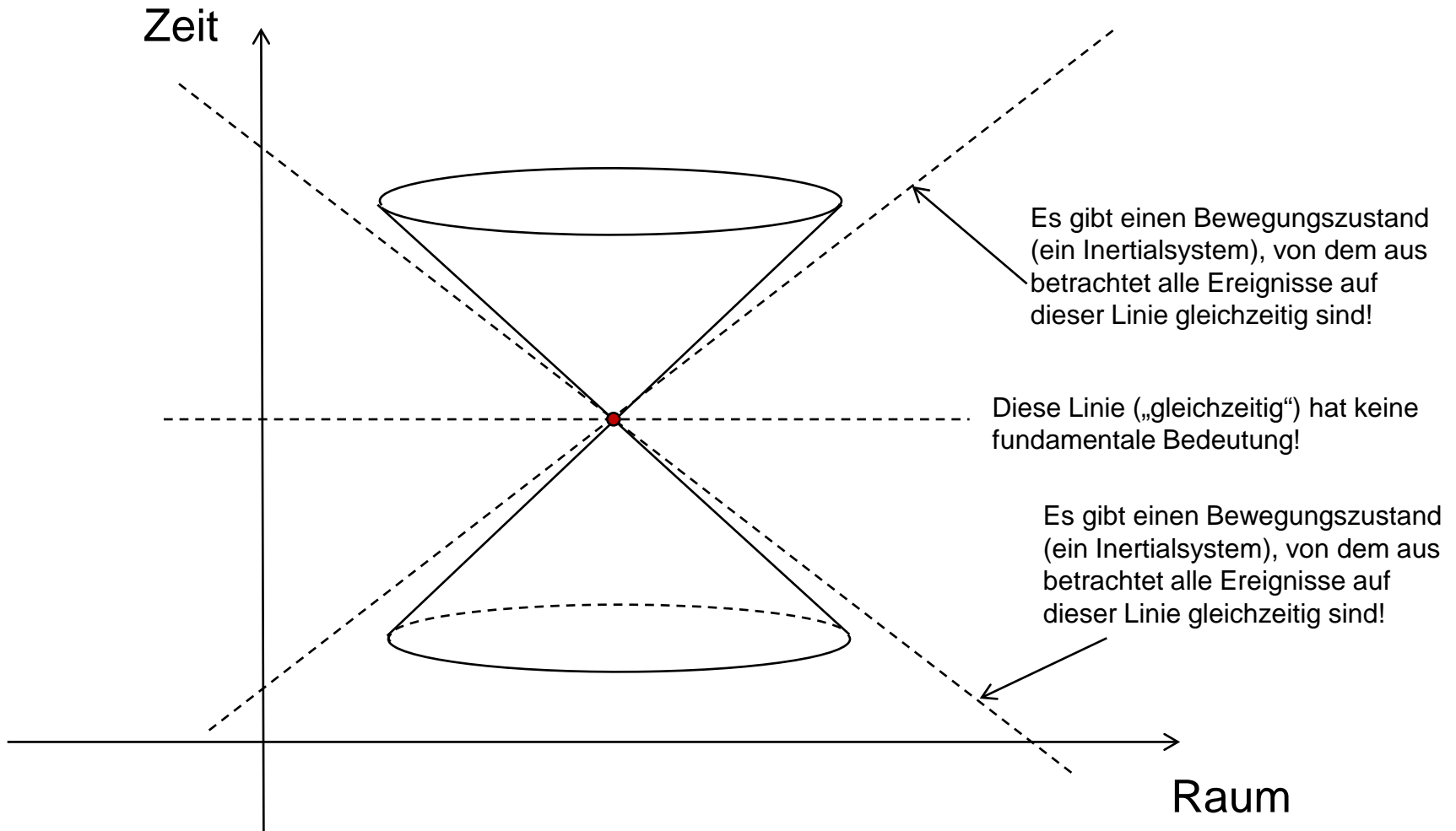


Galileo Galilei

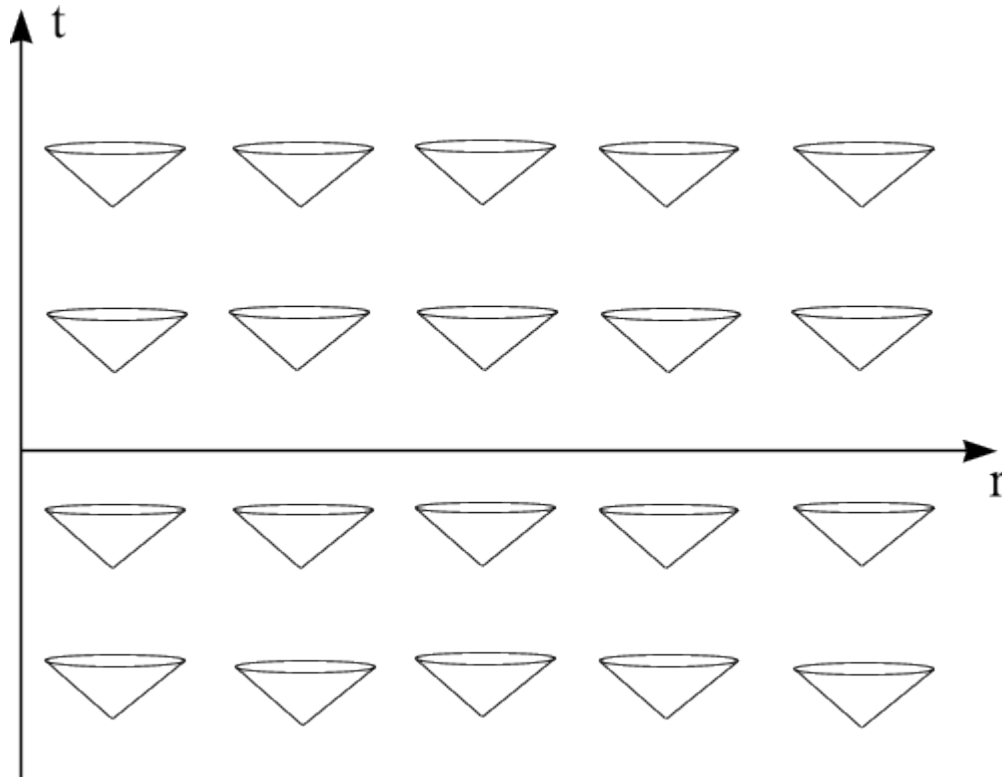
Kausalstruktur der (speziell-relativistischen) Raumzeit



Kausalstruktur der (speziell-relativistischen) Raumzeit



Kausalstruktur der (speziell-relativistischen) Raumzeit



Spezielle Relativitätstheorie

- Bezugssystem, Raum- und Zeitkoordinaten
- Inertialsystem
- Relativitätsprinzip
- Rolle der Lichtgeschwindigkeit
- Raumzeit
- Raumzeit-Metrik
 - [Konzept der Metrik in der SRT](#) (PDF)

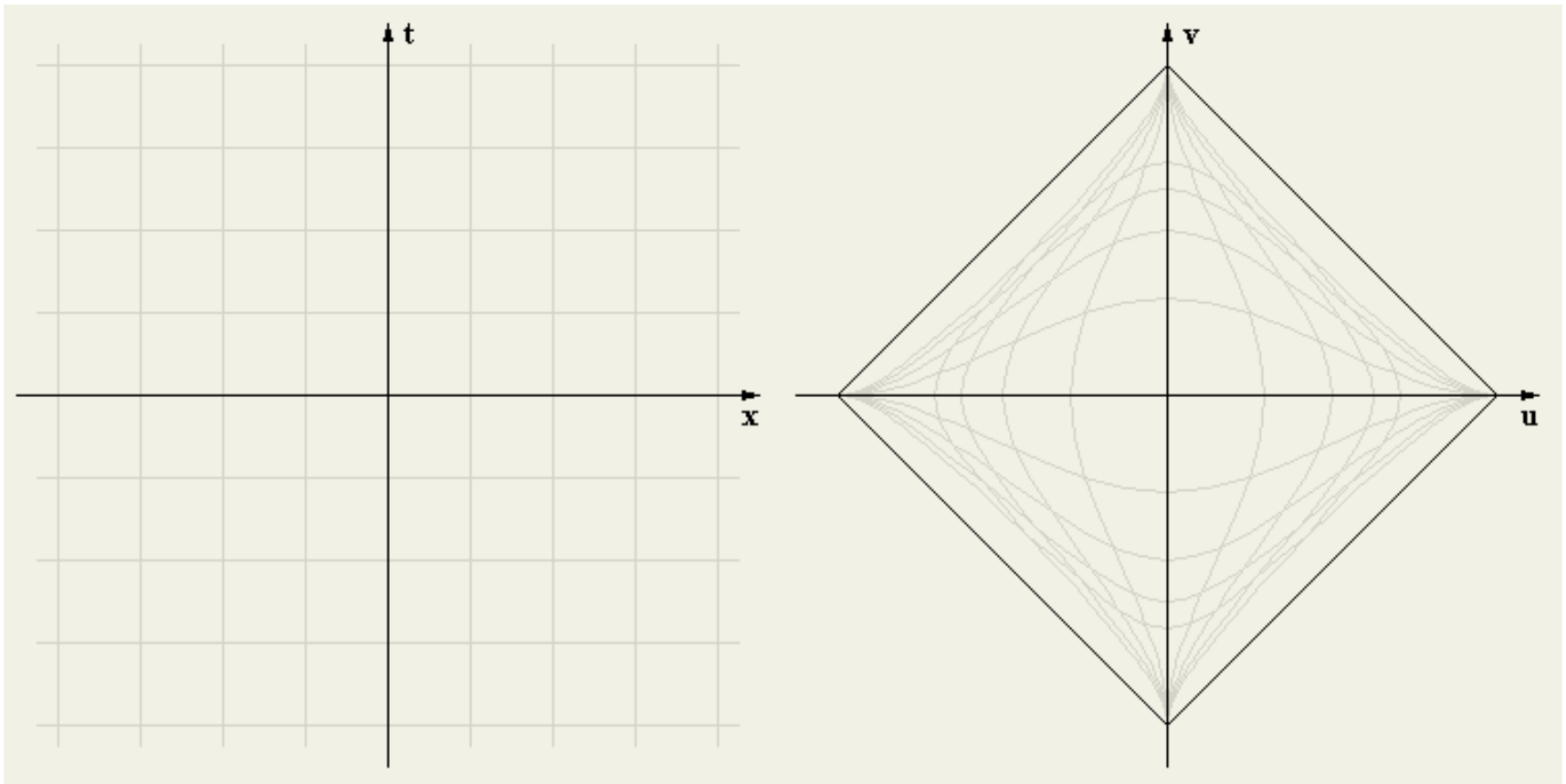
Spezielle Relativitätstheorie

- Konformes Diagramm (Penrose-Diagramm), „Kompaktifizierung“

$$u + v = a \tan(t + x)$$

$$u - v = a \tan(t - x)$$

$$(c = 1)$$



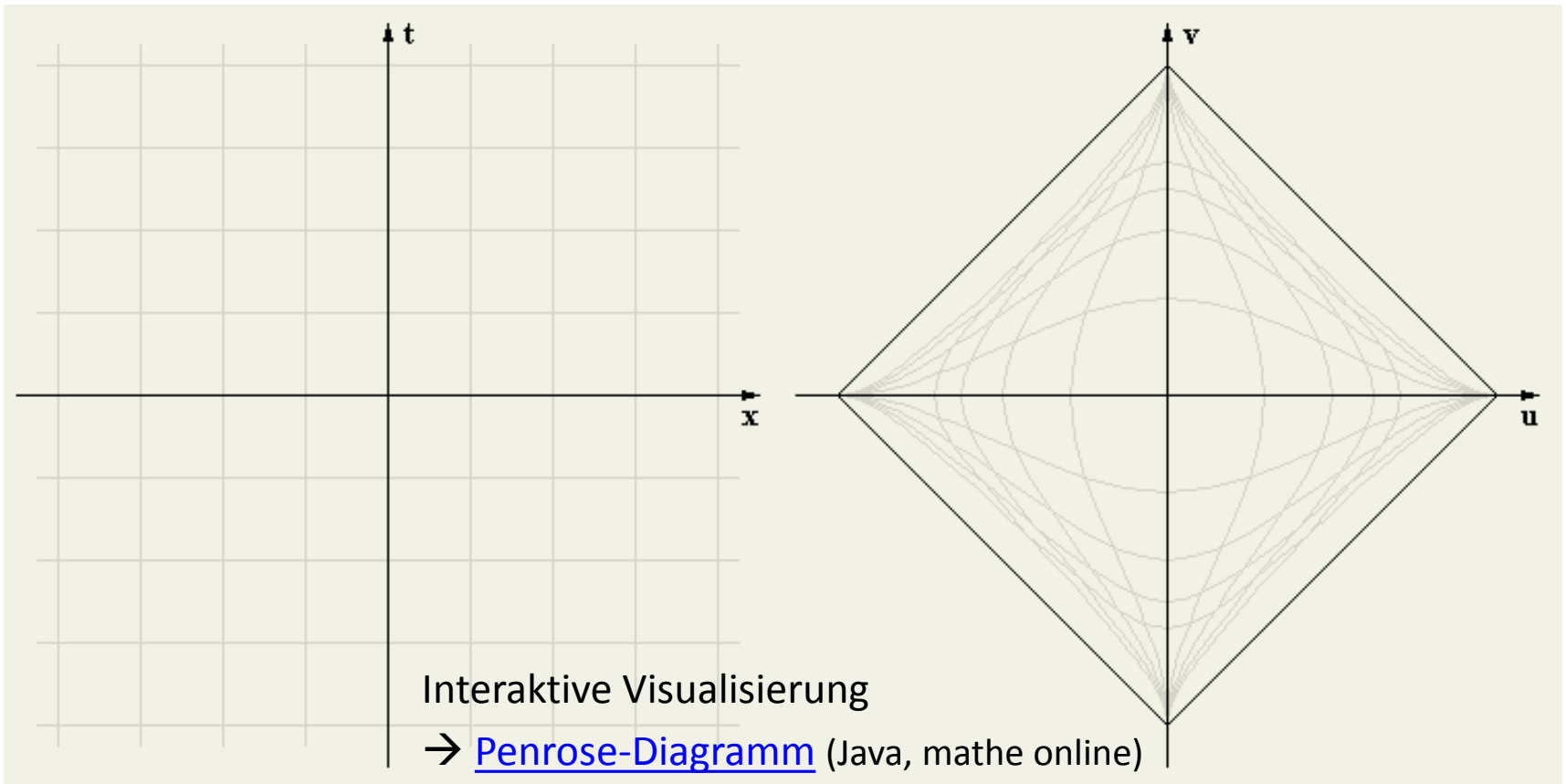
Spezielle Relativitätstheorie

- Konformes Diagramm (Penrose-Diagramm), „Kompaktifizierung“

$$u + v = a \tan(t + x)$$

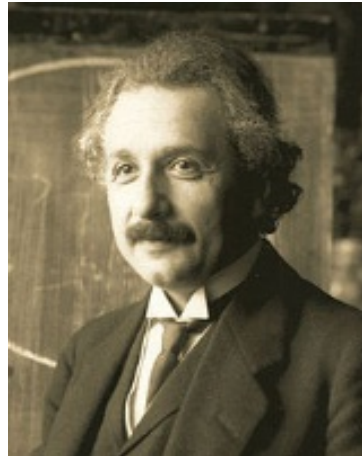
$$u - v = a \tan(t - x)$$

$$(c = 1)$$



Allgemeine Relativitätstheorie + Kosmologie

Allgemeine Relativitätstheorie



Allgemeine Relativitätstheorie: Steckbrief

- Materie krümmt die Raumzeit („Einsteinsche Feldgleichungen“).
- Körper „spüren“ diese Krümmung im Laufe ihrer Bewegung → Erklärung der Gravitations„kraft“.
- Uhren in der Nähe schwerer Körper „gehen langsamer“ („gravitatives Zwillingsparadoxon“). Folge: Frequenzverschiebung.
- Nichteuklidische Längenverhältnisse in der Nähe schwerer Körper.
- Materie kann „kollabieren“ → Schwarze Löcher
- Die Raumzeit ist keine fixe „Bühne“, sondern „dynamischer Mitspieler“.
- Wenn diese Bühne „schwingt“ → Gravitationswellen.

Allgemeine Relativitätstheorie

- Spezielle Relativitätstheorie und Newtonsche Gravitationstheorie passen nicht zueinander

- Was ist speziell („universell“) an der Gravitation? $m_{\text{tr}} = m_{\text{s}}$

- Erste Schritte:

→ [Das Äquivalenzprinzip](#) (Flash)

$$m_{\text{tr}} a = \frac{GMm_{\text{s}}}{r^2}$$

- Ein für die Physik neues Konzept:

→ [Krümmung](#)

(aus: Wer mit Einstein rechnete)

- Nun ein bisschen Mathematik:

→ [Berechnung einer Wanzengeometrie](#) (PDF)

Allgemeine Relativitätstheorie

- Einsteinsche Feldgleichungen: **Materie krümmt die Raumzeit**. Keine Details hier!
- Krümmung ist eine Eigenschaft der **Geometrie**.
- Die Größe, die die Geometrie der Raumzeit bestimmt, ist die **Raumzeit-Metrik**.

