

# Kosmologie: Die Expansion des Universums

Didaktik der Astronomie  
SS 2008

Franz Embacher

Fakultät für Physik  
Universität Wien

13 Aufgaben

# Kosmologisches Prinzip, Skalenfaktor, Rotverschiebung

---

Kosmologisches Prinzip: Das Universum ist (im Großen) homogen und isotrop.

→ Expansion des Universums = gleichmäßige „Dehnung“ aller Längen (z.B. Entfernungen zwischen Galaxien) im Universum

**Skalenfaktor:**  $a(t) = \frac{\text{Entfernung zur Zeit } t}{\text{Entfernung heute}}$

**Rotverschiebung** des heute empfangenen Lichts:

$$z = \frac{\lambda_{\text{beobachtet}} - \lambda_{\text{emittiert}}}{\lambda_{\text{emittiert}}}$$

**Zusammenhang** der Rotverschiebung mit dem Skalenfaktor zur Zeit der Lichtaussendung:

$$a = \frac{1}{1 + z}$$

# Standardmodell der Kosmologie

---

Aus den Grundgleichungen der Kosmologie folgt:

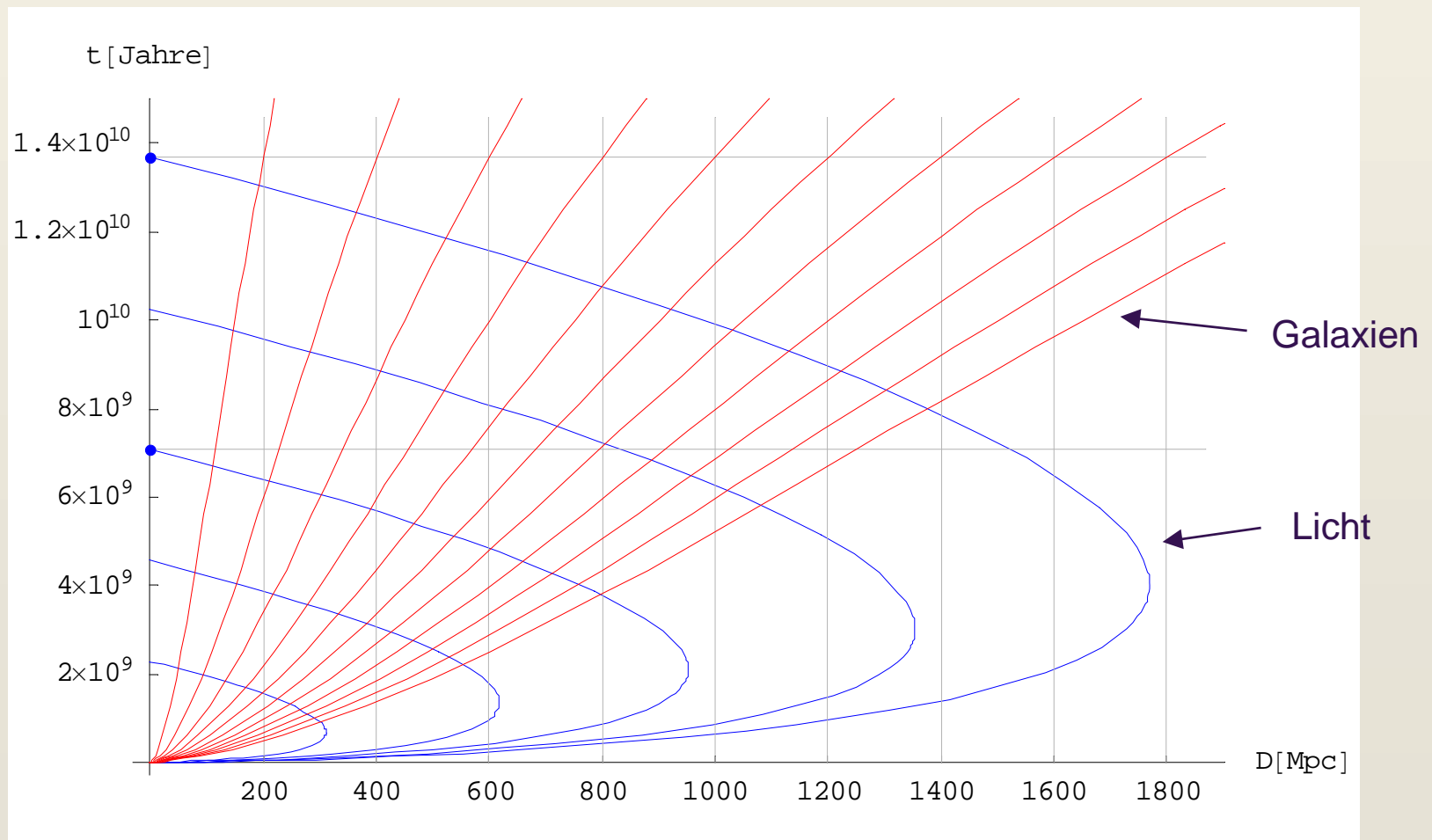
- Materie und Strahlung *bremsen* die Expansion des Universums.
- Eine nichtverschwindende Energiedichte des Vakuums *beschleunigt* die Expansion des Universums!

