

Langfristige Variationen und die Konsequenzen

Franz Embacher

Fakultät für Physik der Universität Wien
Didaktik der Astronomie, Sommersemester 2009

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Lehre/DidaktikAstronomie/ss2009/>

1 Langzeitvariationen der Parameter und ein einfaches Modell

Die Bahnparameter des Erdumlaufs um die Sonne sind die große Halbachse a , die (numerische) Exzentrizität ε sowie die Lage der Bahnellipse im Raum. Die beiden relevanten Parameter der Eigenrotation der Erde sind die Schiefe der Ekliptik θ und der Winkel α , den die Orthogonalprojektion $\vec{\ell}_{\parallel}$ des Eigendrehimpulses auf die Bahnebene mit dem Ortsvektor des Perihels einschließt. Im Text "Erdbahn, Erdrotation Jahreszeiten und die Sonneneinstrahlung"¹ wurden einige Kennzahlen, die das Zustandekommen der Jahreszeiten, die Energieeinstrahlung auf die Erde und die Ausprägung der Jahreszeiten betreffen, hergeleitet. Dabei wurden alle Himmelskörper außer der Erde und der Sonne außer Acht gelassen, und es wurde angenommen, dass die Erde eine exakte Kugel ist. Tatsächlich wird die Bahn und die Rotation der Erde aber vor allem durch die vom Mond, dem Jupiter und dem Saturn ausgeübten Gravitationskräfte sowie durch die Abweichung der Erdgestalt von der Kugel leicht gestört, so dass es zu einer langfristigen ("sekulären") und zyklischen ("quasiperiodischen") Änderung der Parameter kommt. Diese Veränderungen führen dazu, dass sich die Dauer der Jahreszeiten und die Sonneneinstrahlung, die die Hemisphären während der Jahreszeiten empfangen, ebenfalls mit der Zeit ändern.

Bereits einige Zeit wurde vermutet, dass derartige Änderungen die durch geologische Befunde erschlossenen Klimaschwankungen der Vergangenheit (vor allem der Abfolge von Warm- und Eiszeiten während der letzten 3 Millionen Jahre) auslösen können, bis der serbische Astrophysiker und Mathematiker Milutin Milanković (1879 – 1958) in den 1930er-Jahren diese Spekulationen auf eine solide himmelsmechanische Grundlage stellte. Die von ihm gefundenen zeitlichen Muster in den Größen, die die Sonneneinstrahlung und die Ausprägung der Jahreszeiten beschreiben, werden ihm zu Ehren Milanković-Zyklen genannt.² Sein Werk gab zu zahlreichen Nachfolgearbeiten Anlass, die bis in die unmittelbare Gegenwart reichen und zunehmend aufwändigere (und damit realistischere) Klimamodelle einsetzen. Wir werden nicht in die Details eindringen, sondern die Schwankungen der Bahn- und Rotationsparameter in ihren Grundzügen vorstellen und

¹Zu finden unter <http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Lehre/DidaktikAstronomie/ss2009/>.

²Weiters ist ein Asteroid (1605) und ein Mondkrater nach ihm benannt.

untersuchen, was sich daraus für die zeitlichen Veränderungen der uns zur Verfügung stehenden klimarelevanten Kenngrößen ergibt.

Die langfristigen Schwankungen der Bahn- und Rotationsparameter werden "zyklisch" oder "quasiperiodisch" genannt, weil sie näherungsweise als Überlagerungen periodisch ablaufender Prozesse auf unterschiedlichen Zeitskalen verstanden werden können. In einer groben Näherung können sie als periodisch behandelt werden – wir werden uns mit dieser hier begnügen. Weiters nehmen wir an, dass die Sonne im Ursprung des Koordinatensystems ruht und die Bahnellipse in der xy -Ebene liegt. Die zeitlichen Variationen im Einzelnen sind:

- Während die große Halbachse a der Erdbahn sehr stabil ist, schwankt ihre *Exzentrizität* ε zwischen 0.005 und 0.058 mit einer Periode von etwa 100 000 Jahren. Ihr heutiger Wert ist 0.0167, mit fallender Tendenz. Mit Hilfe dieser Angaben kann der zeitliche Verlauf in groben Zügen in der Form

$$\varepsilon(t) = 0.0315 + 0.0265 \sin\left(\frac{2\pi t}{100} - 2.549\right) \quad (1.1)$$

modelliert werden, wobei t in Vielfachen von 1000 Jahren zu nehmen ist. Tatsächlich ist der Verlauf nicht so schön sinusförmig, aber damit wollen wir es nicht so genau nehmen. Hinzu kommt ein zweiter Zyklus von 413 000 Jahren, der in (1.1) nicht berücksichtigt ist und zu einem zusätzlichen Auf und Ab mit längeren Atemzügen führt.