- Metriken:

- Metrik der euklidischen

Zeichenfläche: $ds^2 = dx^2 + dy^2$

- Wannen-Metrik:

$ds^2 = f(x, y)(dx^2 + dy^2)$

- Räumliche Metrik des euklidischen Raumes:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

- Metrik der Raumzeit in der SRT (Minkowski-Metrik):

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Allgemeine Relativitätstheorie

- Übernahme des Konzepts der **Metrik** in die Allgemeine Relativitätstheorie. Die Metrik besitzt nun eine **Krümmung**.
- Analogie:
 - Eine **gekrümmte Fläche** kann lokal (im Kleinen) und in geeigneten Koordinaten als **Ebene** betrachtet werden.
 - Eine **gekrümmte Raumzeit** (ART) kann lokal (im Kleinen) und in geeigneten Koordinaten (lokales Inertialsystem) als **flach** betrachtet werden. (Äquivalenzprinzip: Auf diese Weise ist die SRT in der ART enthalten)
- Folgerungen:
 - Kausalstruktur („kleine“ Lichtkegel)
 - Freie („frei fallende“) Probekörper: Weltlinien sind Geodäten bezüglich der Metrik
 - Übernahme anderer Theorien in die ART durch Ersetzung: Minkowski-Metrik → allgemeine Raumzeit-Metrik

Allgemeine Relativitätstheorie

- Ein wichtiges Beispiel:
 - [Konzept der Metrik in der ART, Beispiel Schwarzschildmetrik](#) (PDF)
 - [Inwiefern ist ein Schwarzes Loch schwarz?](#) (Grafiken)
 - [Konformes Diagramm \(Penrose-Diagramm\) eines Schwarzen Lochs](#) (Grafik)
- Visualisierung von Effekten in der Nähe schwerer Körper:
 - [Uhren und Zeiten im Gravitationsfeld](#) (Flash)
 - [Maßstäbe, Längen und Raumkrümmung im Gravitationsfeld](#) (Flash)
 - [Trichtermodell](#) (Grafik)

Allgemeine Relativitätstheorie

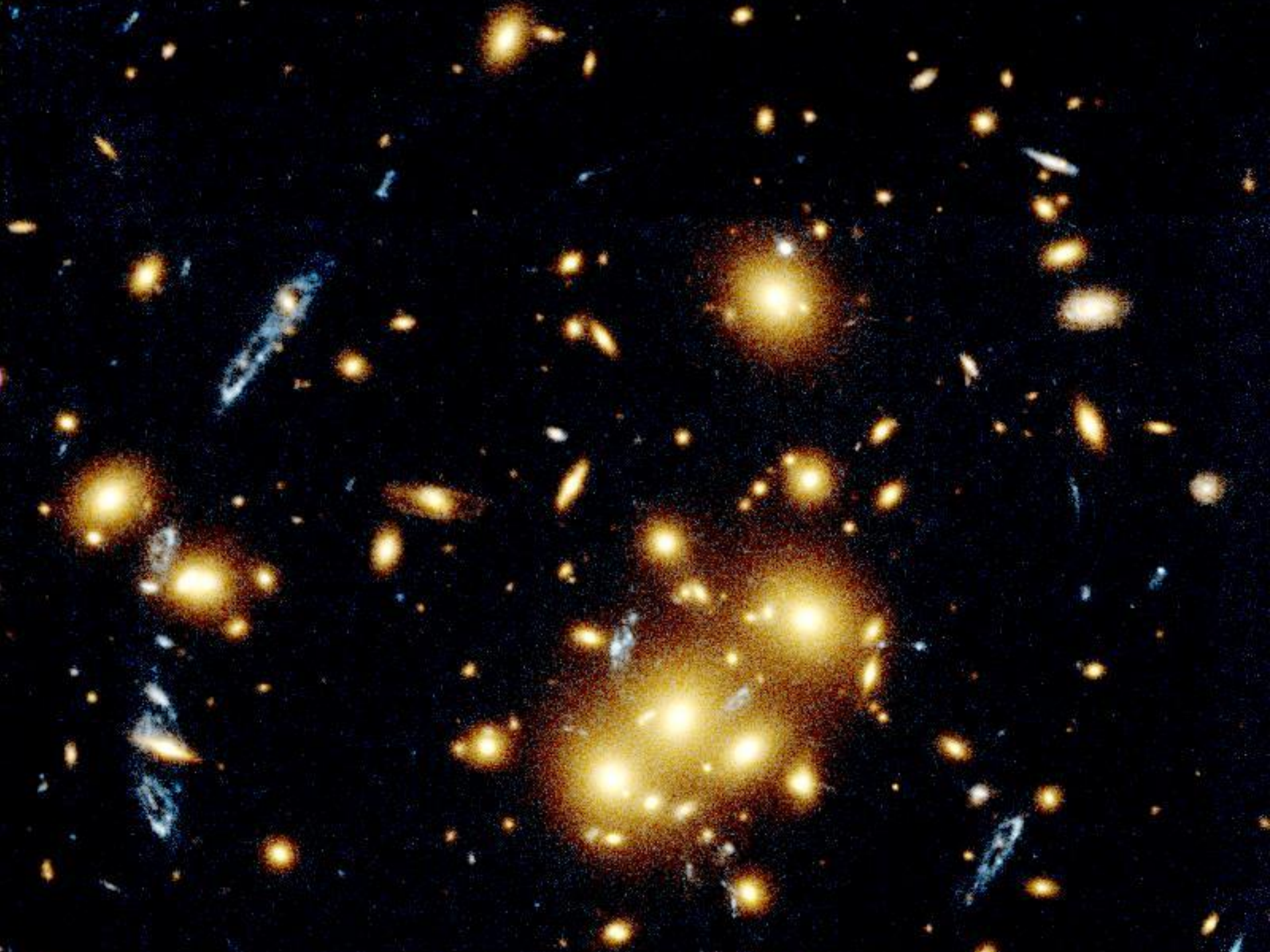
Aufgaben:

- Wie kann die Aussage, dass Uhren in der Nähe schwerer Massen „langsamer gehen“ beobachtet (gemessen) werden?
- Wenn ein Maßstab der Länge "1 Meter" (definitionsgemäß) immer eine Länge von 1 Meter besitzt, macht es wenig Sinn, zu sagen, dass Maßstäbe in der Nähe einer schweren Masse "verkürzt sind". Überlegen Sie mögliche Formulierungen, die für den Unterricht besser geeignet sind!

Allgemeine Relativitätstheorie

- GPS
 - [Relativistische Korrekturen für GPS](#) (Text)
- Lichtstrahlen in der gekrümmten Raumzeit:
 - [Lichtablenkung im Gravitationsfeld](#) (Flash)
- Der Thirring-Lense-Effekt
 - [Foucault-Pendel](#) (Flash)
- *Cosmic censorship hypothesis*
- Gravitationswellen
- Hawking-Strahlung
- Quantengravitation – wieso ist sie so schwierig?

$$\Delta\varphi = \frac{4GM}{bc^2}$$





Allgemeine Relativitätstheorie

Tests der ART

- im Sonnensystem:
 - Lichtablenkung an der Sonne
 - Rotverschiebung im Gravitationsfeld
 - Perihelpräzession
 - Lichtlaufzeiten
- *Compact binaries* (Hulse-Taylor-Pulsar,...)
- GPS

Allgemeine Relativitätstheorie

Argumente *quick and dirty*

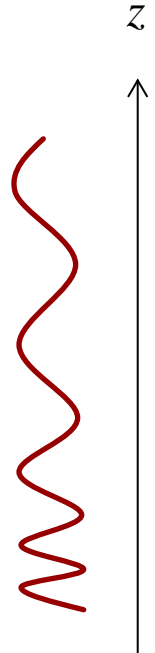
Frequenzverschiebung im Gravitationsfeld

Photon steigt von der Erde (Sonne,...) auf:

$$E_{ges} = h f_z + m g z = h f_z + \frac{h f_z}{c^2} g z = h f_z \left(1 + \frac{g z}{c^2} \right) = const$$

$$\Rightarrow f_z = \frac{f_0}{1 + \frac{g z}{c^2}} \approx \left(1 - \frac{g z}{c^2} \right) f_0 \quad \rightarrow \text{Rotverschiebung}$$

$$\frac{\Delta f}{f} = - \frac{g z}{c^2} = - \frac{\Delta \phi_{\text{Newton}}}{c^2}$$



Allgemeine Relativitätstheorie

Argumente *quick and dirty*

Zentrifugalpotential und Äquivalenzprinzip
Kreisbewegung, mitrotierend

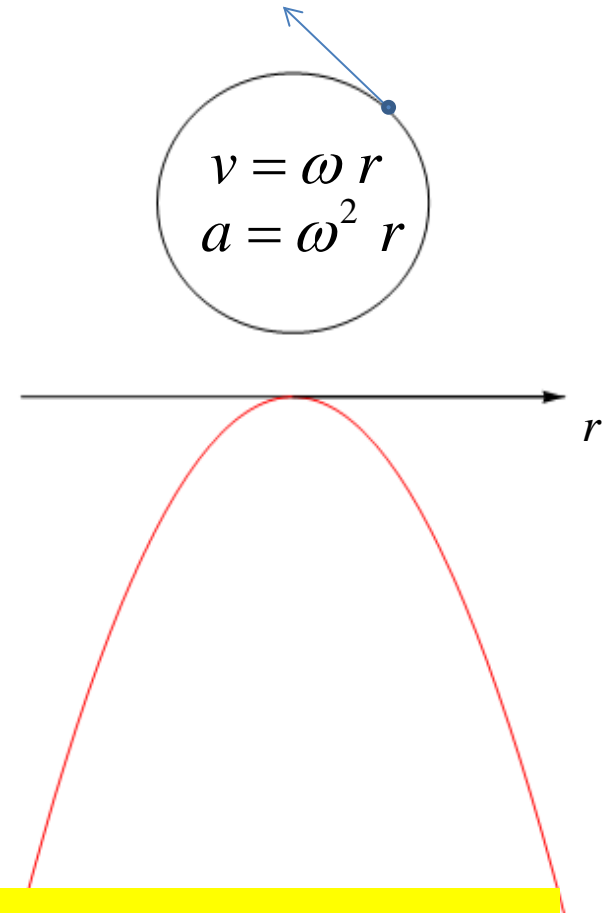
$$E_{\text{pot}} = -E_{\text{kin}} = -\frac{m v^2}{2} = -\frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

Potential $\phi = \frac{E_{\text{pot}}}{m} = -\frac{1}{2} \omega^2 r^2$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\phi}{c^2}}}$$

Äquivalenzprinzip:

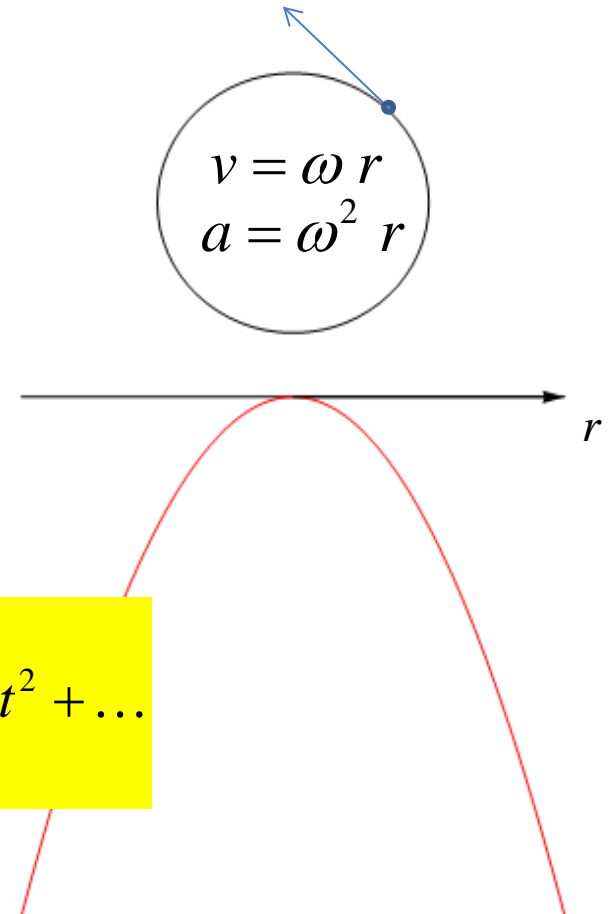
$$\gamma_{\text{ART}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\phi_{\text{Newton}}}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}}} \approx 1 + \frac{GM}{c^2 r}$$



Allgemeine Relativitätstheorie

Argumente *quick and dirty*

Zentrifugalpotential und Äquivalenzprinzip
Kreisbewegung, mitrotierend



Für schwache Gravitationsfelder
gilt:

$$ds^2 \approx \left(1 + \frac{2\phi_{\text{Newton}}}{c^2}\right) c^2 dt^2 + \dots = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 + \dots$$

Allgemeine Relativitätstheorie

Argumente *quick and dirty*

Schwarzschildradius

Kreisbahn im Gravitationsfeld:

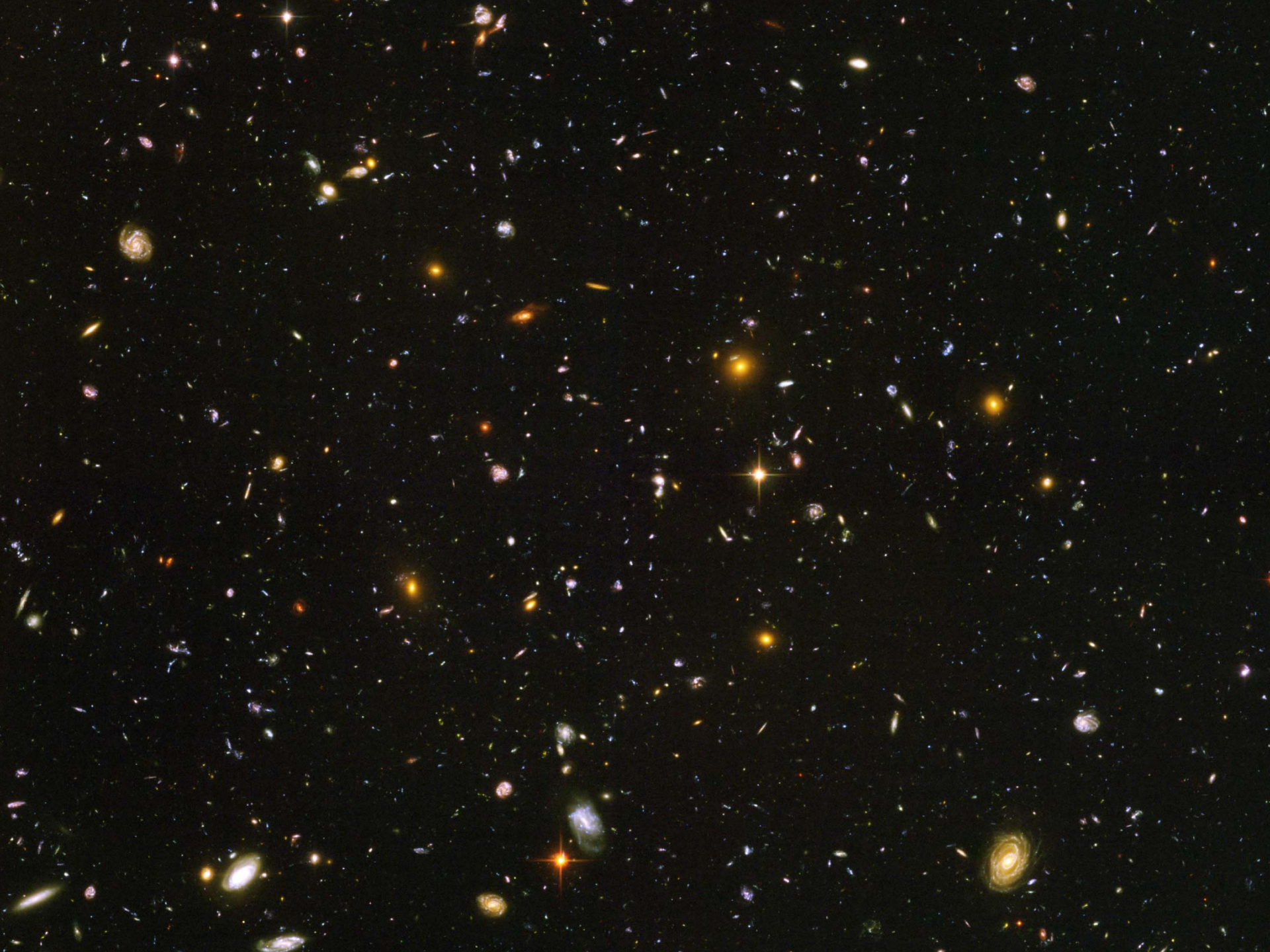
$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{2GM}{v^2}$$

mit $v = c \quad \Rightarrow$

$$r = \frac{2GM}{c^2} \equiv r_{\text{Schwarzschild}}$$

Allgemeine Relativitätstheorie + Kosmologie

Kosmologie



Das Universum...

„Wie alt ist das Universum eigentlich?“

„Nach unserem heutigen Wissen 13.7 Milliarden Jahre.“

„Also ist es 13.7 Milliarden Lichtjahre groß?“

„Nein!“

„Wieso?“

„Wir wissen nicht, wie groß es ist. Vielleicht ist es unendlich groß. Oder einfach nur *sehr* groß. Aber es gibt einen Ausschnitt, den wir grundsätzlich beobachten können, das ‚beobachtbare Universum‘.“

„Also ist das ‚beobachtbare Universum‘ 13.7 Milliarden Lichtjahre groß?“

„Auch nicht!“

„Wie groß ist es denn dann?“

„Das kommt drauf an, was du mit der ‚Größe des Universums‘ genau meinst!“

„Oohh...“

Das Universum...

„Aber das Universum expandiert?“

„Ja.“

„Mit welcher Geschwindigkeit?“

„Das kann man nicht durch eine Geschwindigkeit ausdrücken!“

„Wodurch denn dann?“

„Durch eine Expansionsrate.“

„Versteh ich nicht. Aber es ist von einem Urknall ausgegangen?“

„Ja, ich denke schon! Alles deutet darauf hin.“

„Also von einem Punkt?“

„So einfach kann man das nicht sagen!“

„Wo hat denn der Urknall stattgefunden?“

„Überall!“

„Oohh...“

Das Universum...

„Aber immerhin stimmt es, dass das Universum expandiert!“

„Ja.“

„Wohin?“

„Nirgends ‚hin‘. Er wird einfach immer größer!“

„Aber an seinem Rand...“

„Es hat keinen Rand!“

„Wie auch immer – stimmt es auch, dass sich das Universum beschleunigt, also immer schneller expandiert?“

„Ja.“

„Aber etwas, das ‚immer schneller‘ wird, muss doch eine Geschwindigkeit haben!?“

„Genau genommen hat es viele Geschwindigkeiten, wenn du so an diesem Begriff hängst!“

„Oohh...“

Das Universum...

„Und stimmt es, dass wir die Hauptbestandteile, aus denen das Universum besteht, kaum kennen.“

„Ja. Wir können sie nicht sehen, daher nennen wir sie ‚dunkel‘. Das Universum besteht vorwiegend aus ‚dunkler Materie‘ und ‚dunkler Energie‘.“

„Es könnte also Sterne, Planeten und Lebewesen aus dunkler Materie geben.“

„Nein, weil dunkle Materie nicht strahlen kann.“

„Ich dachte, wir wissen nichts über sie! Und was hat das mit Strahlung zu tun?“

„Ein bisschen wissen wir doch. Und Materie, die nicht strahlen kann, kann sich nicht zusammenballen, aus thermodynamischen Gründen.“

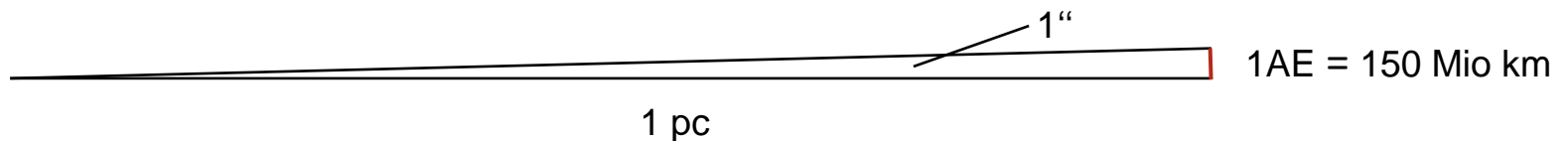
„Oje, Thermodynamik... “

Das heutige Universum – maßstäblich verkleinert

- Sehen wir uns zuerst das **heutige** Universum an (so, als wäre es in seiner Bewegung „eingefroren“),
- und **verkleinern** wir es maßstäblich, damit es leichter vorzustellen ist:

Kosmologische Längeneinheit „Megaparsec“:

$$1 \text{ Mpc} = 3.26 \text{ Millionen Lichtjahre} = 3.09 \cdot 10^{22} \text{ m}$$