Das moderne Standardmodell der Kosmologie:

- Das Vakuum besitzt eine nichtverschwindende (positive) Energiedichte (**dunkle Energie**, kosmologische Konstante).
- Die Energiedichte des Vakuums beträgt (heute) etwa 73% der gesamten Energiedichte des Universums. Das heutige Universum ist *vakuumdominiert* und **expandiert beschleunigt**.

# Raumzeit-Diagramm

Raumzeit-Diagramm des Standardmodells der Kosmologie:



# Aufgaben 1 - 3

---

1. Welche Entfernung hatte (gemäß dem Standardmodell) eine Galaxie, die heute **800 Mpc** von uns entfernt ist, **vor zehn Milliarden Jahren**? Zu welcher Zeit war diese Galaxie **600 Mpc** von uns entfernt?
2. Bestimmen Sie mit Hilfe des Raumzeit-Diagramms die Werte  **$a(2 \times 10^9 \text{ Jahre})$**  und  **$a(1.2 \times 10^{10} \text{ Jahre})$**  des Skalenfaktors!
3. Das **Hubble-Gesetz** lautet:  $v_0 = H_0 D_0$ , wobei
  - $D_0$  = (heutige) Entfernung einer Galaxie,
  - $v_0$  = (heutige) Fluchtgeschwindigkeit dieser Galaxie
  - = (heutige) zeitliche Änderungsrate der Entfernung,
  - $H_0$  = Hubble-Konstante.

Bestimmen Sie  $H_0$  näherungsweise durch Vermessungen am Raumzeit-Diagramm! Geben Sie diese Größe in Einheiten  **$(\text{km/s})/\text{Mpc}$**  an! Wie könnte man SchülerInnen nahe bringen, was „ $(\text{km/s})/\text{Mpc}$ “ bedeutet?



## Aufgaben 4 - 7

---

4. Wie groß ist nach dem Hubble-Gesetz die (heutige) Fluchtgeschwindigkeit einer Galaxie, die (heute) **400 Mpc** von uns entfernt ist?
5. Die **Andromeda-Galaxie** (Entfernung ca. 2.2 Millionen Lichtjahre) bewegt sich *auf die Milchstraße zu*, nicht von ihr weg (und zwar mit einer Geschwindigkeit von etwa 270 km/s)! Steht das im Widerspruch zum Hubble-Gesetz?
6. Wie schnell müsste sich das **Sonnensystem** ausdehnen, wenn für es das Hubble-Gesetz gelten würde? Warum tut es das nicht?
7. Wie groß ist nach dem Hubble-Gesetz die (heutige) Fluchtgeschwindigkeit einer Galaxie, die (heute) **10 000 Mpc** von uns entfernt ist? Sie ist *größer* als die Lichtgeschwindigkeit! Wie ist das möglich? Steht das im Widerspruch zur Relativitätstheorie?

