

Aufgabe 5

Populationsdynamik: In eine Population, die in ihre Heimat erst kürzlich eingewandert ist und sich in der Folge exponentiell vermehrt hat, bricht ein Krankheitserreger ein, der die Sterberate drastisch erhöht, allerdings mit einer gewissen zeitlichen Verzögerung. Die Dynamik wird so modelliert:

$$a_0 = 1000$$

$$a_1 = (1 + q)a_0$$

$$a_n = (1 + q)a_{n-1} - ra_{n-2} \quad \text{für } n = 2, 3, 4, \dots$$

Der Erreger tritt zum Zeitpunkt $n = 1$ auf, wirkt sich aber erst zum Zeitpunkt $n = 2$ aus.

Bei geeigneter Wahl der Parameter q und r ist es aufgrund der Zeitverzögerung möglich, dass die Population noch eine Zeitlang wächst, danach aber abnimmt und schließlich ausstirbt.

Wählen Sie die Parameter q und r so, dass genau das passiert! Frühestens beim Schritt von $n = 5$ zu $n = 6$ soll die Population zu schrumpfen beginnen. Visualisieren Sie mit GeoGebra!