Maßstab:

$$1 \text{ Mpc} \hat{=} 1 \text{ mm}$$

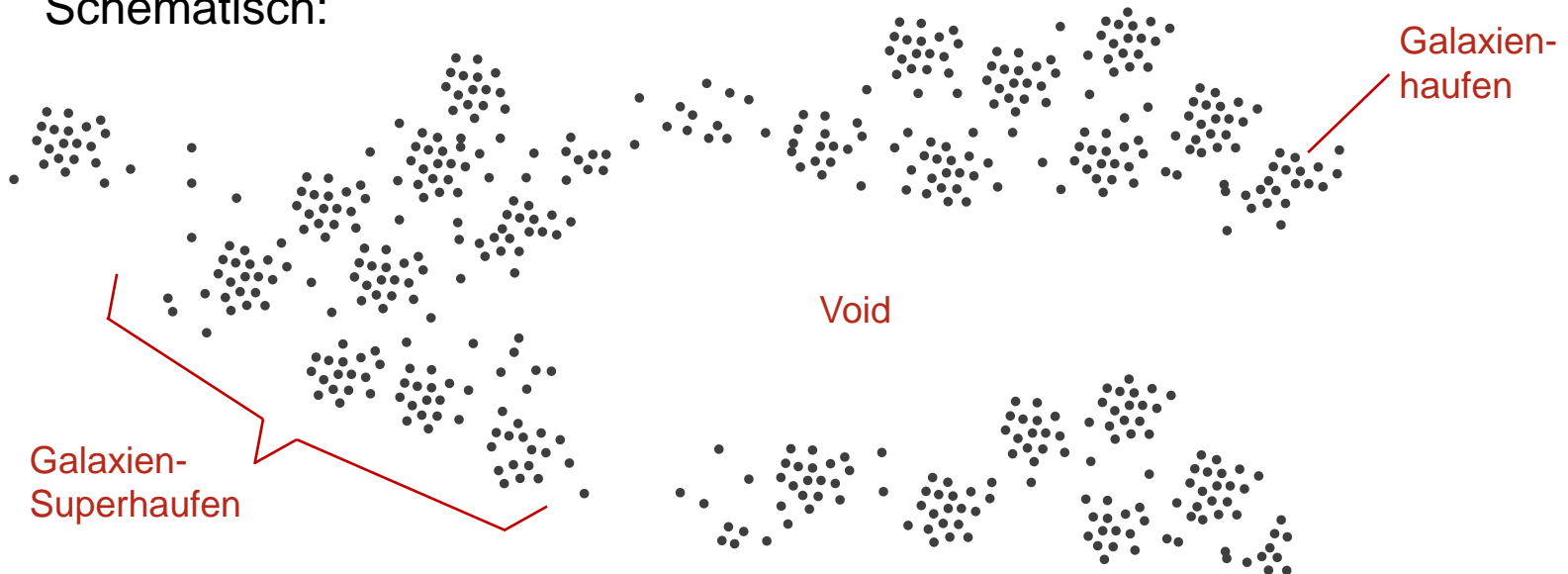
Große Strukturen im heutigen Universum

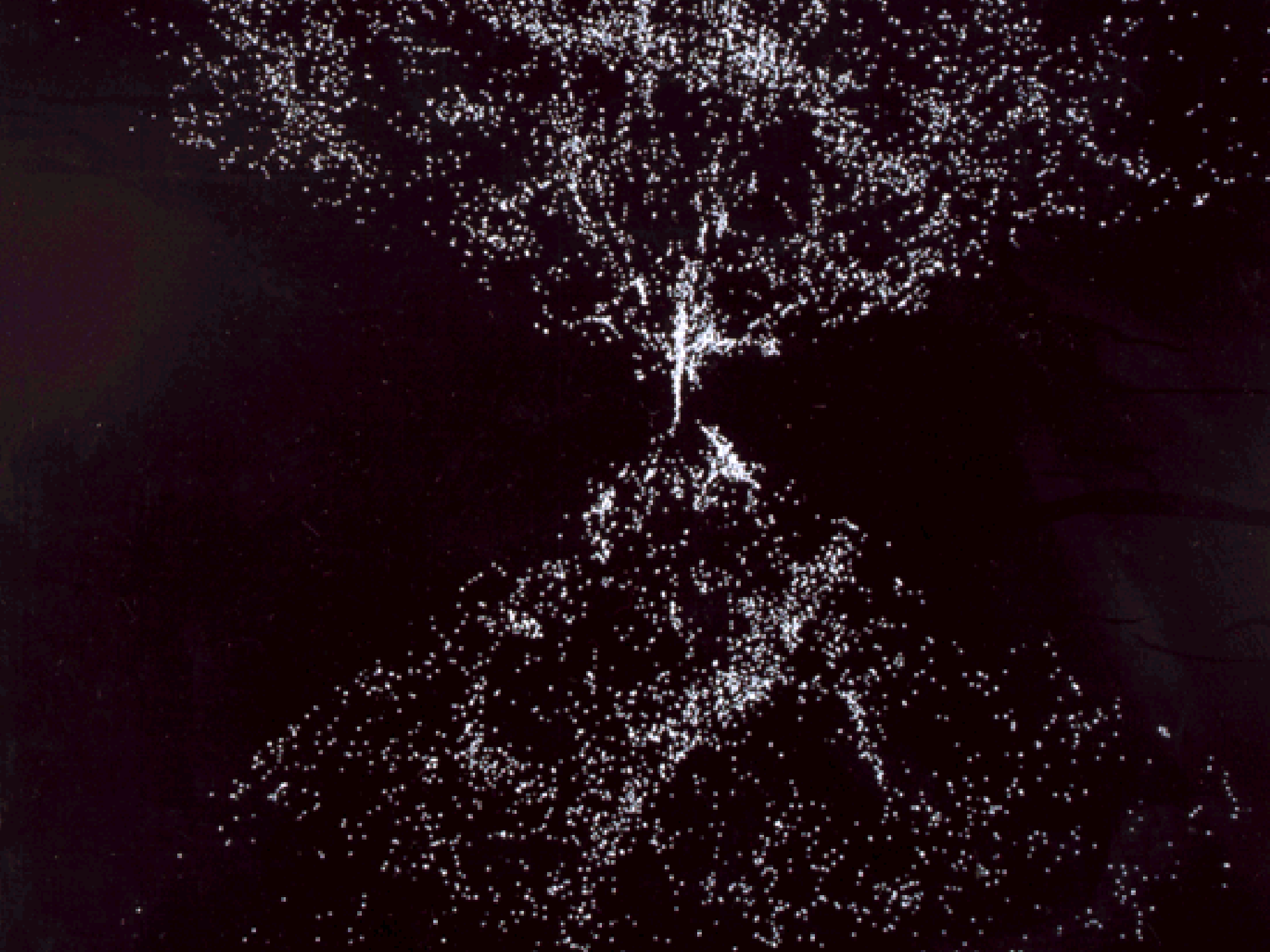
Objekt(e)	Größenordnung maßstäblich	wahre Größenordnung
Durchmesser der Milchstraße	0.03 mm	0.03 Mpc
Dicke der Milchstraße	0.001 – 0.005 mm	0.001 – 0.005 Mpc
Entfernung zum Zentrum	0.008 mm	0.008 Mpc
Halo der Milchstraße	0.1 mm	0.1 Mpc
Galaxiengröße inklusive Halo	0.01 – 1 mm	0.01 – 1 Mpc
Abstand größerer Galaxien	1 mm	1 Mpc
Galaxienhaufen (Cluster)	5 mm	5 Mpc
Entfernung zum Virgo-Haufen	1.5 cm	15 Mpc
Abstand von Galaxienhaufen	5 cm	50 Mpc
Superhaufen (Supercluster)	10 cm	100 Mpc
Void (Leerraum)	20 cm	200 Mpc

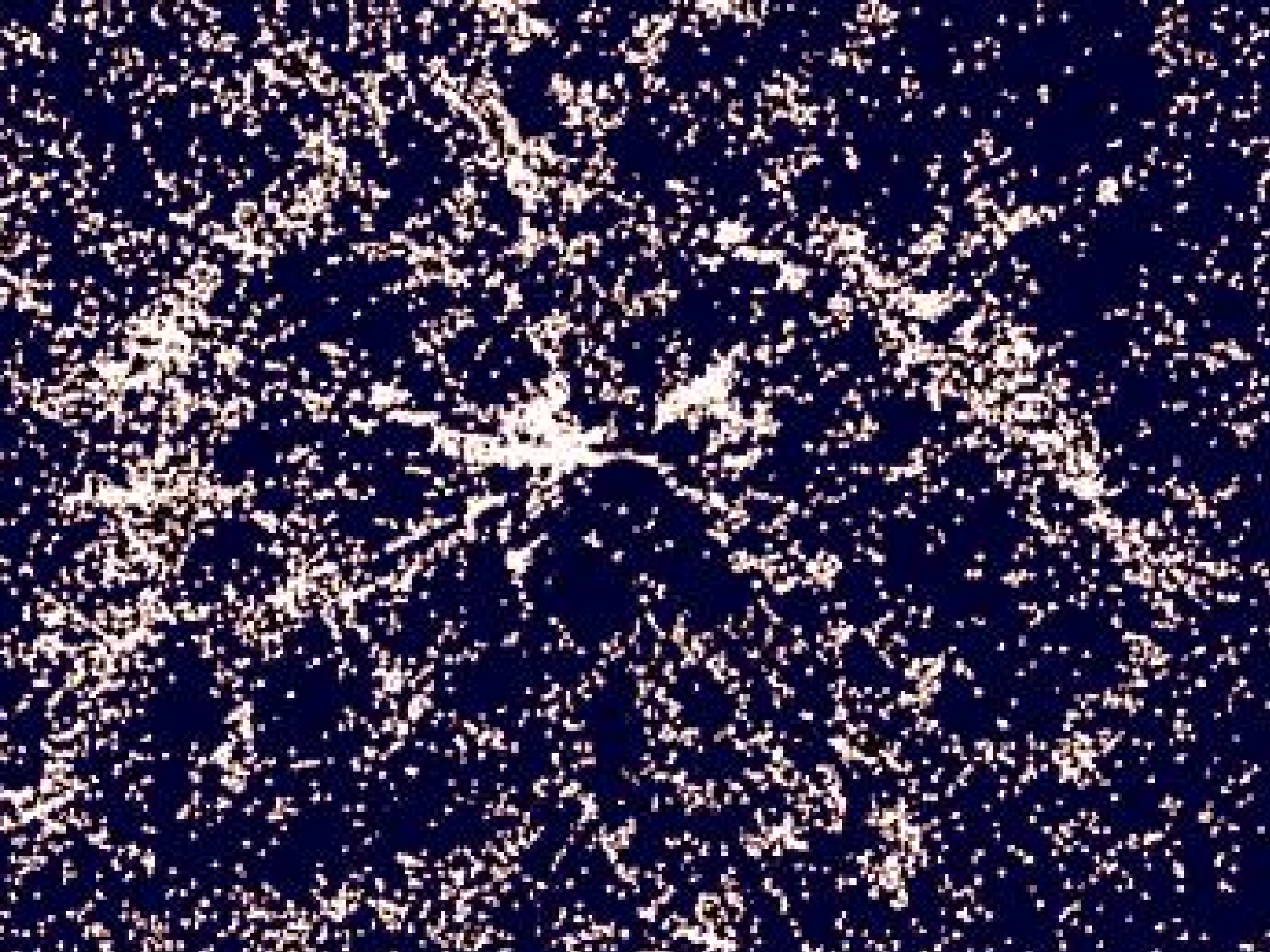
Große Strukturen im heutigen Universum

Struktur auf Skalen bis	entspricht
1 mm (Abstand von Galaxien)	Sand, mit kleinen Zwischenräumen
10 cm (Haufen und Superhaufen)	Mauerwerk mit kleinen Verdichtungen und Rissen
> 20 cm	Mauerwerk mit größeren Löchern

Schematisch:







Das heutige Universum

- Gibt es *noch größere* Strukturen?
- Auf Skalen größer als etwa 30 cm (in unserem verkleinerten Modell) scheint es keine weiteren „Zusammenballungen“ mehr zu geben.
- *Wie weit reicht diese Struktur?*
- Wir wissen es nicht. Auf jeden Fall einige Meter weit, vielleicht aber sehr viel weiter!
Hunderte Meter? Viele Kilometer? Unendlich weit???
- *Wie geht die Kosmologie mit dieser Situation um?*
- Mit einer Arbeitshypothese, dem „kosmologischen Prinzip“:

Das Universum ist auf großen Skalen
homogen und isotrop.

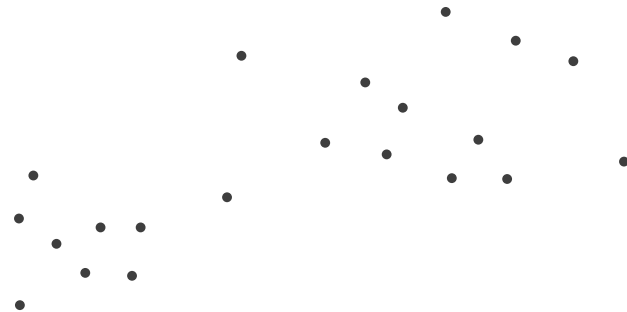
Das dynamische Universum

- Das Universum **expandiert**.
- Was bedeutet das?
- Auf großen Skalen werden alle Abstände zwischen Galaxien größer:



früher

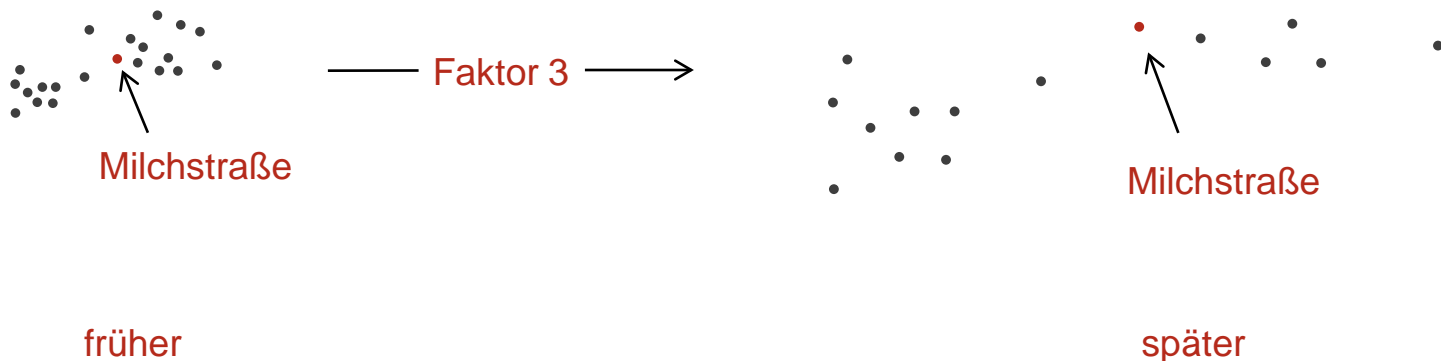
— Faktor 3 —>



später

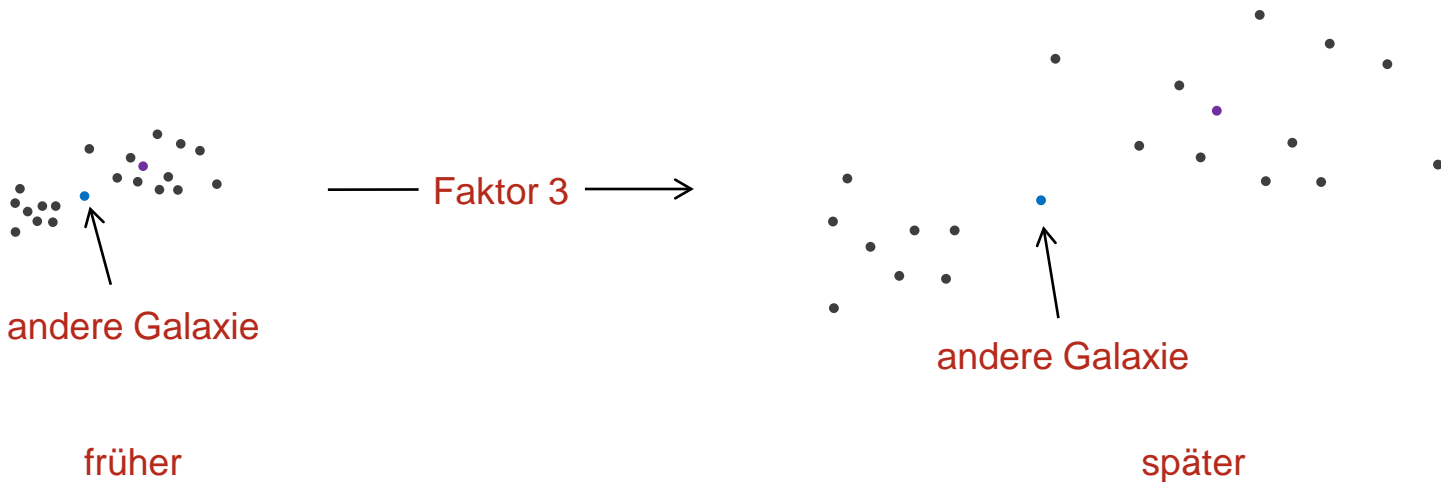
Das dynamische Universum

- Das Universum **expandiert**.
- Was bedeutet das?
- Auf großen Skalen werden alle Abstände zwischen Galaxien größer:

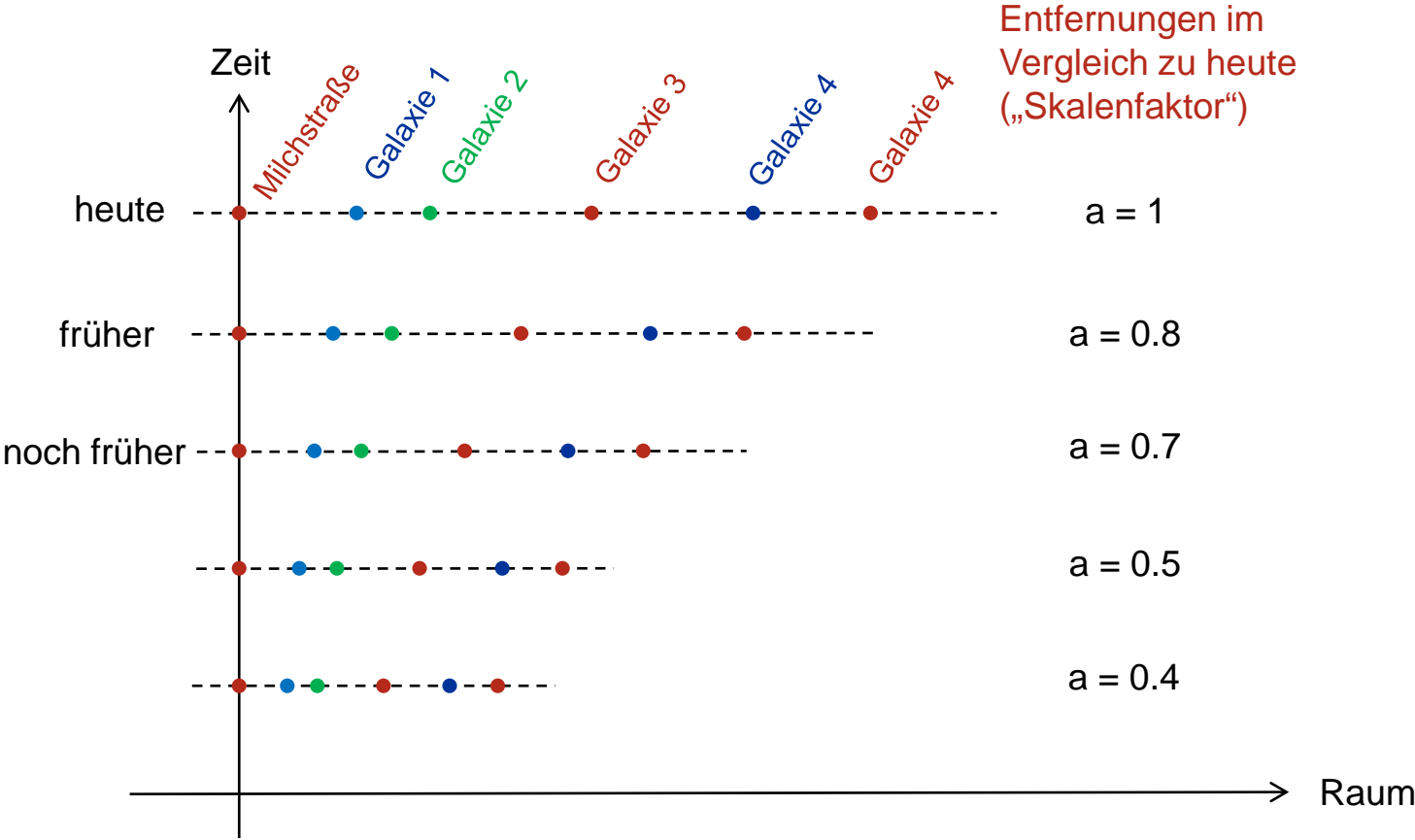


Das dynamische Universum

- Das Universum **expandiert**.
- Was bedeutet das?
- Auf großen Skalen werden alle Abstände zwischen Galaxien größer:



Die Expansion des Universums



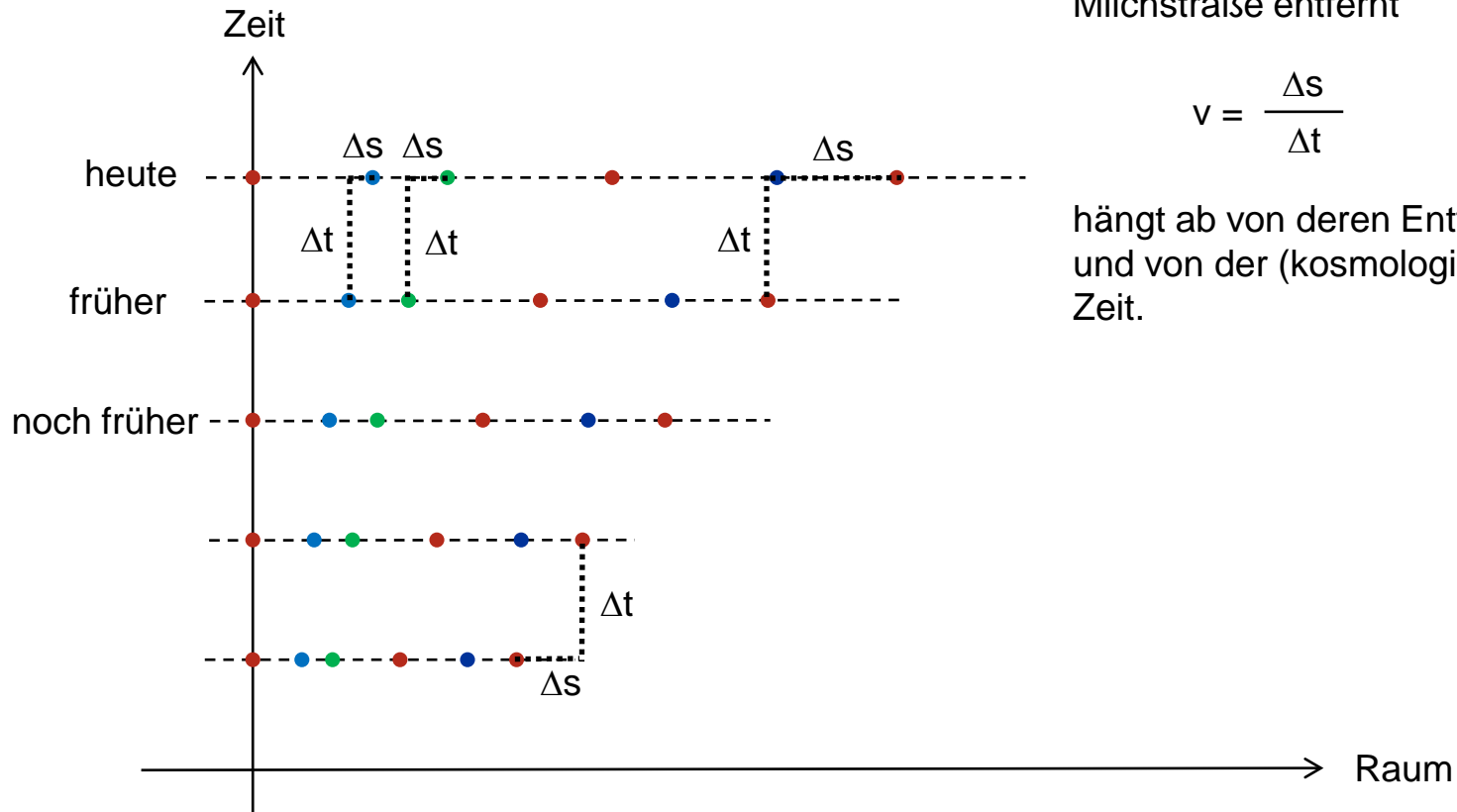
Die Expansion des Universums

Wie „schnell“ expandiert es?