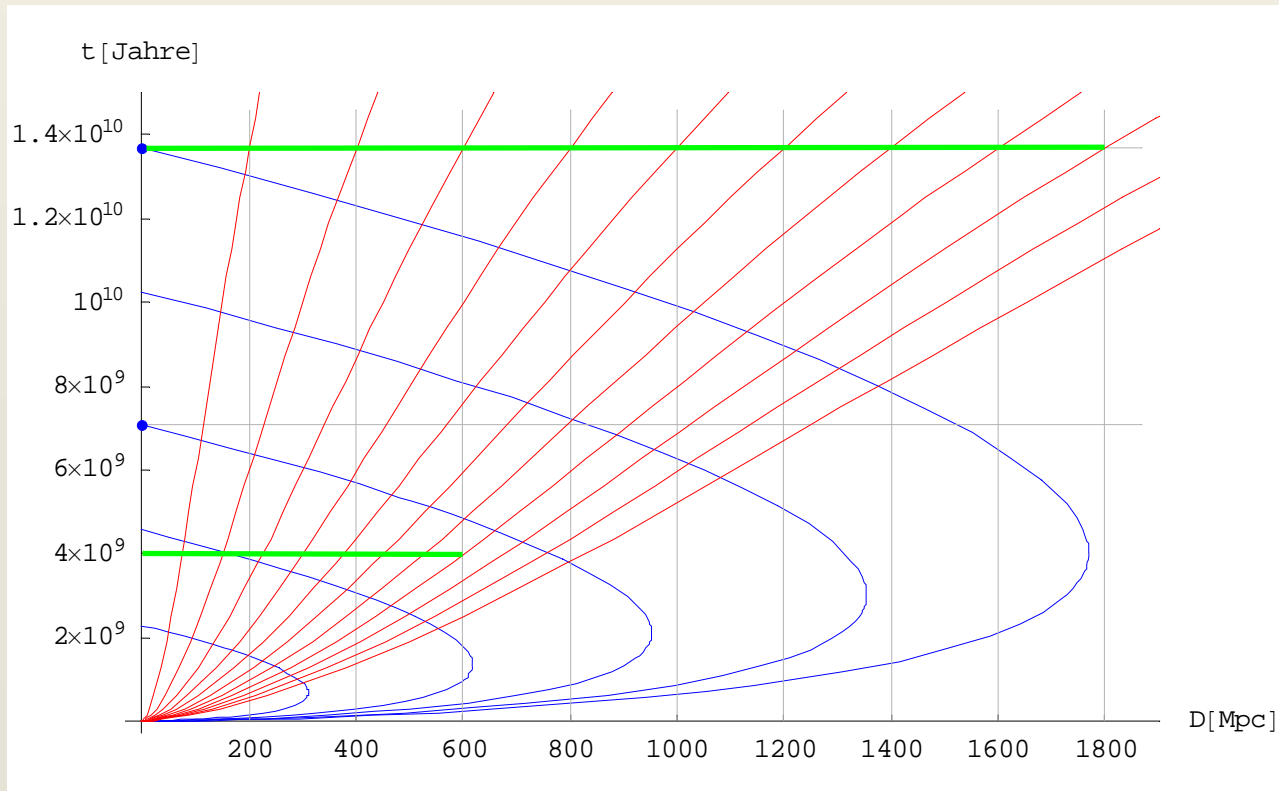
## Aufgaben 8 - 10

---

8. Warum lässt sich das Hubble-Gesetz  $v_0 = H_0 D_0$  **nicht direkt** durch Beobachtungen überprüfen?
9. Beschreiben Sie die **Reise eines Photons**, das 2 Milliarden Jahre nach dem Urknall ausgesandt wurde und heute von uns beobachtet wird! Finden Sie seine „Weltlinie“ im Raumzeit-Diagramm! Wie änderte sich seine Entfernung zur Milchstraße im Laufe der Zeit? Wie passt Ihr Befund mit der „Konstanz der Lichtgeschwindigkeit“ zusammen? Besteht hier ein Widerspruch zur Relativitätstheorie?
10. „**Wie weit**“ können wir *heute* maximal ins Universum hinausblicken? Was stellen Sie sich unter dem Begriff „**sichtbares Universum**“ vor? (Gibt es auch ein „unsichtbares Universum“?) Was könnte mit dem Begriff „kosmologischer Ereignishorizont“ gemeint sein? Was könnte man gemäß dem Standardmodell auf die Frage, „**wie groß**“ das Universum sei, antworten?