- Als Folge des von der Sonne und vom Mond auf die (nicht exakt kugelförmige) Erde ausgeübten Drehmoments vollführt deren Eigendrehimpulsvektor eine langsame *Präzession* um die Normale auf die Bahnebene. Das bedeutet, dass der Vektor $\vec{\ell}_{\parallel}$ eine (näherungsweise gleichmäßige) Rotation ausführt. Nach etwa 26 000 Jahren (genauer: zwischen 25 700 und 25 800 Jahren) hat er eine volle Umdrehung vollendet, und entsprechend ist der Winkel zwischen $\vec{\ell}_{\parallel}$ und einer fixen Achse um 360° angewachsen. Gleichzeitig dreht sich die gesamte Bahnellipse, und zwar in entgegengesetzter Richtung: Im Laufe von etwa 110 000 Jahren vollführt sie eine komplette Umdrehung. Damit rotiert aber auch der Ortsvektor des Perihels. Nun erinnern wir uns: In die im Text "Erdbahn, Erdrotation Jahreszeiten und die Sonneneinstrahlung" hergeleiteten klimarelevanten Kenngrößen ist der Winkel α eingegangen. Er war (aufgrund der speziellen Lage, die der Bahnellipse im Koordinatensystem gegeben wurde) definiert als Winkel zwischen $\vec{\ell}_{\parallel}$ und dem Ortsvektor der Perihels. Da sowohl $\vec{\ell}_{\parallel}$ als auch die Lage des Perihels (in entgegengesetzter Richtung) rotieren³, nehmen die beiden alle 21 000 Jahre dieselbe Stellung zuein-

³Die Rotation von $\vec{\ell}_{\parallel}$ in Bezug auf die jeweils aktuelle Lage der Bahnellipse wird *Präzession der Äquinoktien* genannt.

ander ein.⁴ Der Winkel α wächst daher alle 21 000 Jahre um 360° . Sein heutiger Wert ist -12.5° , mit zunehmender Tendenz. Ein einfaches Modell für seine Zeitentwicklung ist daher

$$\alpha(t) = \frac{2\pi}{360} (17.1 t - 12.5), \quad (1.2)$$

wobei der Vorfaktor der Umrechnung vom Gradmaß in das Bogenmaß dient und t wieder in Vielfachen von 1000 Jahren zu nehmen ist. Auch dieses Modell ist stark vereinfacht, da das Wachstum von α nicht exakt linear ist.

- Schließlich ändert sich die *Schiefe der Ekliptik* θ , d.h. der Winkel zwischen dem Eigendrehimpuls der Erde und der Normalen auf die Bahnebene, zwischen 22.1° und 24.5° mit einer Periode von etwa 41 000 Jahren. Ihr heutiger Wert ist 23.44° , mit abnehmender Tendenz. Aus diesen Angaben ergibt sich mit

$$\theta(t) = 22.8 + 1.7 \sin\left(\frac{2\pi t}{41} + 2.76\right) \quad (1.3)$$

ein einfaches Modell für ihre Zeitabhängigkeit, wobei t wieder in Vielfachen von 1000 Jahren zu nehmen ist.

Als echte Konstanten werden der (mittlere) Erdradius $R = 6371$ km, die Sonnenmasse $M = 1.9891 \times 10^{30}$ kg, die Strahlungsleistung der Sonne $P = 3.845 \times 10^{26}$ W und die große Halbachse $a = 1.495979 \times 10^8$ km der Erdbahn behandelt. In diesem Modell wurden zahlreiche Faktoren vernachlässigt, beispielweise:

- Die Strahlungsleistung P der Sonne wächst um ca. 5% pro Jahrmilliarde.
- Der Sonnenfleckenzyklus von 22 Jahren wurde nicht berücksichtigt.
- Die durch den Mond hervorgerufene Nutation der Rotationsachse der Erde wurde vernachlässigt.
- Der Energiestrom aus dem Erdinneren versorgt die Erdoberfläche ebenfalls mit Wärme. Mit 0.063 W/m^2 ist er aber wesentlich kleiner als die Solarkonstante 1367 W/m^2 . Auch plötzlich freiwerdende Energie aus dem Erdinneren wie etwa durch Vulkanismus wurde vernachlässigt.
- Eine periodische Kippung der Bahnebene mit einem Zyklus von etwa 100 000 Jahren wurde nicht berücksichtigt.