Die „Geschwindigkeit“, mit der sich eine Galaxie von der Milchstraße entfernt

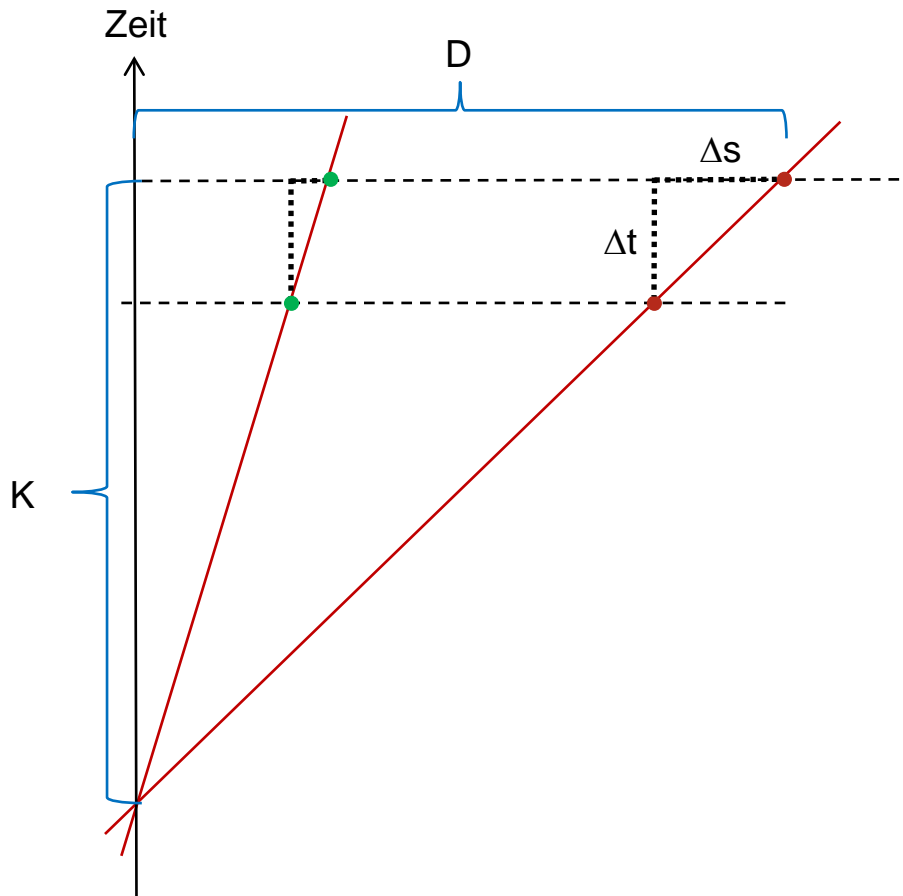
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

hängt ab von deren Entfernung und von der (kosmologischen) Zeit.



Die Expansion des Universums

Wie „schnell“ expandiert es?



Die „Geschwindigkeit“, mit der sich eine Galaxie von der Milchstraße entfernt

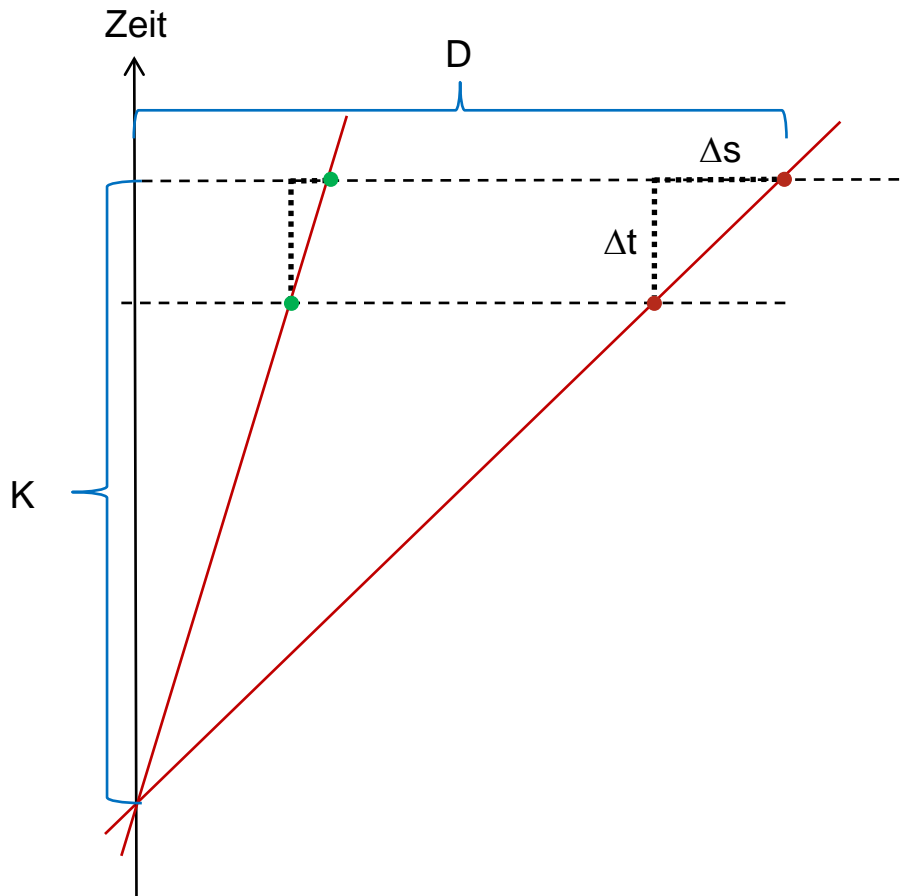
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

hängt ab von deren Entfernung und von der (kosmologischen) Zeit:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{D}{K}$$

Die Expansion des Universums

Wie „schnell“ expandiert es?



Die „Geschwindigkeit“, mit der sich eine Galaxie von der Milchstraße entfernt

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

hängt ab von deren Entfernung und von der (kosmologischen) Zeit:

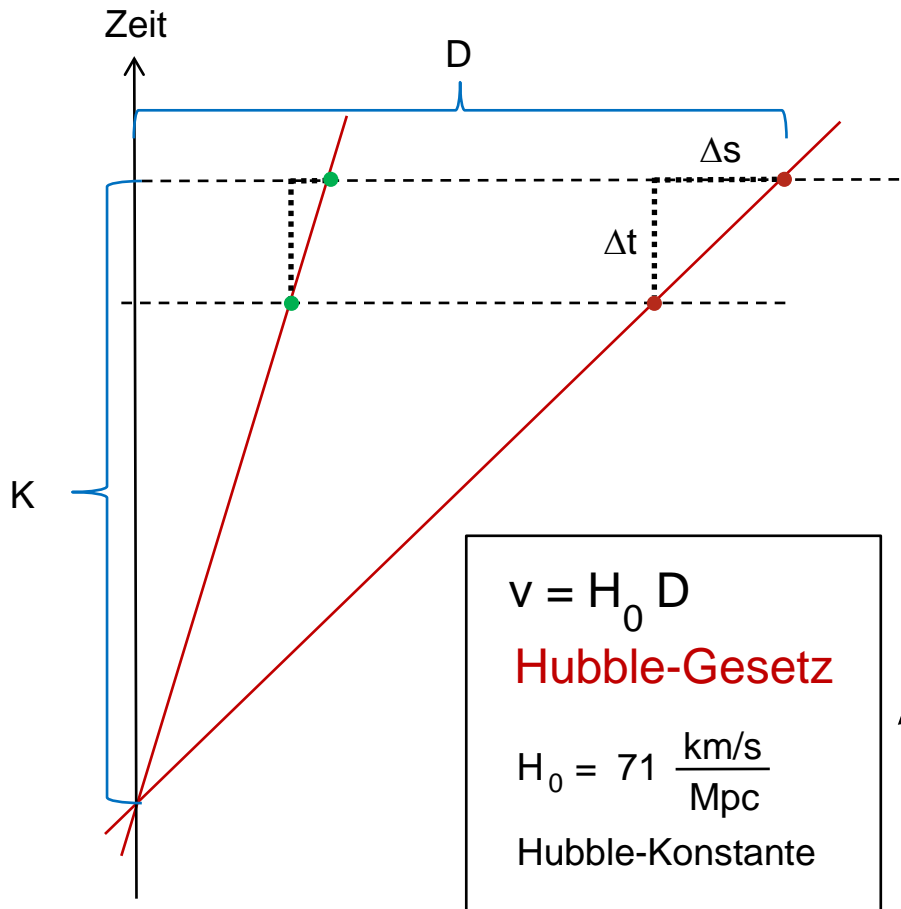
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{D}{K}$$

Bezeichnung:

$$K = \frac{1}{H_0}$$

Die Expansion des Universums

Wie „schnell“ expandiert es?



Die „Geschwindigkeit“, mit der sich eine Galaxie von der Milchstraße entfernt

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

hängt ab von deren Entfernung und von der (kosmologischen) Zeit:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{D}{K}$$

Bezeichnung:

$$K = \frac{1}{H_0}$$

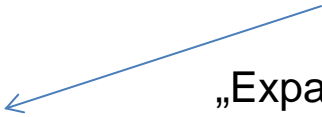
daher

Die Expansion des Universums

Hubble-Konstante:

$$H_0 = 71 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$$

Expansionsrate
(keine
„Expansionsgeschwindigkeit“)



Eine Galaxie, die sich (heute) in der Entfernung $D = 10 \text{ Mpc}$ befindet, bewegt sich (heute) mit einer Geschwindigkeit $v = 71 \cdot 10 \text{ km/s} = 710 \text{ km/s}$ von uns weg.

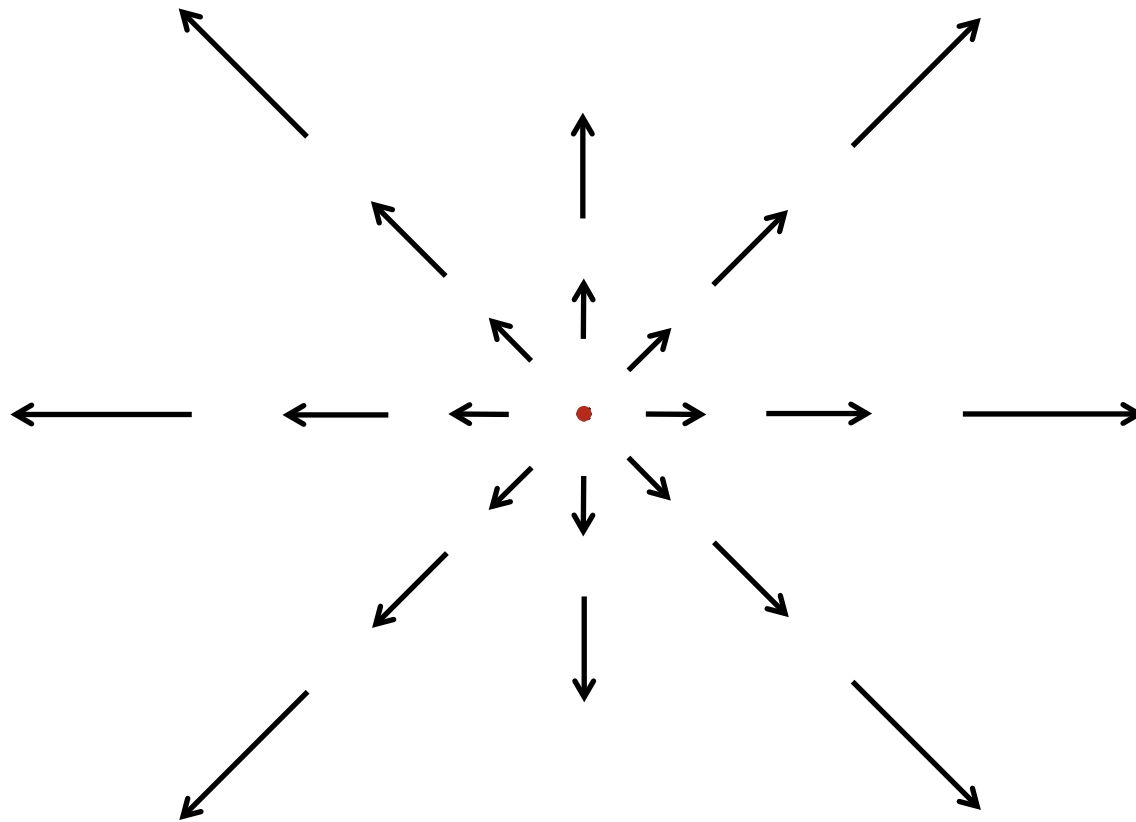
Eine Galaxie, die sich (heute) in der Entfernung $D = 100 \text{ Mpc}$ befindet, bewegt sich (heute) mit einer Geschwindigkeit $v = 71 \cdot 100 \text{ km/s} = 7100 \text{ km/s}$ von uns weg.

... also: viele Geschwindigkeiten!



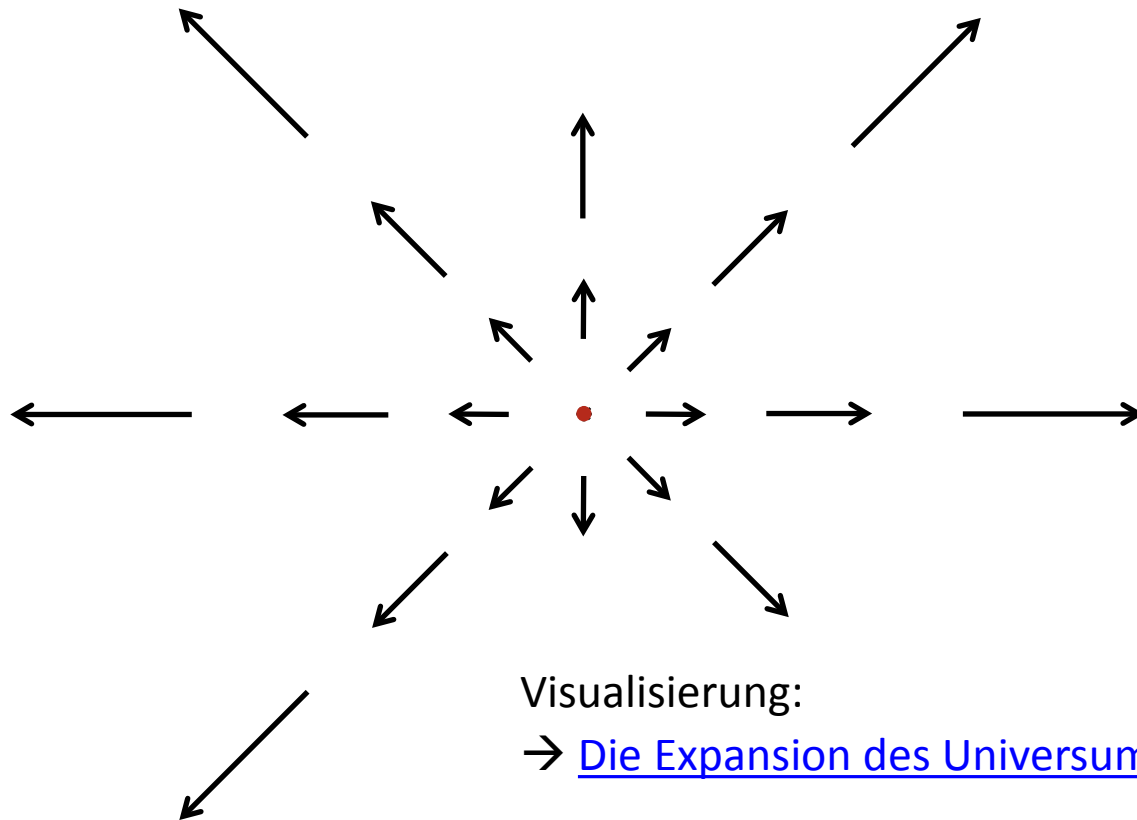
Die Expansion des Universums

- „Wohin“ expandiert das Universum?
- Modell eines unendlich großen, „offenen“ Universums:



Die Expansion des Universums

- „Wohin“ expandiert das Universum?
- Modell eines unendlich großen, „offenen“ Universums:



Die Expansion des Universums

Was bedeutet das für unser verkleinertes Modell des Universums?

„Verkleinern“ wir auch den Zeitmaßstab:

$$1 \text{ Milliarde Jahre} \hat{=} 1 \text{ Minute}$$

Dann wird die **Hubble-Konstante** zu

$$H_0 = 71 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}} \hat{=} 1.2 \frac{\text{mm/s}}{\text{m}}$$

Die Expansion des Universums

Was bedeutet das für unser verkleinertes Modell des Universums?