## Tipp zu Aufgabe 2

- Beachten Sie bei der Ermittlung des Skalenfaktors, dass dieser lediglich von der Zeit abhängt. Er kann anhand der zeitlichen Entwicklung der Entfernung einer *beliebigen* Galaxie bestimmt werden! Beispielsweise ist der Skalenfaktor zur Zeit  $t = 4 \times 10^9$  Jahre der Quotient der beiden hier grün hervorgehobenen Längen:





# Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation

---

Die **Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation** ist der Zusammenhang zwischen

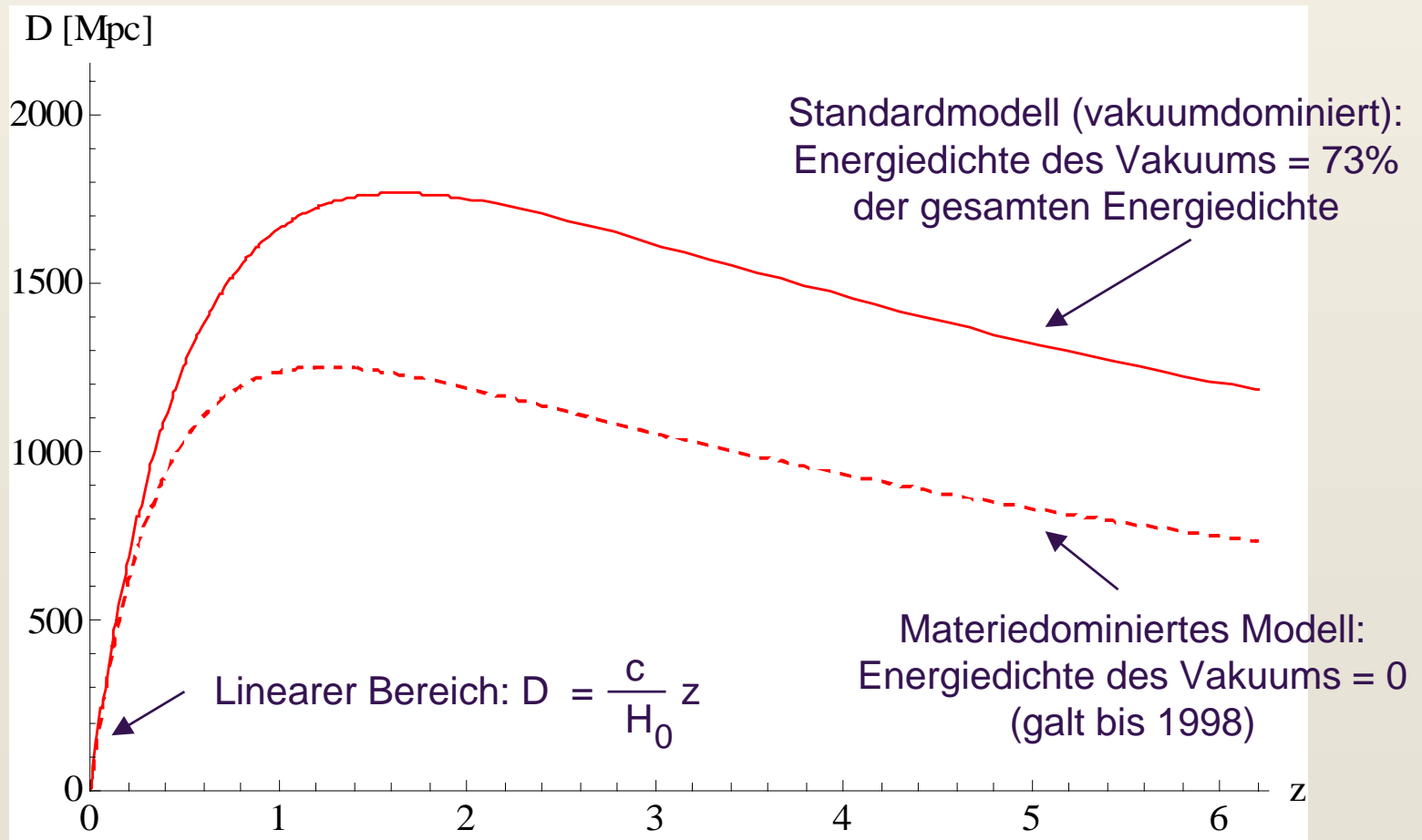
- der Rotverschiebung  $z$  des **heute** empfangenen Lichts und
- der Entfernung  $D$  der Galaxie, von der es stammt, **zum Zeitpunkt der Lichtaussendung**.