⁴Stellen Sie sich vor, zwei Uhrzeiger rotieren in entgegengesetzte Richtung. Einer benötigt 26 000 Jahre, der andere 110 000 Jahre für eine volle Umdrehung. Wie oft begegnen sie einander? Antwort: etwa alle 21 000 Jahre.

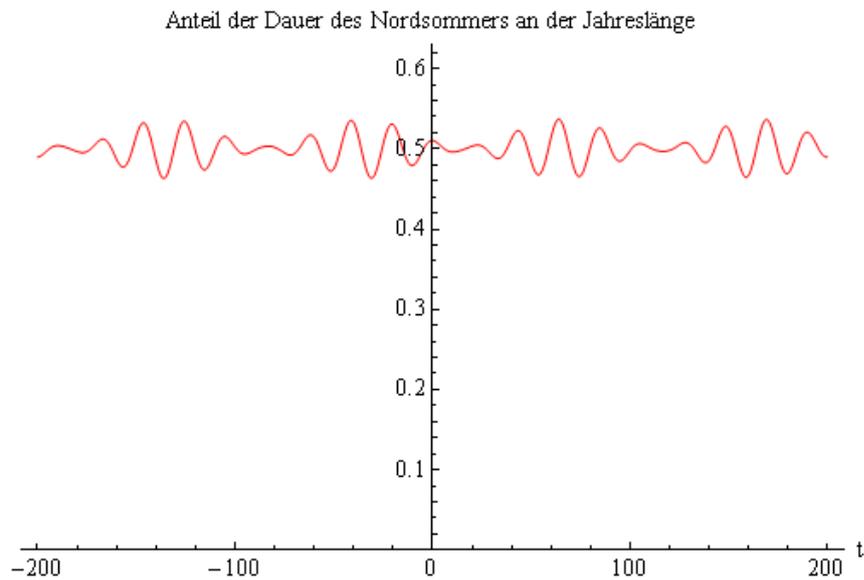


Abbildung 1: Anteil der Dauer des Nordsommers an der Jahreslänge.

- Die Festlandmassen sind nicht auf der Erdoberfläche fixiert. Aufgrund der plattentektonischen Prozesse, die von der Energie des Erdinneren gespeist werden, ändert sich insbesondere ihre Aufteilung auf die beiden Hemisphären während Zeitskalen von etwa hundert Millionen Jahren. Die im Text "Erdbahn, Erdrotation Jahreszeiten und die Sonneneinstrahlung" getroffene Aussage, dass die Festlandmassen auf der Nordhemisphäre konzentriert sind, trifft nicht für alle Epochen der Erdgeschichte zu. Auch andere klimarelevante Prozesse, die sich auf der Erde abspielen, wie etwa Veränderungen in der Chemie der Atmosphäre (Treibhausgase) oder Veränderungen von Meeres- und Luftströmungen durch Kontinentaldrift und Gebirgsbildung, werden von unserem einfachen Modell natürlich nicht erfasst.

2 Konsequenzen des Modells

Wir haben nun die nötige Vorarbeit geleistet, um die Konsequenzen unseres Modells studieren zu können. Dabei werden wir einige der im Text "Erdbahn, Erdrotation Jahreszeiten und die Sonneneinstrahlung" hergeleiteten Kennzahlen für die – nun zeitabhängigen – Parameter (1.1), (1.2) und (1.3) auswerten und die Ergebnisse plotten. Der in allen Plots gezeigte Zeitraum spannt sich von 200 000 Jahren in der Vergangenheit bis 200 000 Jahre in die Zukunft.

Die erste Kenngröße betrifft die Dauer der Jahreszeiten. Abbildung 1 zeigt den Plot des