„Verkleinern“ wir auch den Zeitmaßstab:

$$1 \text{ Milliarde Jahre} \hat{=} 1 \text{ Minute}$$

Dann wird die **Hubble-Konstante** zu

$$H_0 = 71 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}} \hat{=} 1.2 \frac{\text{mm/s}}{\text{m}}$$

und die **Lichtgeschwindigkeit** zu

$$c = 300000 \frac{\text{km}}{\text{s}} \hat{=} 5.1 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \quad (\text{Ameise})$$

Das Alter des Universums

Grobe Abschätzung unter Annahme gleichbleibender Geschwindigkeiten der Galaxien:

$$v = H_0 D \quad (\text{Hubble-Gesetz})$$

↑
 $\frac{D}{t_0}$

Alter des Universums:

$$t_0 = \frac{1}{H_0} = 14 \text{ Mrd Jahre} \hat{=} 14 \text{ min}$$

Vor ca. 14 Milliarden Jahre (**14 min**) waren alle Abstände im Universum gleich 0 → **Urknall!**

Das Alter des Universums

Grobe Abschätzung unter Annahme gleichbleibender Geschwindigkeiten der Galaxien:

$$v = H_0 D \quad (\text{Hubble-Gesetz})$$

↑
 $\frac{D}{t_0}$

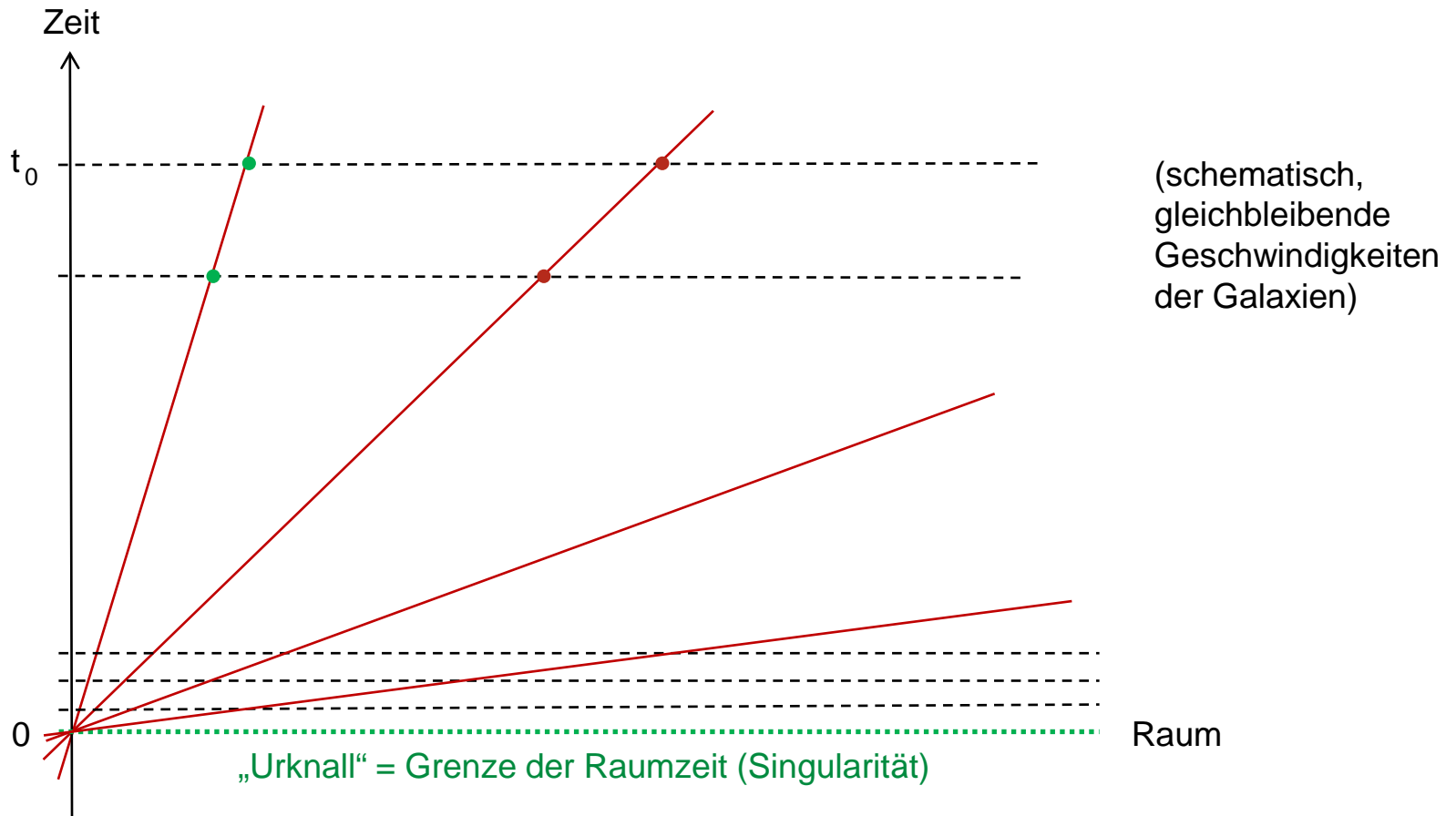
Alter des Universums:

$$t_0 = \frac{1}{H_0} = 14 \text{ Mrd Jahre} \hat{=} 14 \text{ min}$$

Vor ca. 14 Milliarden Jahre (**14 min**) waren alle Abstände im Universum gleich 0 → **Urknall!** In diesem Sinn hat der Urknall „**überall**“ stattgefunden!

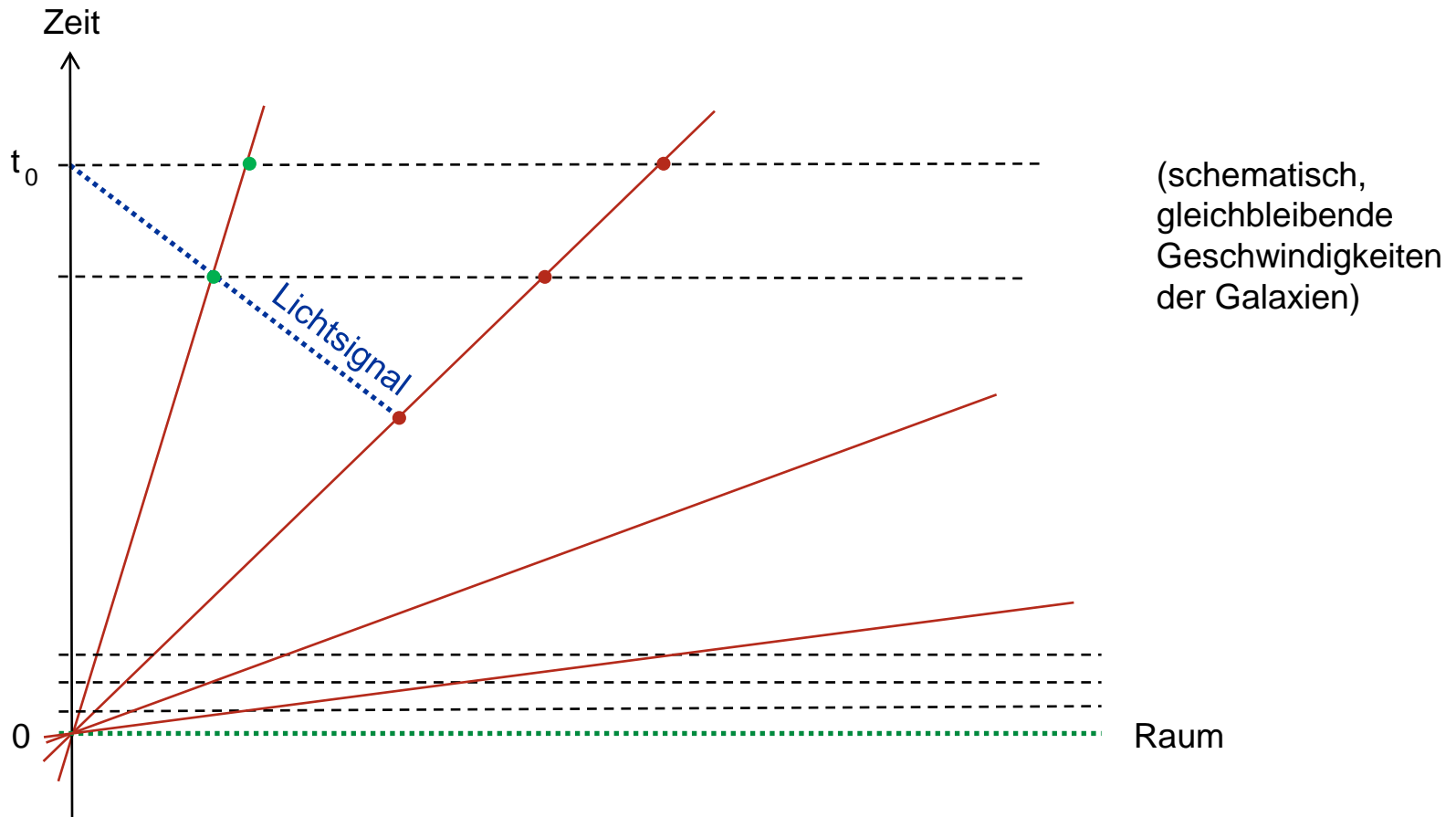
Der Urknall

Modell der Raumzeit des Universums (in einer Raumrichtung)

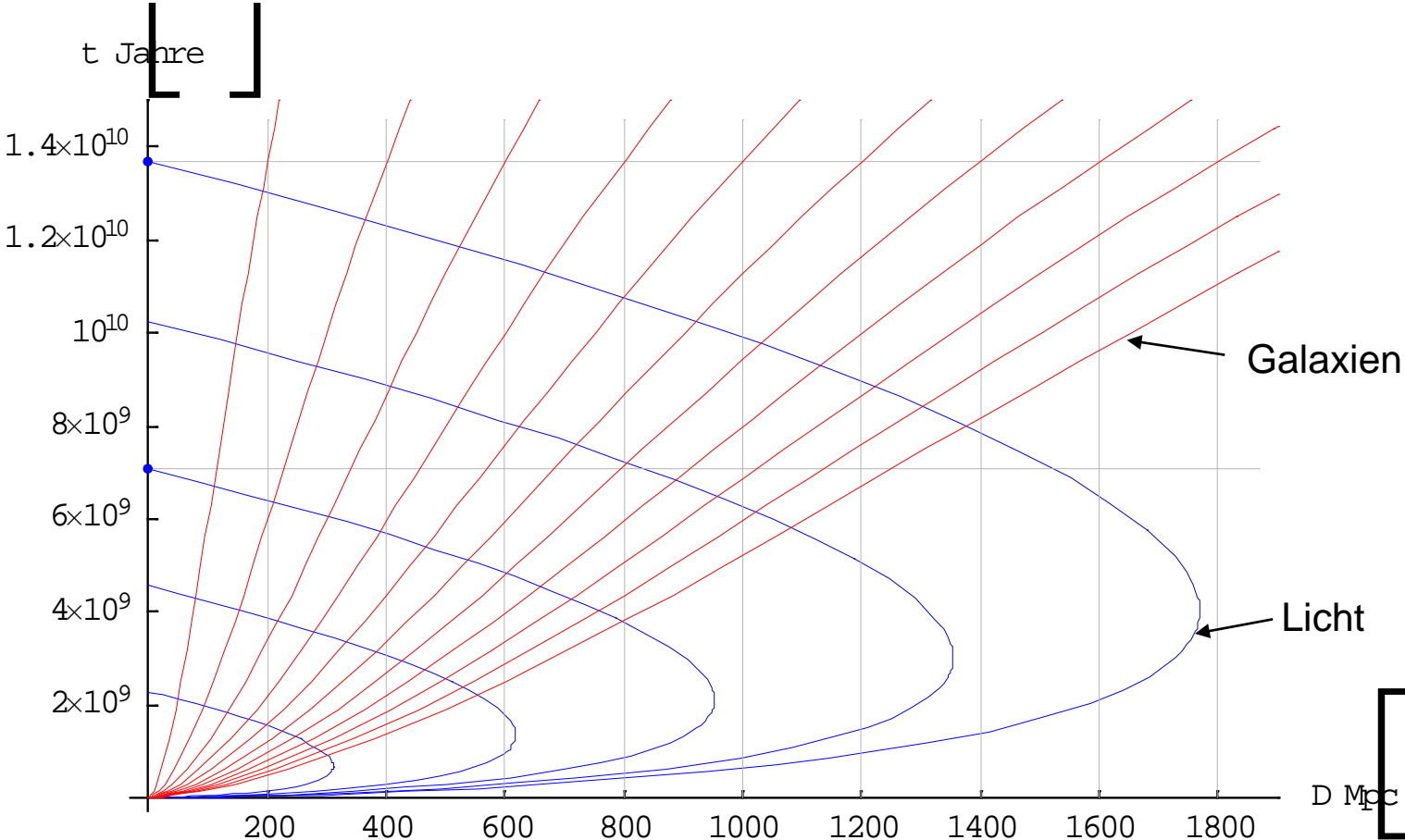


Das Universum beobachten heißt...

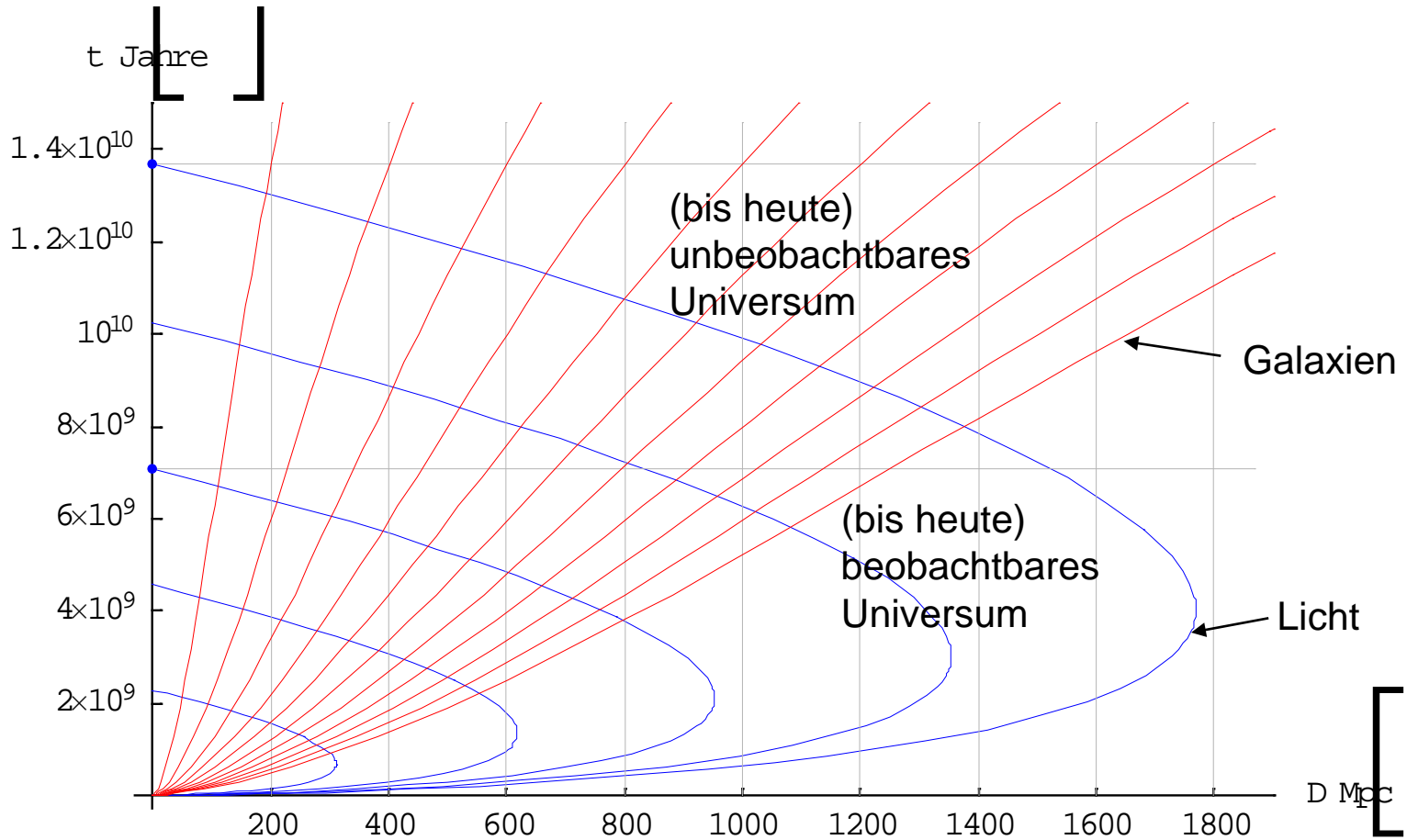
...in die Vergangenheit zu schauen:



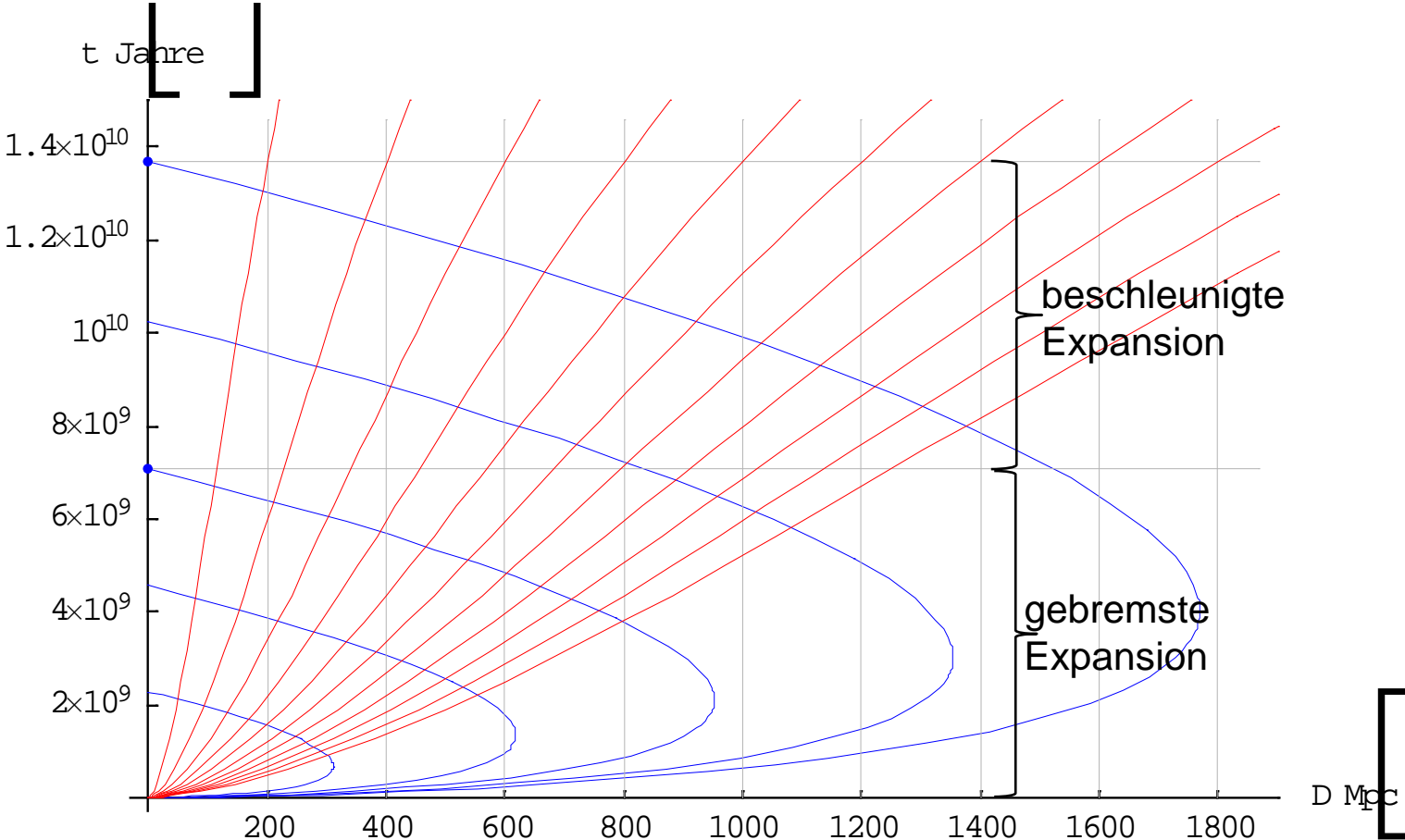
Raumzeitmodell des Universums nach heutigem Wissen