Beide Größen sind **beobachtbar**:

- $z$  ... direkt durch Analyse des beobachteten Spektrums
- $D$  ... indirekt, falls das Licht von einem Prozess stammt, dessen absolute Helligkeit bekannt ist (einer so genannten „Standardkerze“). Besonders wichtige (näherungsweise) Standardkerzen sind Supernovae vom Typ Ia.

# Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation

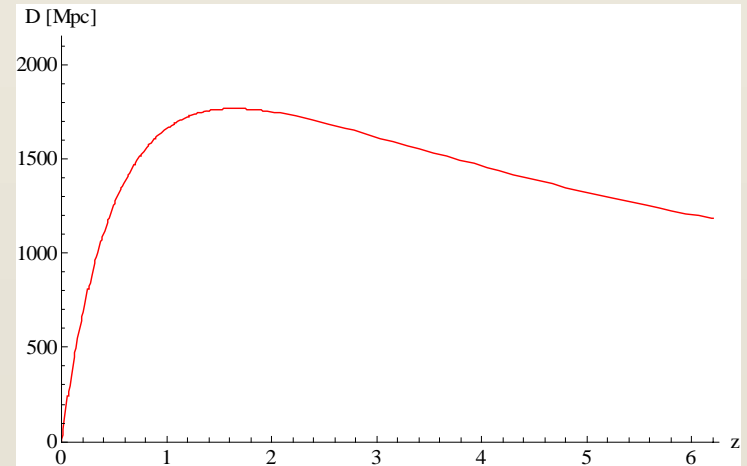
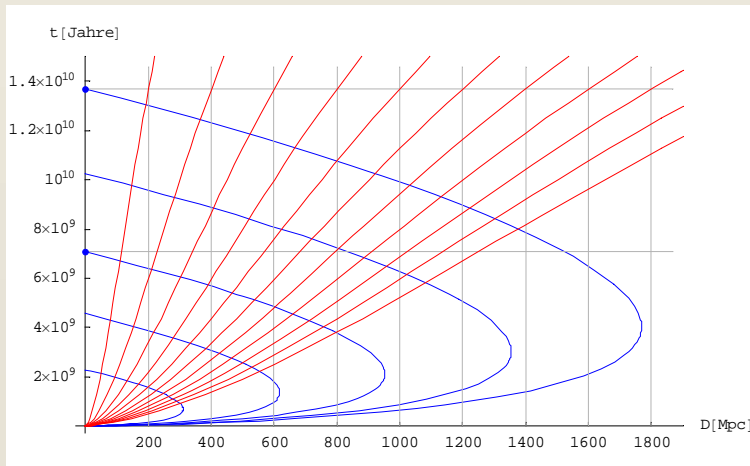
Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation in zwei Weltmodellen:



# Aufgabe 11

---

- Konstruieren Sie (auf einem Blatt Papier) aus dem angegebenen **Raumzeitdiagramm** des kosmologischen Standardmodells die entsprechende **Rotverschiebungs-Entfernungs-Relation!**



## Aufgabe 12

---

12. Führen Sie eine Internet-Recherche durch:

Wie kommt eine **Supernova vom Typ Ia** zustande?