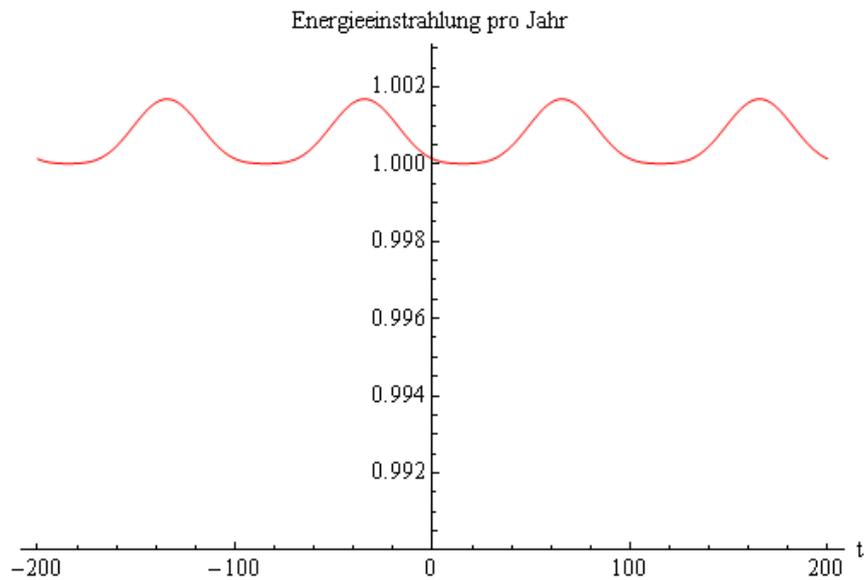


Abbildung 2: Die gesamte pro Jahr von der Sonne auf die Erde eingestrahlte Energie (wobei $2\pi K/\sqrt{a} \equiv \frac{\pi}{2}R^2P/\sqrt{GMa} = 1$ gesetzt wurde).

Anteils der Dauer des Nordsommers an der Jahreslänge

$$\frac{T_{\text{Sommer}}}{T} = \frac{\pi + 4\varepsilon \cos \alpha}{2\pi}. \quad (2.4)$$

Dabei spielen die Exzentrizität der Erdbahn und die Richtung der Eigendrehimpulsprojektion $\vec{\ell}_{\parallel}$ relativ zur Lage der Bahnellipse zusammen. Manchmal ist der Nordsommer länger als der Nordwinter, manchmal ist es genau umgekehrt. Die unterschiedliche Dauer der beiden Jahreszeiten ist zu manchen Zeiten wesentlich ausgeprägter als heute. Diese Phasen treten etwa alle 100 000 Jahre auf, rühren daher vor allem von der Schwankung der Exzentrizität ε her, während sich die kürzeren Aufs und Abs alle 21 000 Jahre wiederholen und auf die Präzession der Äquinoktien (Variation von α) zurückzuführen sind.

Wir kommen nun zu den Größen, die die Energieeinstrahlung von der Sonne auf die Erde betreffen. Abbildung 2 zeigt den Plot der gesamten pro Jahr eingestrahlenen Energie

$$\mathcal{E}_{\text{ges}} = \frac{2\pi K}{\sqrt{a(1-\varepsilon^2)}}, \quad (2.5)$$

wobei $2\pi K/\sqrt{a} \equiv \frac{\pi}{2}R^2P/\sqrt{GMa} = 1$ gesetzt wurde. Dieser Effekt ist *sehr* klein! Beachten Sie, dass der auf der Ordinate gezeigte Wertebereich äußerst schmal ist: Die relativen Variationen dieser Größe betragen nur etwa 0.5 Prozent. Die Schwankung der

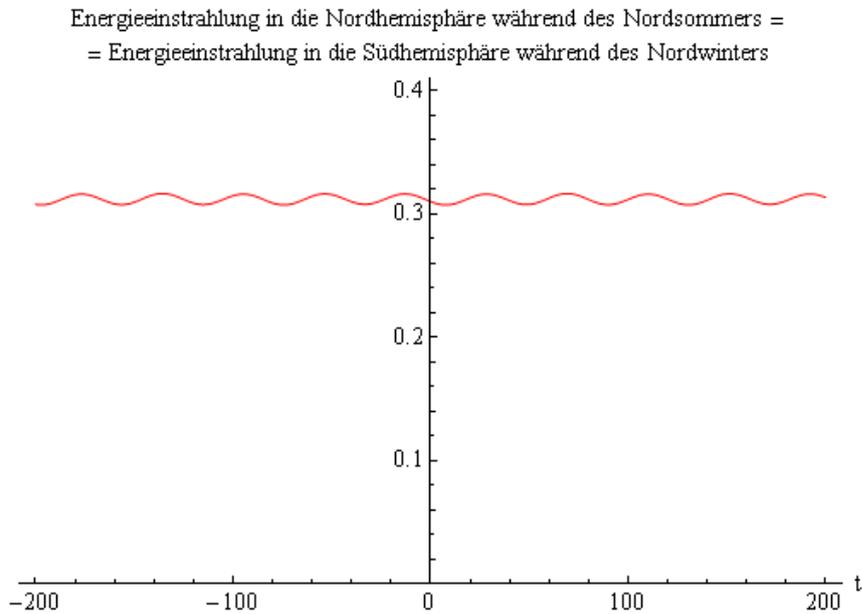


Abbildung 3: Die Energieeinstrahlung in die Nordhemisphäre während des Nordsummers, die gleich der Energieeinstrahlung in die Südhemisphäre während des Nordwinters ist (wobei $2\pi K/\sqrt{a} \equiv \frac{\pi}{2} R^2 P/\sqrt{GMa} = 1$ gesetzt wurde).

gesamten Sonneneinstrahlung alleine führt daher kaum zu nennenswerten klimatischen Veränderungen auf der Erde.