Raumzeitmodell des Universums nach heutigem Wissen

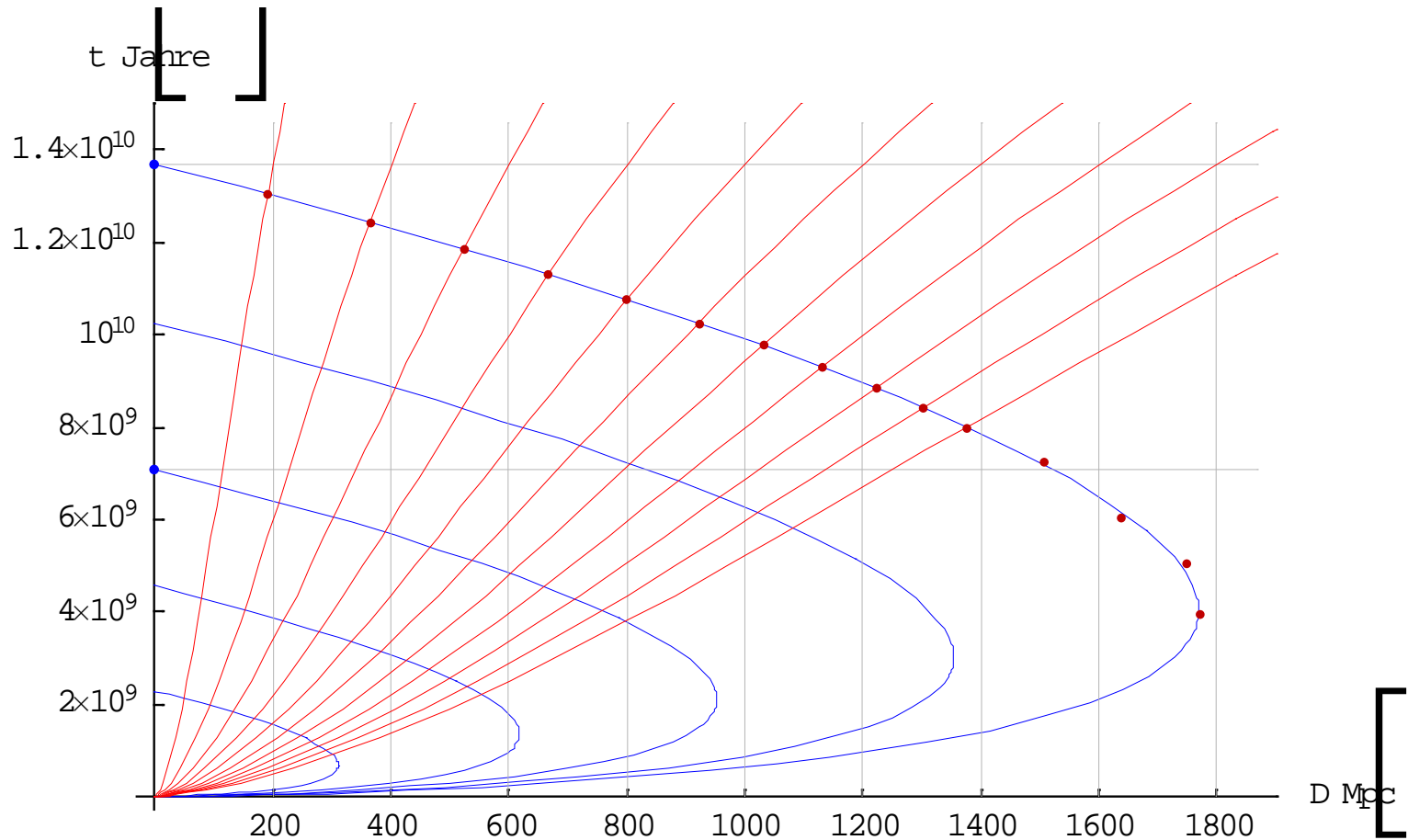


Raumzeitmodell des Universums nach heutigem Wissen



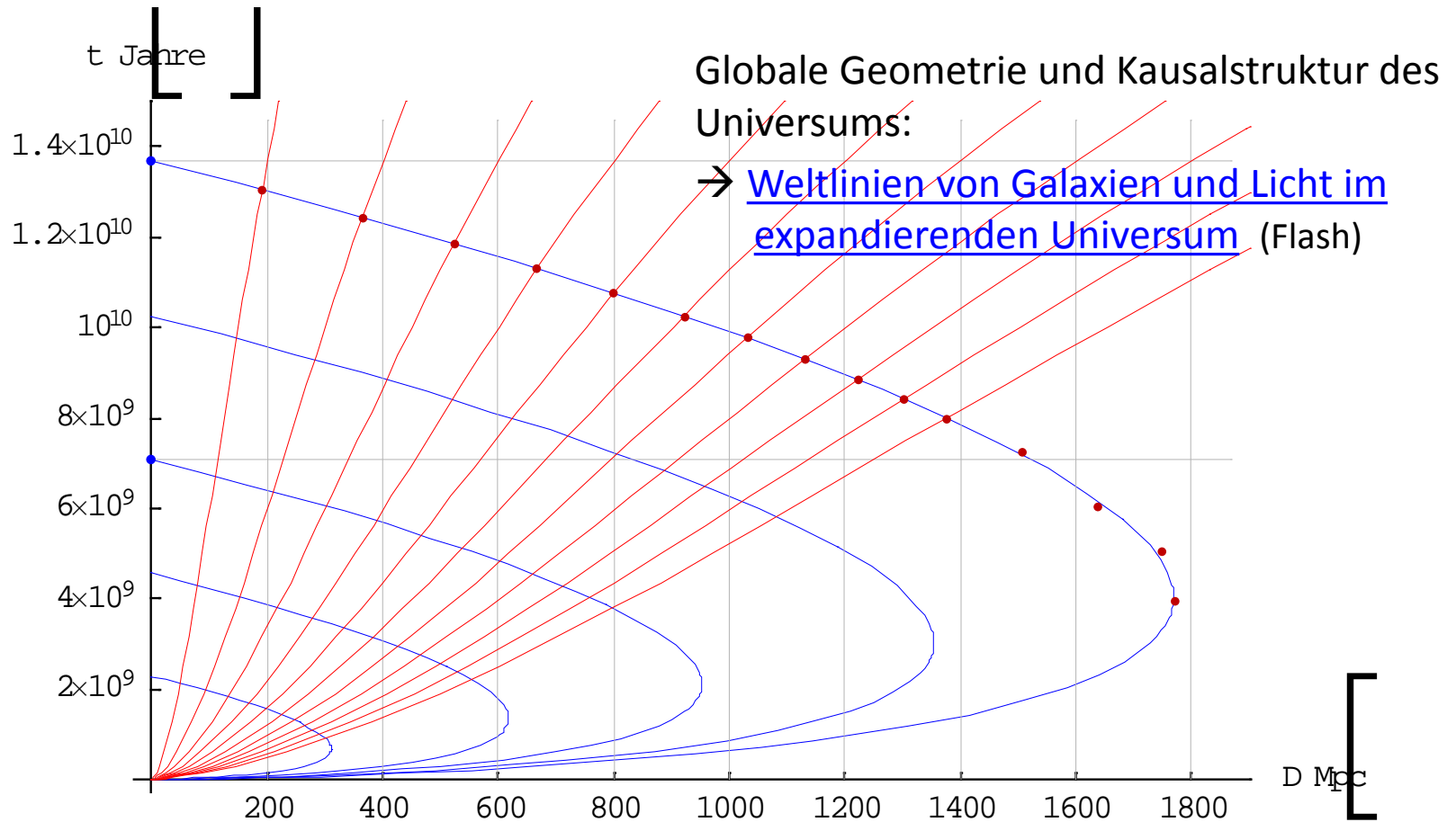
Die beschleunigte Expansion

Beobachtung + Interpretation (kosmologisches Prinzip): Die Expansion des Universums verläuft seit ungefähr 7 Milliarden Jahren **beschleunigt**!



Die beschleunigte Expansion

Beobachtung + Interpretation (kosmologisches Prinzip): Die Expansion des Universums verläuft seit ungefähr 7 Milliarden Jahren **beschleunigt!**



Wie groß ist das beobachtbare Universum?

Das hängt davon ab, was wir darunter verstehen:

Definition	Länge maßstäblich	wahre Länge
Größte je gesehene (damalige) Entfernung (Galaxie X)	1.8 m	1800 Mpc = 6 Mrd Lj
Heutige Entfernung der Galaxie X	4.7 m	4700 Mpc = 15 Mrd Lj
Heutige Entfernung der „frühesten“ Galaxie, die wir prinzipiell sehen können	14 m	14 000 Mpc = 45 Mrd Lj
Entfernung jener Galaxien, die sich mit Lichtgeschwindigkeit von uns weg bewegen	4.3 m	4300 Mpc = 14 Mrd Lj

Kosmologie

Aufgaben:

- Wie ist es möglich, dass sich eine Galaxie von uns mit Überlichtgeschwindigkeit wegbewegt? Wie erklären Sie das Ihren SchülerInnen?
- Wie ist es möglich, dass ein Lichtteilchen, das von einer weit entfernten Galaxie in Richtung auf die Milchstraße ausgesandt wird, sich zunächst von der Milchstraße wegbewegt? Wie erklären Sie das Ihren SchülerInnen?
- Wie antworten Sie SchülerInnen auf die Frage, mit welcher Geschwindigkeit das Universum expandiert?

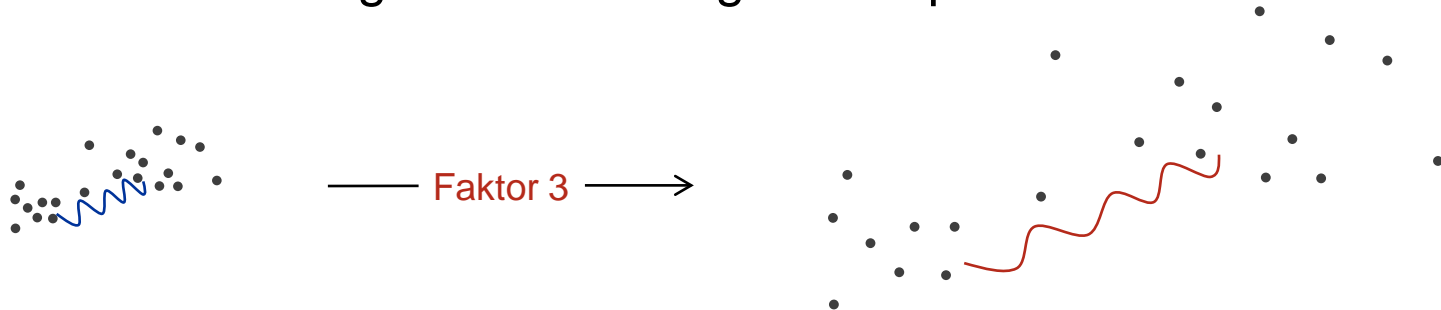
Kosmologie

Physikalische Modellierung

- Die beherrschende Kraft im Universum ist die **Gravitation**
→ **Allgemeine Relativitätstheorie** zuständig!
(Eine Vakuumenergie = „kosmologische Konstante“ fällt ebenfalls in ihren Bereich.)
- Je größer die Skalen sind, auf denen man es betrachtet, umso **gleichförmiger** erscheint seine Struktur.
- Olbersches Paradoxon → Es kann nicht unbegrenzt, ewig und statisch sein!
- Arbeitshypothese: **Kosmologisches Prinzip**: Das Universum ist auf großen Skalen **homogen** und **isotrop**.
- Raum („Mannigfaltigkeit“): praktisch flach!

Licht im expandierenden Universum

- Die Wellenlänge von Licht folgt der Expansion!



- Ein Maß dafür ist die **Rotverschiebung**:

$$z = \frac{\lambda_{\text{beobachtet}} - \lambda_{\text{emittiert}}}{\lambda_{\text{emittiert}}} \quad (\text{für } v \ll c \text{ gilt: } z \approx \frac{v}{c})$$

Zusammenhang der Rotverschiebung mit dem Skalenfaktor zur Zeit der Lichtaussendung:

$$a = \frac{1}{1 + z}$$

Kosmologie

- Allgemeinrelativistische Beschreibung
Ansatz der kosmologischen Raumzeit-Metrik:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

kosmologische Zeit Skalenfaktor flache 3-Metrik

→ [Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker-Metrik](#) (PDF)

Die „Expansionsgeschichte“ hängt ab vom Inhalt des Universums (Masse- bzw. Energieformen, Zustandsgleichungen).

Kosmologie

- Die vollständigen Gleichungen für ein homogen-isotropes Weltmodell (Friedmann-Gleichungen):

$$\begin{aligned} \dot{a}^2 - \frac{8\pi G}{3} a^2 \rho &= 0 \\ \dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a} \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + 3\frac{p}{c^2} \right)$$

- Zustandsgleichungen:
 - Strahlung: $p = \frac{1}{3} \rho c^2$
 - Drucklose Materie („Staub“): $p = 0$
 - Vakuum mit Energiedichte: $p = -\rho c^2$

Kosmologie

- Dichte (kritische Dichte) und Hubble-Konstante:

$$\dot{a}^2 - \frac{8\pi G}{3} a^2 \rho = 0$$
$$H_0 = \left. \frac{\dot{a}}{a} \right|_{\text{heute}} \quad \rightarrow \quad \rho_0 \equiv \rho_{\text{krit}} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

- Energieanteile heute:

$$\Omega_{\text{matter}} = \frac{\rho_{\text{matter},0}}{\rho_{\text{krit}}} \approx 0.27$$

$$\Omega_{\text{rad}} = \frac{\rho_{\text{rad},0}}{\rho_{\text{krit}}} \approx 8 \cdot 10^{-5}$$

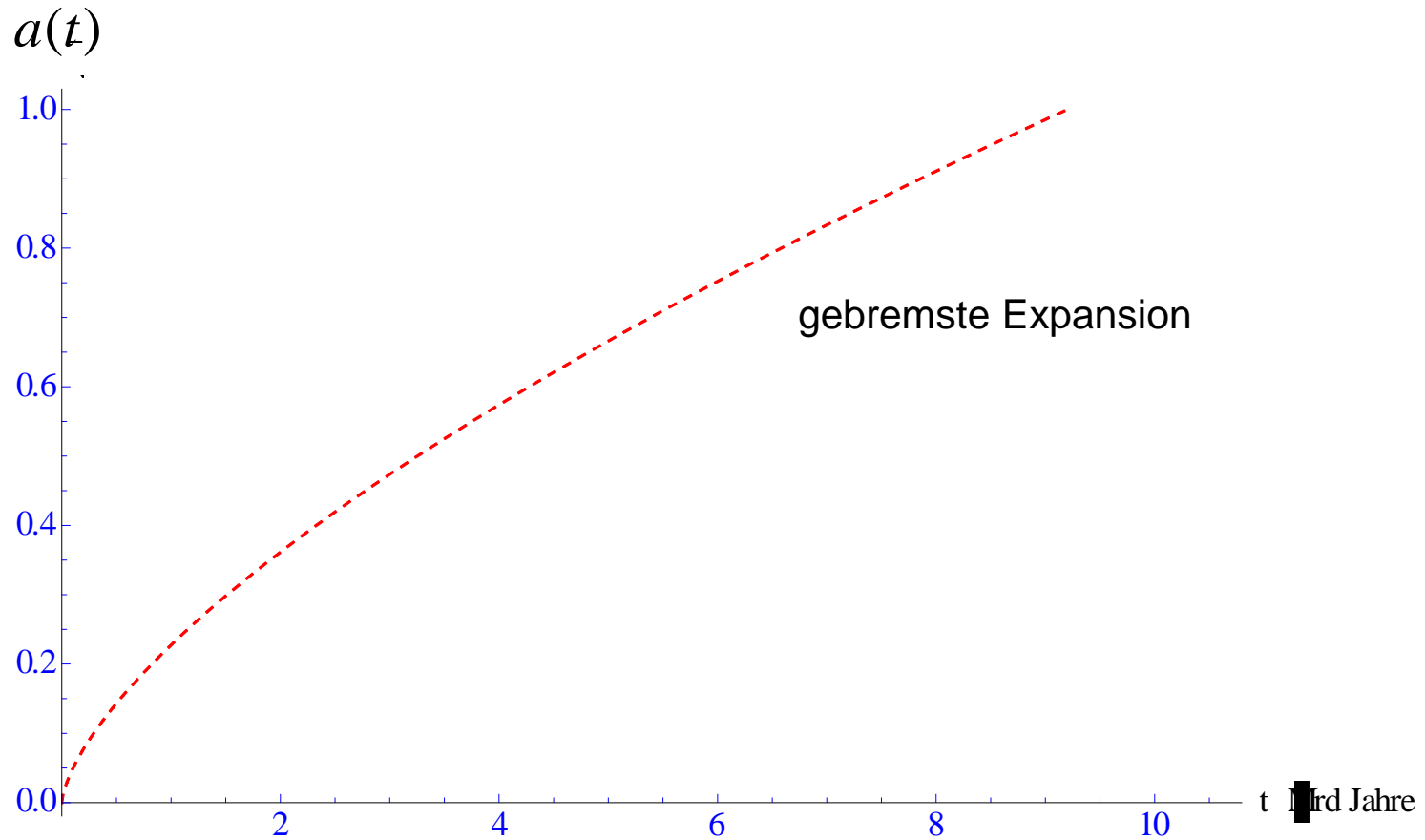
$$\Omega_{\Lambda} = \frac{\rho_{\Lambda}}{\rho_{\text{krit}}} \approx 0.73$$

Kosmologie

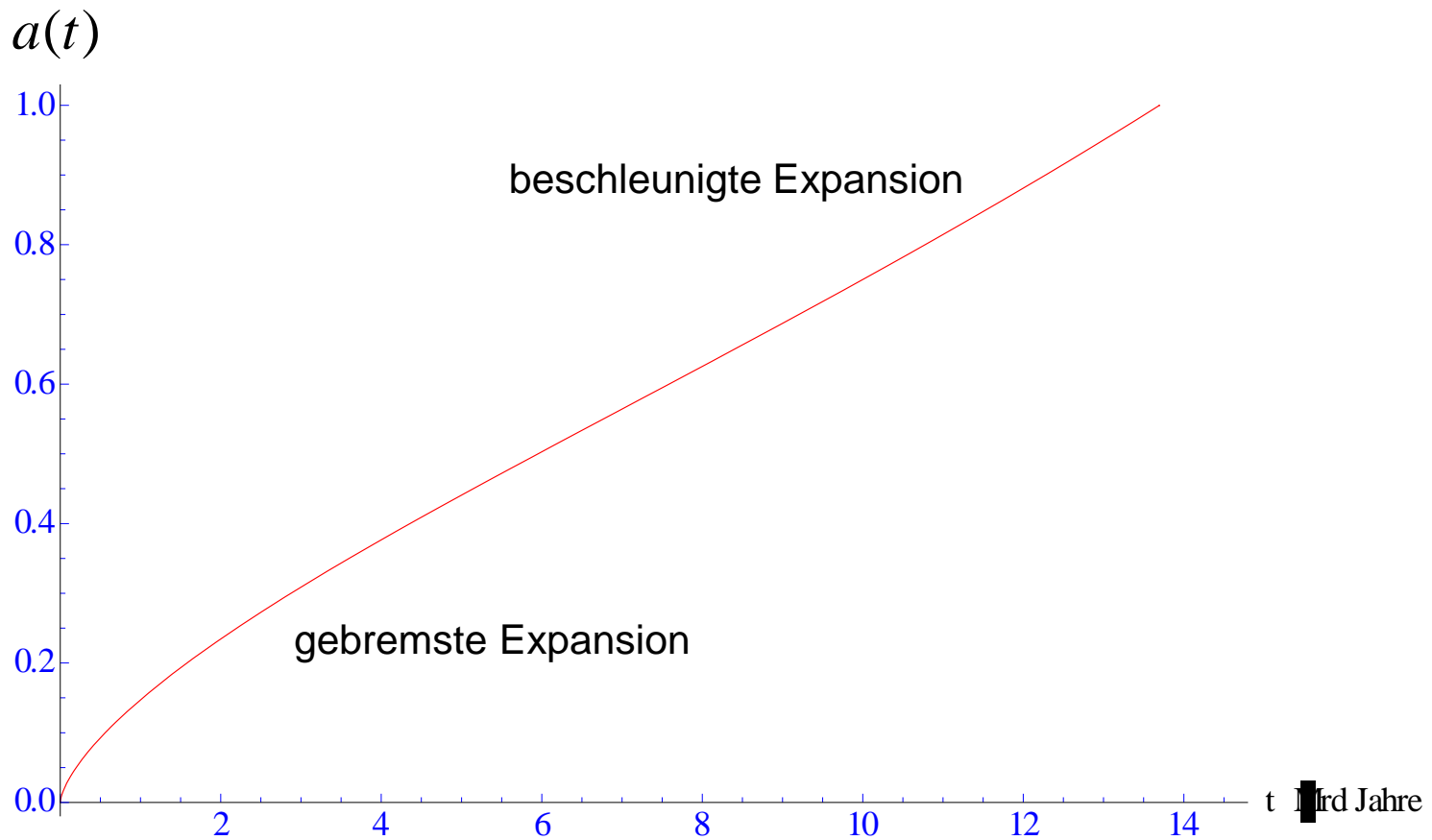
- Differentialgleichung für die Expansion:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = H_0^2 \left(\frac{\Omega_{\text{matter}}}{a^3} + \frac{\Omega_{\text{rad}}}{a^4} + \Omega_{\Lambda} \right)$$