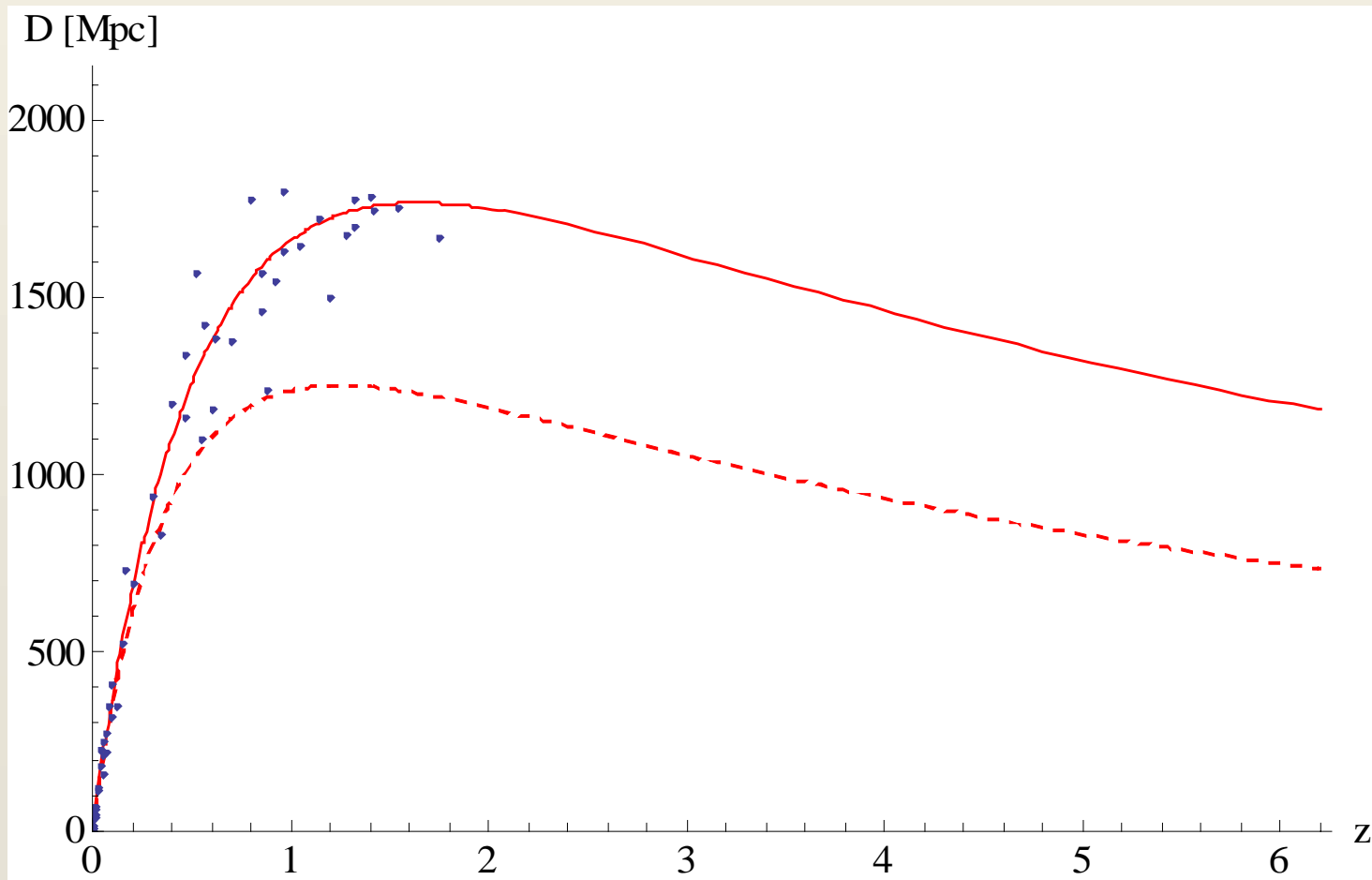
Wieso können Supernovae dieses Typs

(näherungsweise) als „Standardkerzen“ angesehen werden?

# Supernova-Daten

---

Vergleich mit Supernova-Daten (seit 1998):



## Zur Abrundung: Aufgabe 13

---

13. Beschreiben Sie die Größe räumlicher Strukturen im Universum und seine zeitliche Entwicklung „maßstabsgetreu verkleinert“, indem Sie

$$1 \text{ Mpc} (= 3.2615 \times 10^6 \text{ Lichtjahre} = 3.0857 \times 10^{22} \text{ m}) \\ = 1 \text{ mm}$$

$$\text{Alter des Universums} = 1 \text{ Tag}$$

setzen! Falls Sie dazu weitere Informationen benötigen, besorgen Sie sich diese aus der Literatur oder aus dem Web! (Geben Sie diese Quellen ebenfalls an!)