Größere Variationen der Strahlungsgrößen machen sich erst bemerkbar, wenn sie auf die Jahreszeiten eingeschränkt werden. Abbildung 3 zeigt den Strahlungseintrag in die Nordhemisphäre während des Nordsummers

$$\mathcal{E}_{N, \text{Sommer}} = \frac{(\pi + 2 \sin \theta)K}{2\sqrt{a(1 - \varepsilon^2)}}. \quad (2.6)$$

Er ist gleich dem Strahlungseintrag $\mathcal{E}_{S, \text{Winter}}$ in die Südhemisphäre während des Nordwinters. In Abbildung 4 ist der Plot des Strahlungseintrag in die Nordhemisphäre während des Nordwinters

$$\mathcal{E}_{N, \text{Winter}} = \frac{(\pi - 2 \sin \theta)K}{2\sqrt{a(1 - \varepsilon^2)}} \quad (2.7)$$

dargestellt. Er ist gleich dem Strahlungseintrag $\mathcal{E}_{S, \text{Sommer}}$ in die Südhemisphäre während des Nordsummers. In beiden Plots wurde $2\pi K/\sqrt{a} \equiv \frac{\pi}{2} R^2 P/\sqrt{GMa} = 1$ gesetzt. Die relativen Variationen der gezeigten Größen sind mit 5 Prozent erheblich größer als jene vom Plot in Abbildung 2. Die Periode der Schwankungen beträgt etwa 41 000 Jahre – sie sind daher vor allem von der Änderung der Schiefe der Ekliptik θ geprägt.

Energieeinstrahlung in die Nordhemisphäre während des Nordwinters =
 = Energieeinstrahlung in die Südhemisphäre während des Nordsommers

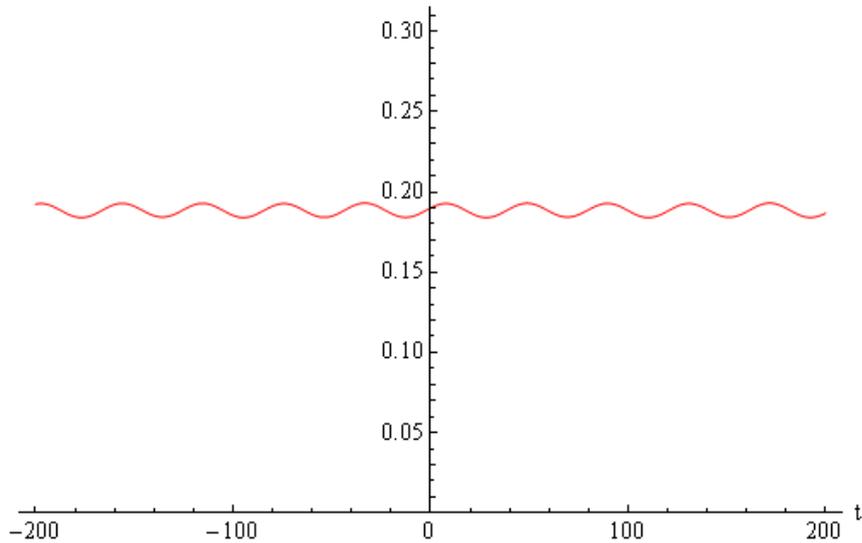


Abbildung 4: Die Energieeinstrahlung in die Nordhemisphäre während des Nordwinters, die gleich der Energieeinstrahlung in die Südhemisphäre während des Nordsommers ist (wobei $2\pi K/\sqrt{a} \equiv \frac{\pi}{2} R^2 P/\sqrt{GMa} = 1$ gesetzt wurde).