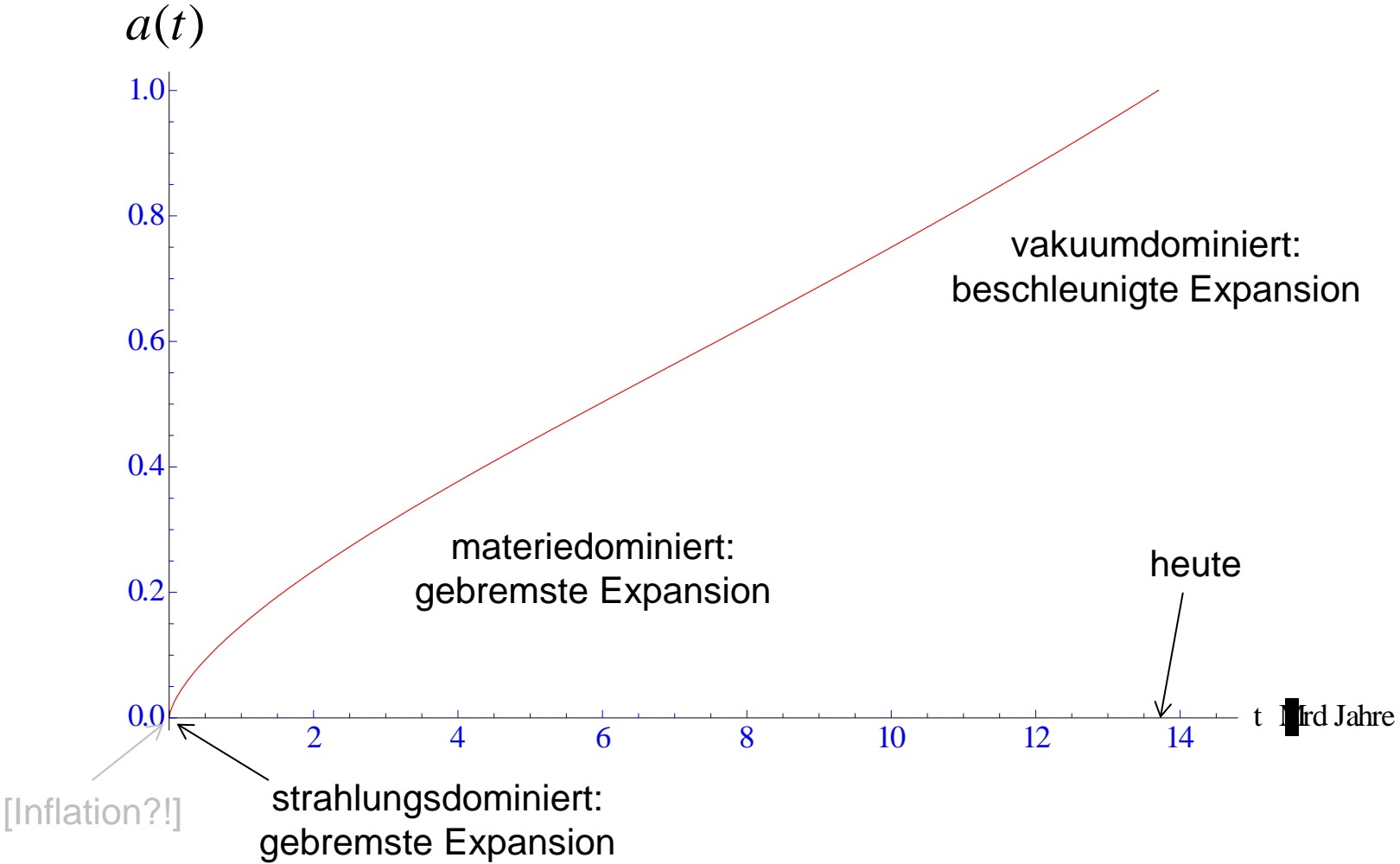
Theoretisches Modell: Materiedominiertes Universum



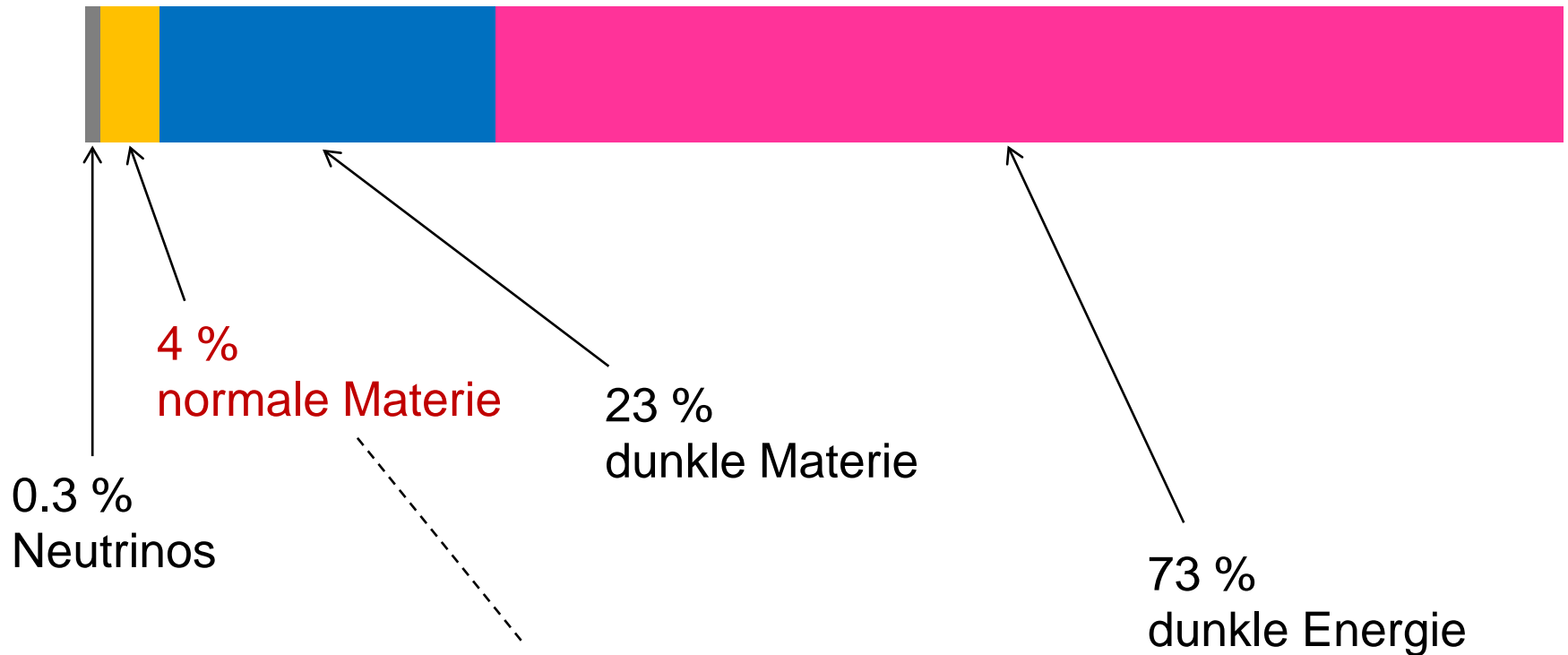
Theoretisches Modell: Universum mit Vakuumenergie



Standardmodell der Kosmologie



Woraus besteht das Universum?

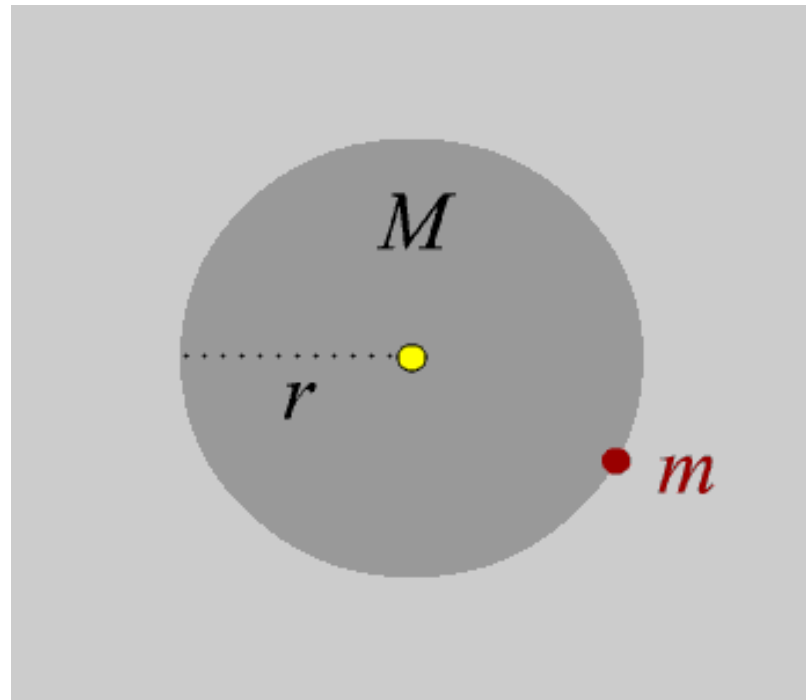


Normale Materie ist nach unserem Wissen die einzige, die interessante Strukturen „im Kleinen“ ausbilden kann!

Kosmologie

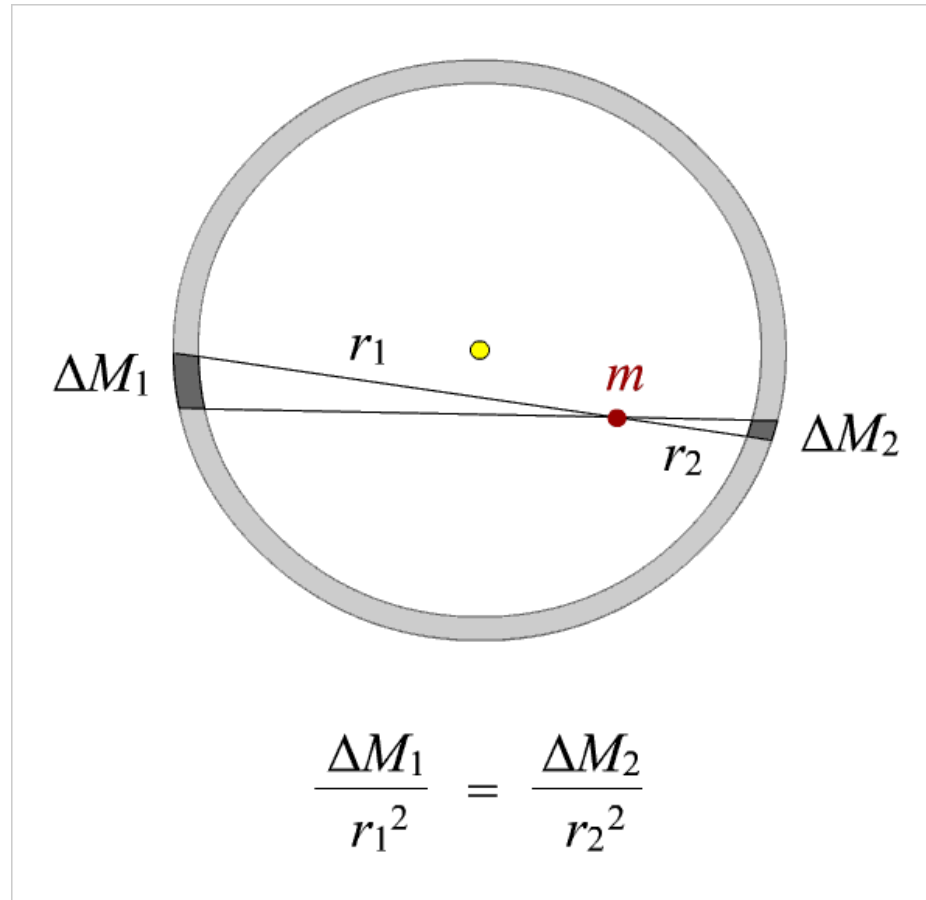
Argumente *quick and dirty*

- Newtonsches Argument zur Expansion des Universums



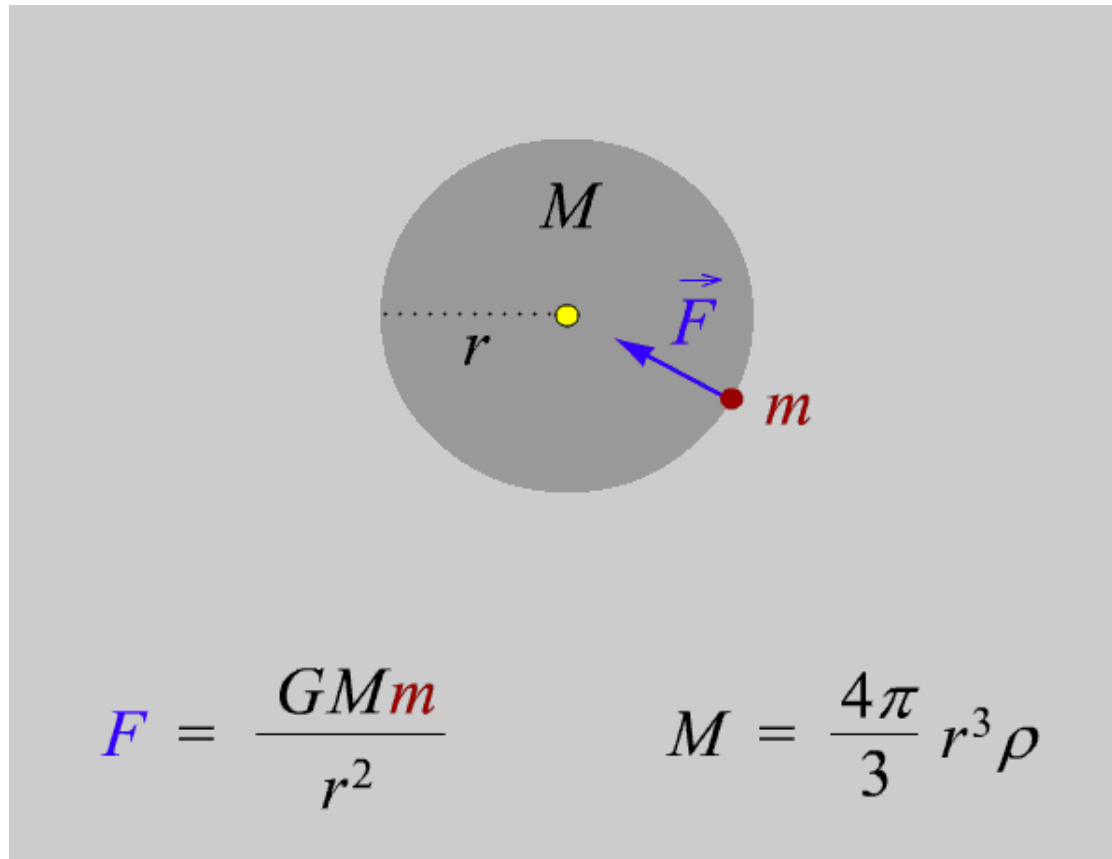
Kosmologie

Argumente *quick and dirty*



Kosmologie

Argumente *quick and dirty*



→ [Erste Friedmann-Gleichung](#)

Kosmologie

Argumente *quick and dirty*

- Berücksichtigung der Zustandgleichung
→ [Zweite Freidmann-Gleichung](#)
- Drei „Weltmodelle“
→ [Weltmodelle](#)

Kosmologie

Thermische Geschichte des Universums

THE BIG BANG

INFLATION

GALAXY EVOLUTION

CONTINUES...

DARK ENERGY ?