## Nachbemerkungen

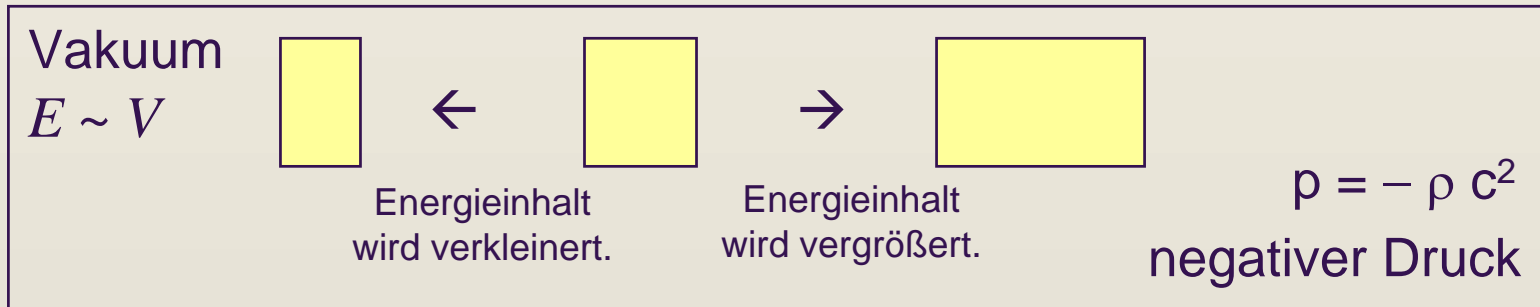
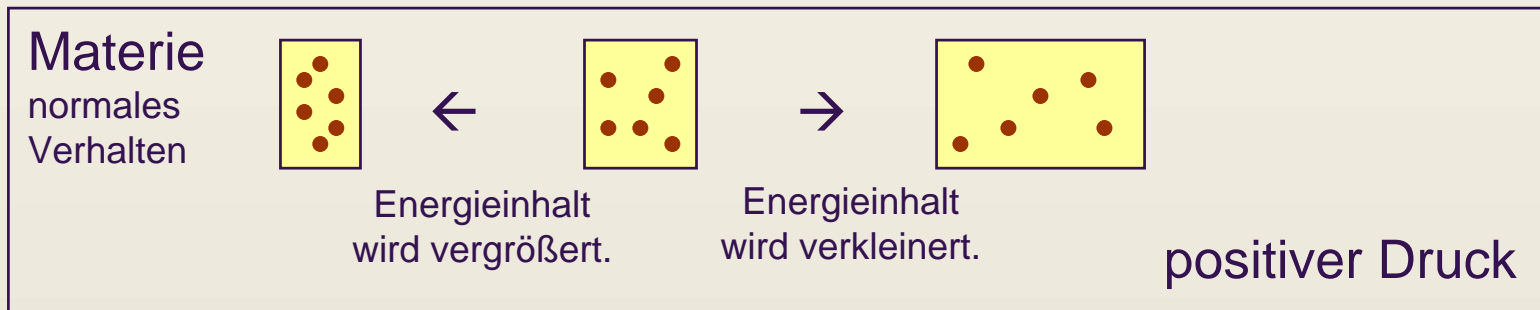
---

- Das Standardmodell wird durch *weitere* Beobachtungen und theoretische Überlegungen gestützt:
  - Großräumige Galaxienverteilung
  - Häufigkeitsverteilung der leichten Elemente im Universum
  - Anisotropie der kosmischen Hintergrundstrahlung

# Zur Energiedichte des Vakuums

Wieso wirkt die Energiedichte des Vakuums *beschleunigend* auf die Expansion?

1. Hs d. Thermodyn. f. abg. System:  $\Delta E + p \Delta V = 0$



Eine der Grundgleichungen der Kosmologie lautet

$$\frac{\ddot{a}}{a} = - \frac{4 \pi G}{3} \left( \rho + \frac{3 p}{c^2} \right)$$

Vorzeichen!

# Übersicht: Der Energieinhalt des Universums

---

Energieinhalt des Universums nach dem modernen Standardmodell:

- 73% dunkle Energie
- 27% Materie und Strahlung:
  - 23% dunkle Materie
  - 4% gewöhnliche (baryonische) Materie:
    - 0.5% leuchtend
    - 3.5% nicht leuchtend
  - 0.3% Neutrinos
  - 0.005% Photonen (Hintergrundstrahlung)

# Diese Präsentation...

---

gibt's im Web unter

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Rel/DidaktikAstronomie/ss2008/>