Ähnlich sieht der in Abbildung 5 wiedergegebene Plot des relativen Einstrahlungsunterschieds zwischen Nordsommer und Nordwinter für die beiden Hemisphären

$$\frac{\mathcal{E}_{N, \text{Sommer}} - \mathcal{E}_{N, \text{Winter}}}{\mathcal{E}_{N, \text{Sommer}} + \mathcal{E}_{N, \text{Winter}}} = \frac{\mathcal{E}_{S, \text{Winter}} - \mathcal{E}_{S, \text{Sommer}}}{\mathcal{E}_{S, \text{Winter}} + \mathcal{E}_{S, \text{Sommer}}} = \frac{2}{\pi} \sin \theta \quad (2.8)$$

aus. Da diese Größe immer positiv ist, empfängt jede der beiden Hemisphären in "ihrem" Sommer mehr Energie als in "ihrem" Winter. Die Variationen im Sommer-Winter-Unterschied sind auf jene der Schiefe der Ekliptik θ zurückzuführen und von der Exzentrizität ε der Erdbahn unabhängig.

Abbildung 6 schließlich zeigt den Plot des Quotienten

$$\frac{\mathcal{E}_{N, \text{Sommer}}}{T_{\text{Sommer}}} = \frac{R^2 P}{8} \frac{\pi + 2 \sin \theta}{a^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2} (\pi + 4\varepsilon \cos \alpha)}, \quad (2.9)$$

der die Energieeinstrahlung pro Zeitintervall (etwa pro Tag) während des Nordsommers auf die Nordhemisphäre darstellt und damit die "Stärke" des Sommers auf der Nordhemisphäre misst. Dabei wurde $R^2 P/(8a^2) = 1$ gesetzt. Diese Größe ist wahrscheinlich die für langfristige Klimaschwankungen aussagekräftigste. Ist der Nordsommer auf der Nordhemisphäre schwach und kann die Schneemassen, die sich während des Nordwinters

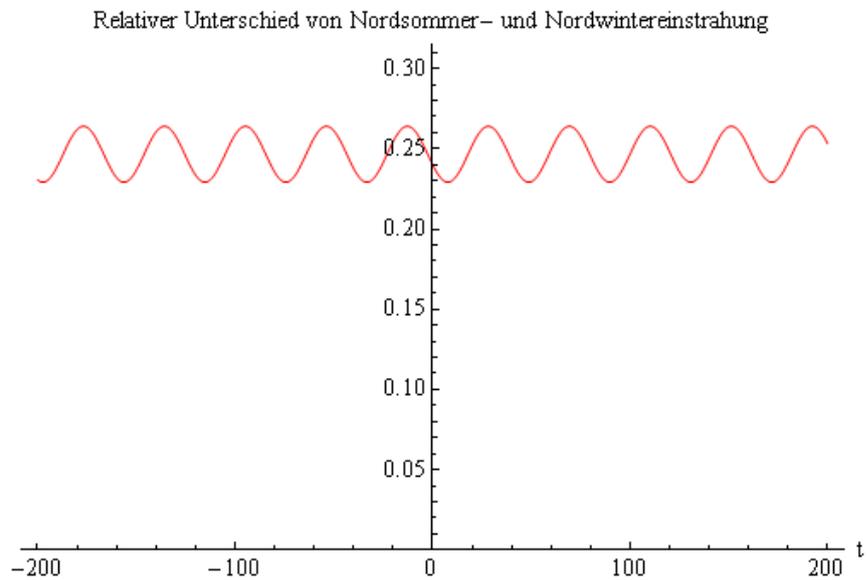


Abbildung 5: Der relative Einstrahlungsunterschied zwischen Nordsummer und Nordwinter auf eine der beiden Hemisphären. (Er ist für beide Hemisphären gleich).

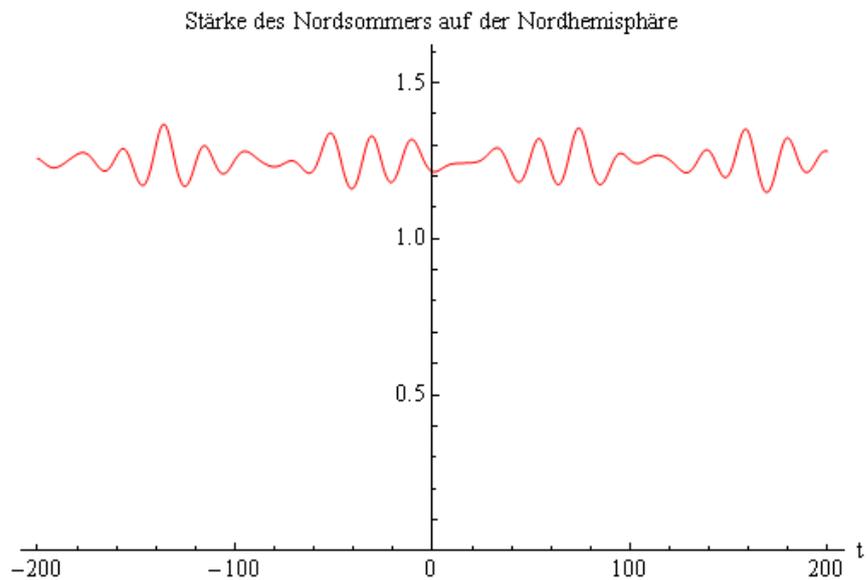


Abbildung 6: Die Stärke des Nordsummers auf der Nordhemisphäre, gemessen als eingestrahlte Energie pro Zeitintervall (wobei $R^2P/(8a^2) = 1$ gesetzt wurde).