FIRST STARS
400,000,000 YEARS
AFTER BIG BANG

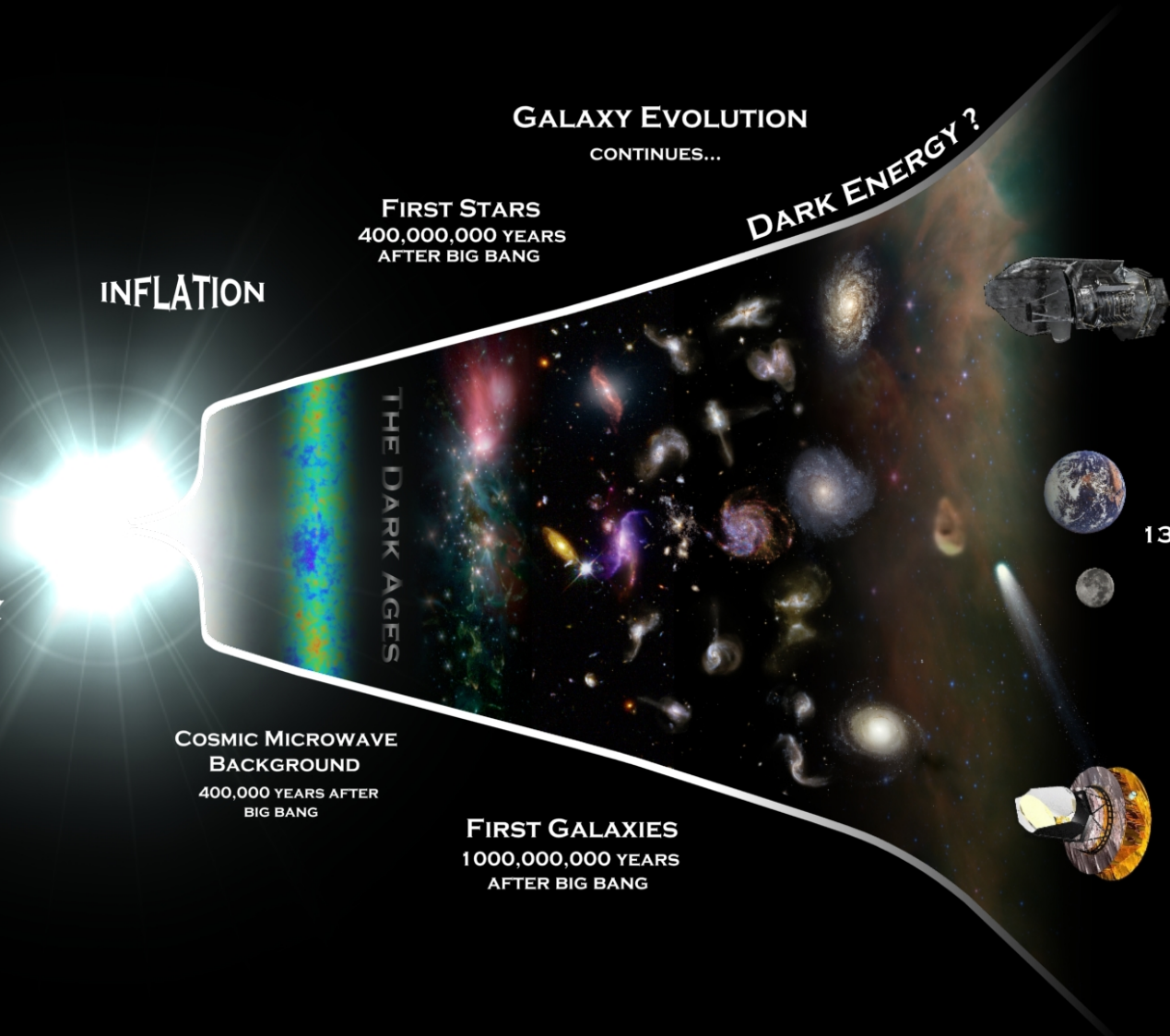
THE DARK AGES

COSMIC MICROWAVE
BACKGROUND
400,000 YEARS AFTER
BIG BANG

FIRST GALAXIES
1 000,000,000 YEARS
AFTER BIG BANG

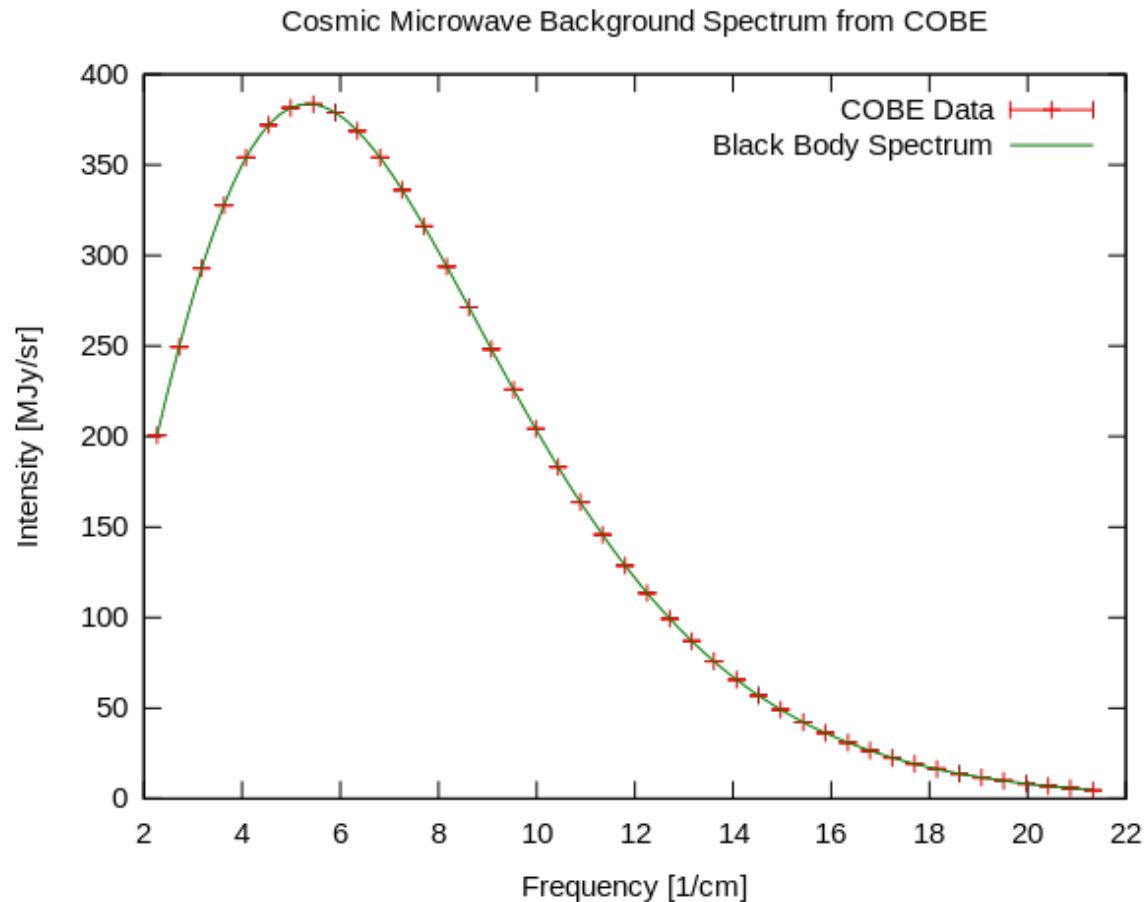
FORMATION OF
THE SOLAR SYSTEM
8,700,000,000 YEARS
AFTER BIG BANG

Now
13,700,000,000 YEARS
AFTER BIG BANG



Kosmologie

- Kosmische Mikrowellen-Hintergrundstrahlung (CMB)
- CMB weitgehend isotrop, Spektrum ideal Plancksch:

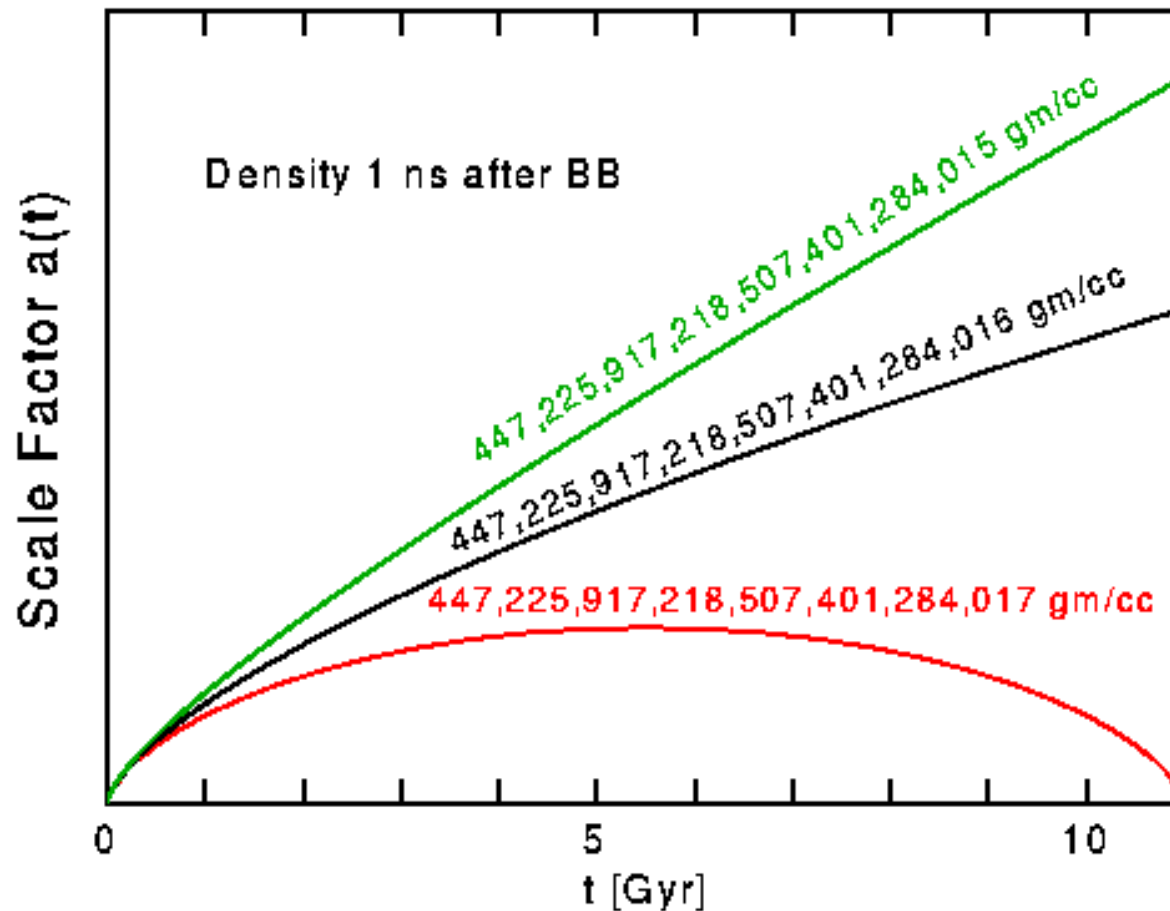


<http://de.wikipedia.org/wiki/Wärmestrahlung>

Kosmologie

Probleme des kosmologischen Standardmodells

→ Flachheitsproblem



Kosmologie

Probleme des kosmologischen Standardmodells

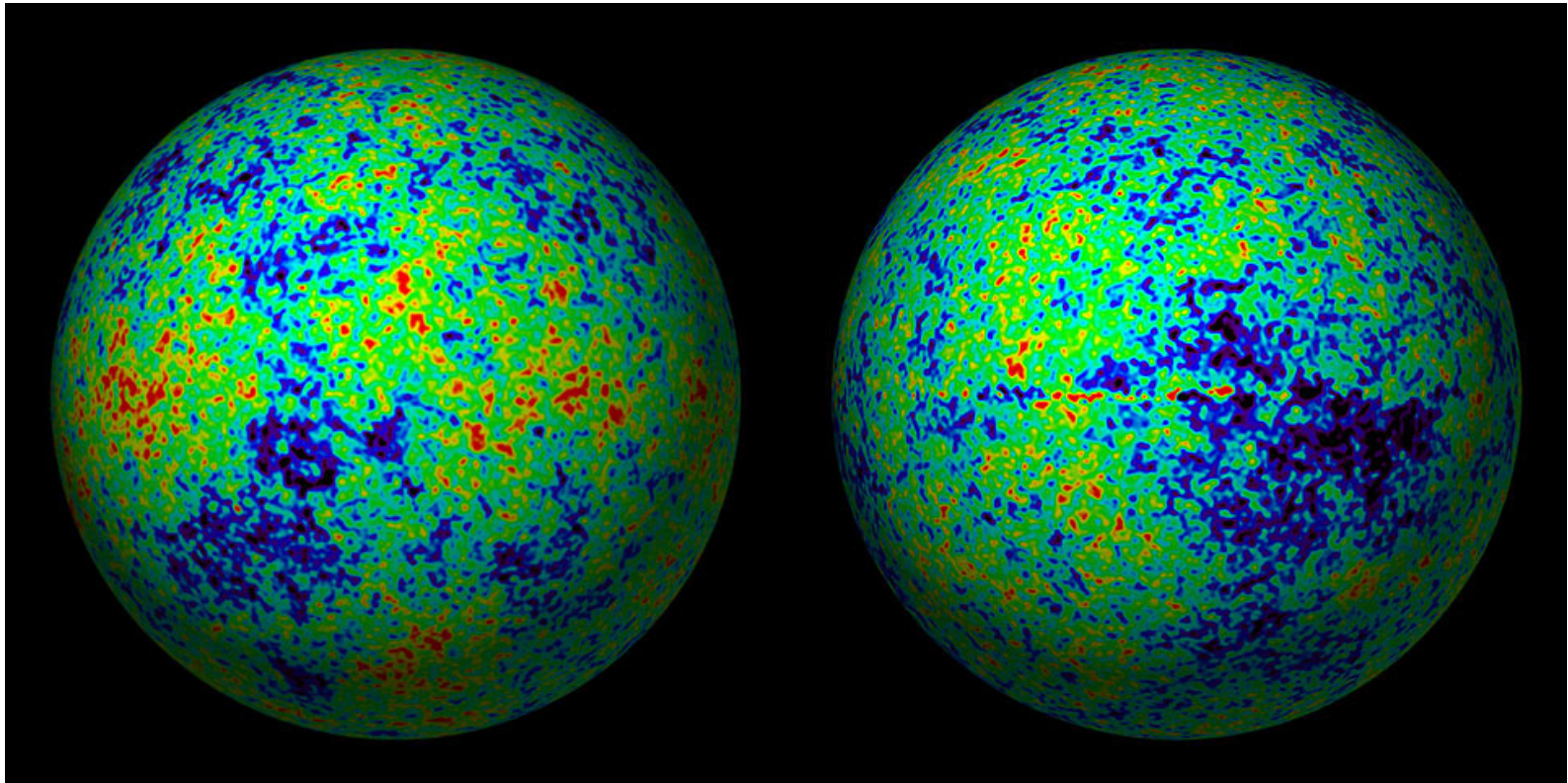
- [Horizontenproblem](#) (Flash)
- [Konformes Diagramm des Universums gemäß dem kosmologischen Standardmodell](#) (Grafik)

$$\text{Hubble-Radius: } D_{\text{Hubble}} = \frac{c}{H} = \frac{c}{\dot{a}/a}$$

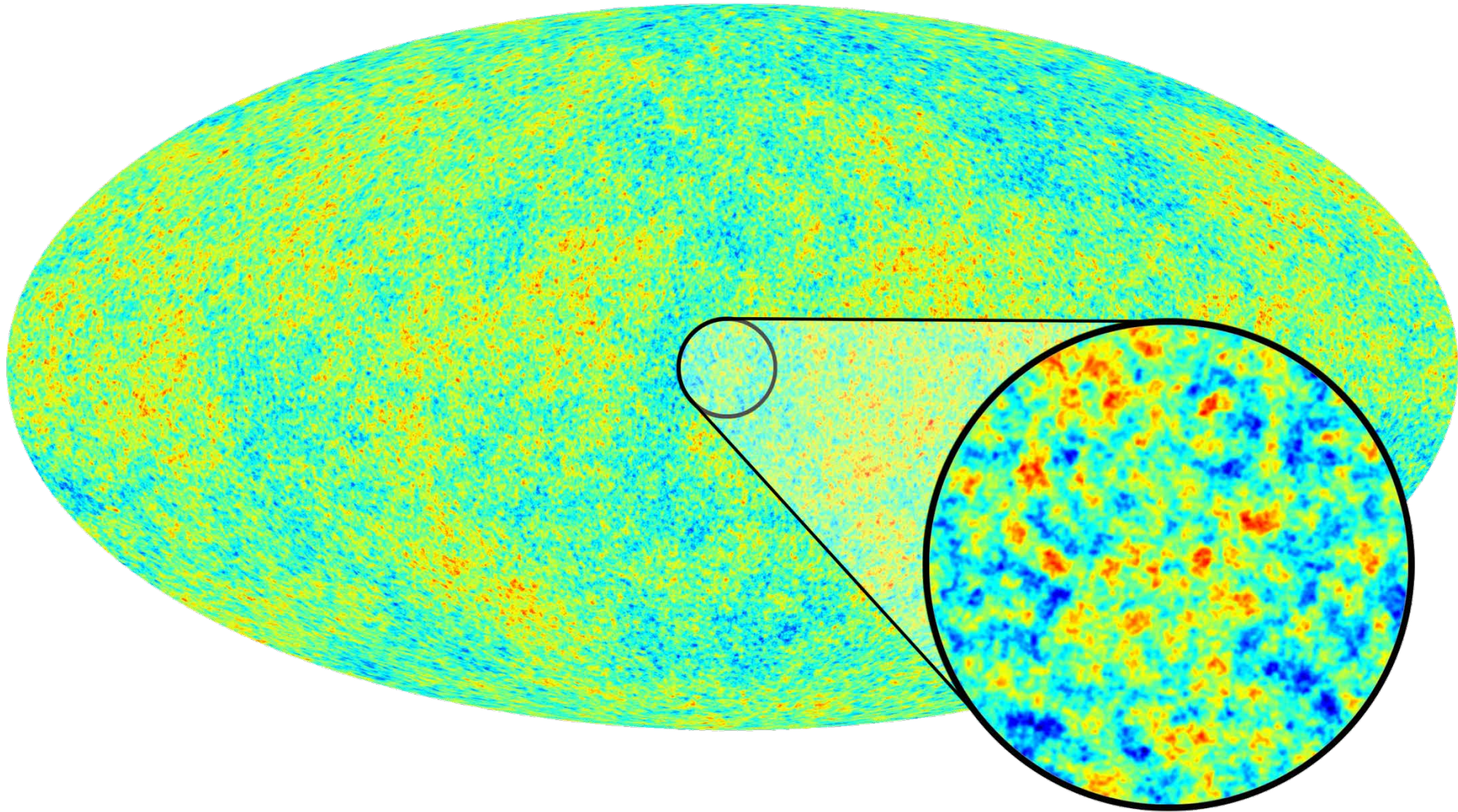
Lösung: **inflationäre Phase** im *sehr* frühen Universum!

Kosmologie

- Temperatur-Anisotropie (COBE, WMAP, Planck)
Theorie ihrer Entstehung = Lösung der Probleme des Standardmodells: Inflation + Quantenfluktuationen!

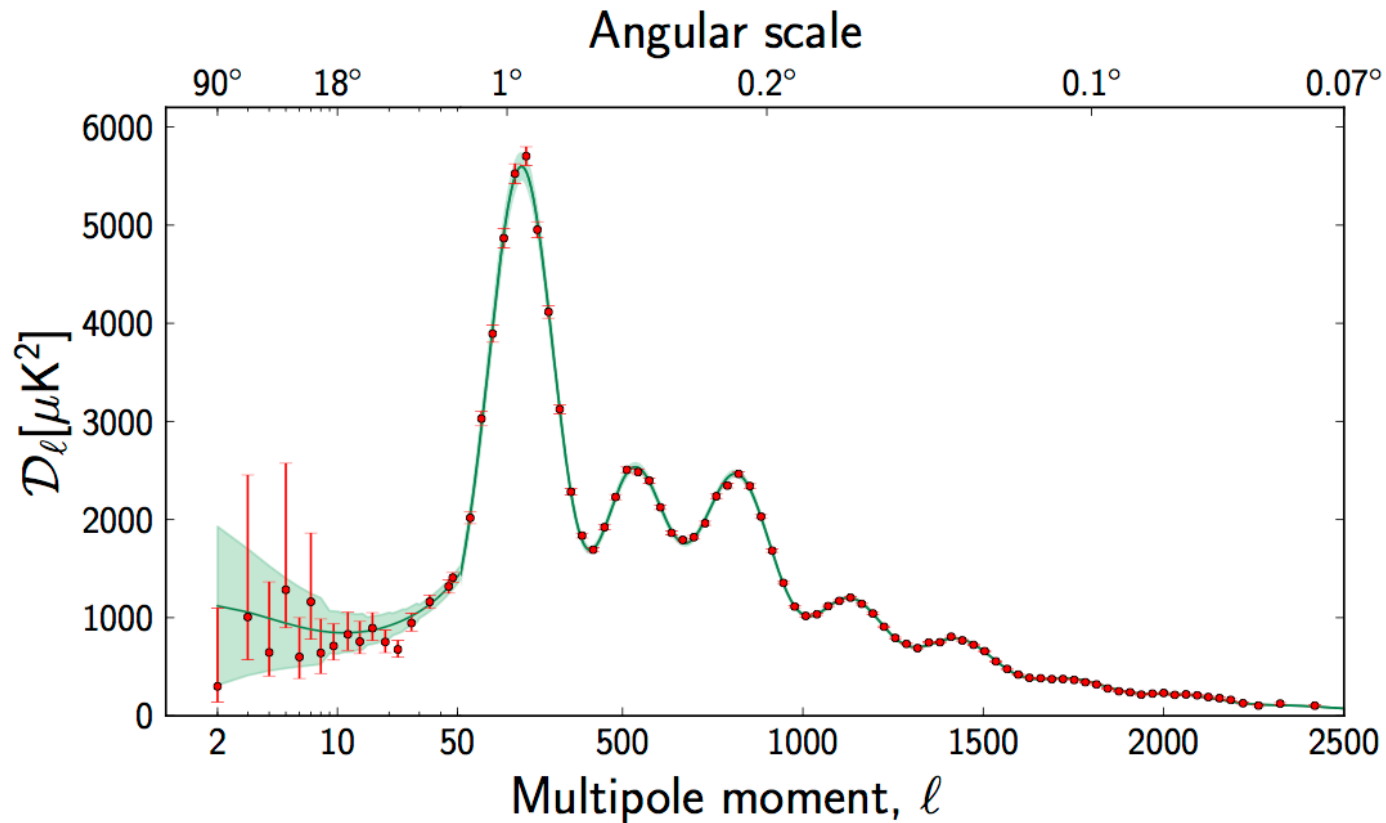


Kosmologie



Kosmologie

- Temperatur-Anisotropie (COBE, WMAP, Planck)
 - Leistungsspektrum (Winkel-Korrelationen)



Kosmologie

- Polarisationsmuster der Hintergrundstrahlung (E- und B-Moden, Hinweis auf Gravitationswellen unmittelbar nach dem Ende der Inflation?)
- Ungelöst: Baryogenese (Materie – Antimaterie Asymmetrie)
- Ungelöst: Entstehung des Universums als Quanteneffekt? Quantenkosmologie?

Danke für Ihre Aufmerksamkeit!

Diese Präsentation
gibt's am Web unter

http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/ART_und_Kosmologie/

(geschrieben: ART_und_Kosmologie)