(vor allem in höheren Lagen wie dem Hochland von Tibet) angesammelt haben, nicht schmelzen, so wird damit die Fläche, die einen erheblichen Anteil der Strahlung sofort wieder in den Weltraum reflektiert, vergrößert. Die Folge ist ein zusätzlicher Energieverlust, der die tägliche Kraft des Sommers weiter abschwächen und zu einer Zunahme der Schneeflächen, die den Sommer überdauern, führen kann. Auf diese Weise kann eine "Klimaschaukel" in Gang kommen, die die Energie, die auf der Erde zur Verfügung steht, schrittweise verringert – wodurch die Erde in eine Eiszeit eintritt. Sind hingegen die Sommer auf der Südhemisphäre schwach, so ist das weniger tragisch, da sich dort weniger Festlandmassen und damit auch weniger potentielle Schneeflächen befinden. Szenarien wie dieses werden als mögliche Mechanismen der Auslösung von Eiszeiten diskutiert. Am Plot in Abbildung 6 erkennen wir, dass schwache Sommer auf der Nordhemisphäre ungefähr alle 100 000 Jahre auftreten – in schöner Übereinstimmung mit dem Rhythmus der durch geologische Befunde gesicherten Eiszeiten der letzten 800 000 Jahre. Beachten Sie, dass die Zeitentwicklung der Größe (2.9) von *allen* veränderlichen Bahn- und Rotationsparametern abhängt. Hier kommt auch die Exzentrizität ε und ihre Schwankung voll zum Tragen: Die Zeitentwicklung von (2.9) unterscheidet sich nur deshalb von jener von (2.6), weil die Erdbahn exzentrisch ist. Auch die zeitliche Veränderung von ε ist am Zustandkommen der Kurve in Abbildung 6 wesentlich beteiligt. Erstellen Sie zum Vergleich einen Plot der Funktion (2.9) unter der Voraussetzung, dass die Exzentrizität ε konstant ist und ihren heutigen Wert hat! Auch die Schiefe der Ekliptik θ verstärkt diesen Effekt. Der Vergleich mit Abbildung 1 bzw. der Vergleich zwischen (2.9) und (2.4) zeigt, dass die Phasen mit schwachem Nordsommer gerade jene mit einem *langen* Nordsommer sind (in denen die Erde weiter von der Sonne entfernt ist als im Mittel und für jeden Tag nur wenig eingestrahlte Energie zur Verfügung steht)!

Diese Ergebnisse illustrieren die Bedeutung astronomischer Bedingungen für das Geschehen auf der Erde. Insgesamt ergibt sich ein recht kompliziertes Bild: Die Einstrahlungsunterschiede *als solche* sind nicht sehr groß, selbst wenn sie für die Jahreszeiten und die Hemisphären getrennt betrachtet werden. Klimamodelle zeigen, dass sie alleine nicht ausreichen, um als Verursacher von Eiszeiten gelten zu können. Wesentlich bei Prozessen dieser Art sind irdische Rückkopplungsmechanismen (wie das oben skizzierte Szenario der "Klimaschaukel"). Immerhin aber dürften die zyklischen Schwankungen der astronomischen Parameter die Erde von Zeit zu Zeit in den Zustand einer verstärkten *Eiszeitbereitschaft* versetzen.

Unser simples "handgestricktes" Modell besitzt den Vorteil, dass die einzelnen Berechnungs- und Argumentationsschritte auf einer relativ elementaren Ebene nachvollzogen werden können. Lediglich die langfristigen Schwankungen der Bahn- und Rotationsparameter der Erde wurden nicht hergeleitet, sondern nur beschrieben und zur Modellierung verwendet. Zum Vergleich geben wir in Abbildung 7 ein genaueres Diagramm der Milanković-Zyklen der letzten Million Jahre wieder. Sie zeigen einen größeren Zeitraum als die oben besprochenen Plots, allerdings nur in der Vergangenheit. Die Übereinstimmung mit den

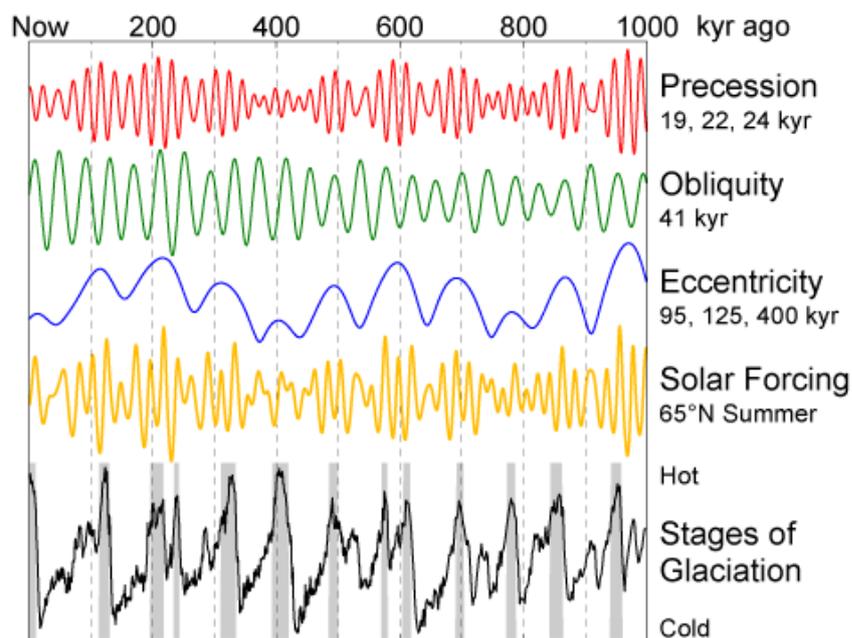


Abbildung 7: Diagramm der Milanković-Zyklen während der letzten Million Jahre (*obliquity* = Schiefe). Die vierte Kurve (gelb) zeigt die sommerliche Einstrahlung in 65° nördliche Breite. (Sie entspricht ungefähr der Größe (2.9) unseres vereinfachten Modells. Das erste Stück dieser Kurve entspricht der linken Hälfte der Kurve in Abbildung 6). Die unterste Kurve zeigt die tatsächlichen Vereisungsperioden an, die grauen Balken kennzeichnen die Warmzeiten.

Quelle: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7e/Milankovitch_Variations.png.
 Siehe auch <http://de.wikipedia.org/wiki/Milankovi%C4%87-Zyklen>.

tatsächlichen Klimaschwankungen der Vergangenheit ist ebenso frappierend wie jene mit unserem einfachen Modell!

Werden wesentlich längere Zeiträume betrachtet, so muss das bisher entwickelte Bild modifiziert werden, denn Abfolgen von Warmzeiten und Eiszeiten (Kaltzeiten) gab es nicht immer. Unsere gegenwärtiges "Eiszeitalter" dauert nun etwa knapp 3 Millionen Jahre an. In ihm wechseln sich Warmzeiten (von etwa 15 000 Jahren Dauer) mit Eiszeiten (von etwa 100 000 Jahren Dauer, wobei der typische Zyklus zu Beginn dieser Periode allerdings kürzer war) ab.⁵ Erst in der weiter zurückliegenden Geschichte der Erde treffen wir auf ähnliche Perioden. Die Gründe für diese Klimageschichte sind noch nicht geklärt. Neben Effekten wie der Veränderung der chemischen Zusammensetzung der Atmosphäre, die phasenweise generell zu höheren Temperaturen auf der Erde geführt hat (Treibhauseffekt) spielt wohl auch die sich langsam verändernde Aufteilung der Festlandmassen auf die beiden Hemisphären eine Rolle. Generell scheinen die Eiszeitalter mit der Vereisung der Pole (die nicht immer gegeben war) zusammenzuhängen.

Damit rundet sich das Bild ab, dass die Erde kein isolierter Teil des Universums, sondern ein "offenes System" ist. Die Einbeziehung der Sonne und des Mondes in die Erklärung irdischer Phänomene ist nur ein erster Schritt – tatsächlich machen auch so entfernte Himmelskörper wie der Jupiter und der Saturn ihren Einfluss geltend. Auf diese Weise versucht die moderne naturwissenschaftliche Sichtweise, die Klimageschichte der Erde und damit die Entwicklungsbedingungen für das Leben auf unserem Planeten in ihrer gesamten Bedingtheit und Geschichtlichkeit zu begreifen.

⁵Die letzte Kaltzeit (Würm) endete vor ungefähr 11 000 Jahren.