Mengen

$$\{\mathbf{3}, \mathbf{5}\} = \{\mathbf{5}, \mathbf{3}\}$$

$$\{\mathbf{3}, \mathbf{5}, \mathbf{8}\} = \{\mathbf{5}, \mathbf{8}, \mathbf{3}\}$$

$$\{\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{8}\} = \{\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{8}, \mathbf{5}\}$$

Geordnetes Paar

$$(\mathbf{3}, \mathbf{5}) \neq (\mathbf{5}, \mathbf{3})$$

Tripel

$$(\mathbf{3}, \mathbf{5}, \mathbf{8}) \neq (\mathbf{5}, \mathbf{8}, \mathbf{3})$$

Quadrupel

$$(\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{8}) \neq (\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{8}, \mathbf{5})$$

Kartesisches Produkt

$$\boldsymbol{U} \times \boldsymbol{V} := \{(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) : (\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{U}) \wedge (\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{V})\}$$

$$:= \{\boldsymbol{w} : \exists \boldsymbol{u} \in \boldsymbol{U}\ (\exists \boldsymbol{v} \in \boldsymbol{V}\ (\boldsymbol{w} = (\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})))\}$$

Beispiele

$$\{\mathbf{0}\} \times \{\mathbf{3}, \mathbf{5}\} = \{(\mathbf{0}, \mathbf{3}), (\mathbf{0}, \mathbf{5})\}$$

$$\{\mathbf{0}, \mathbf{4}\} \times \{\mathbf{3}, \mathbf{5}\} = \{(\mathbf{0}, \mathbf{3}), (\mathbf{0}, \mathbf{5}), (\mathbf{4}, \mathbf{3}), (\mathbf{4}, \mathbf{5})\}$$

$$\{\mathbf{0}, \mathbf{4}\} \times \{\mathbf{3}, \mathbf{5}, \mathbf{8}\} = \{(\mathbf{0}, \mathbf{3}), (\mathbf{0}, \mathbf{5}), (\mathbf{0}, \mathbf{8}),$$
$$(\mathbf{4}, \mathbf{3}), (\mathbf{4}, \mathbf{5}), (\mathbf{4}, \mathbf{8})\}$$

Relation

r ist eine Relation zwischen U und V $:\Leftrightarrow$ $r \sqsubseteq U \times V$.

Beispiel:

$r = \{(3,0), (3,4), (5,4)\}$ ist eine Relation zwischen $\{3,5\}$ und $\{0,4\}$, aber beispielsweise auch eine Relation zwischen $\{3,4,5\}$ und $\{0,2,4\}$ oder zwischen $\mathbb{N}$ und $\mathbb{N}$.

Darstellung von r im Pfeildiagramm:

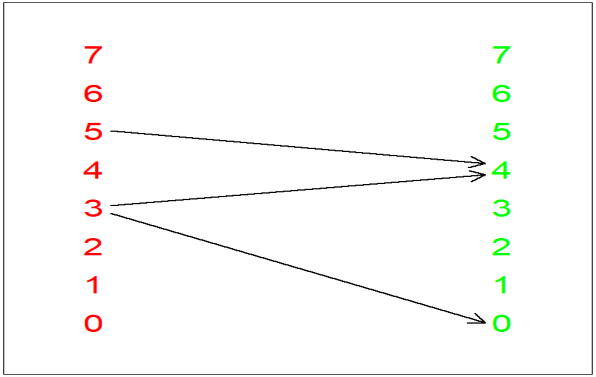


Bild von M unter der Relation r:

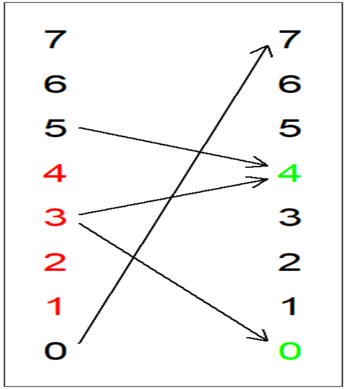
$$r(M) := \{v\colon \exists u \in M\ ((u,v) \in r)\}$$

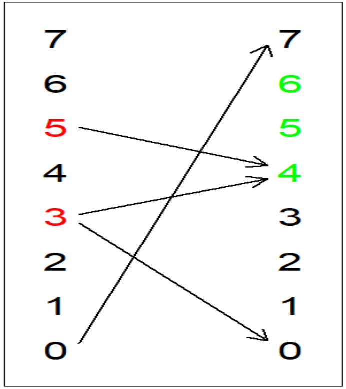
Urbild von z unter der Relation r:

$$r^{-1}(z) := \{u\colon \exists v \in M\ ((u,v) \in r)\}$$

Beispiel: $r = \{(3,0), (3,4), (5,4), (0,7)\}$

$r(\{1,2,3,4\} = \{0,4\}$ $\qquad$ $r^{-1}(\{4,5,6\} = \{3,5\}$





Funktion

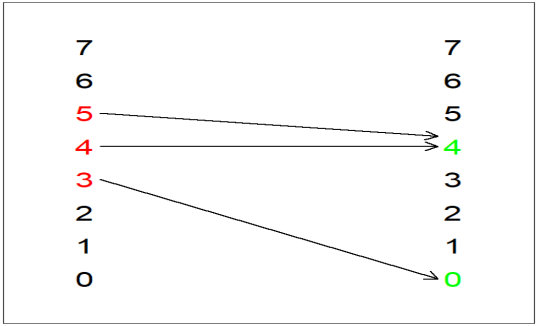
f ist eine Funktion von U nach V (kurz: $f : U \to V$)

$$:\Longleftrightarrow \text{(i)} \quad f \sqsubseteq U \times V$$

$$\text{(ii)} \quad \forall u \in U\ (|f(\{u\})| = 1)$$

Beispiele:

$r = \{(3,0), (4,4), (5,4)\}$ ist eine Funktion von $\{3,4,5\}$ nach $\{0,4\}$, aber beispielsweise auch eine Funktion von $\{3,4,5\}$ nach $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$.



$r = \{(3,0), (3,4), (5,4)\}$ ist keine Funktion von $\{3,4,5\}$ nach $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$, weil nicht alle drei Bilder $f(\{3\})$, $f(\{4\})$ und $f(\{5\})$ einelementige Mengen sind.

$$|f(\{3\})| = |\{0,4\}| = 2 \neq 1$$

$$|f(\{4\})| = |\{\,\}| = 0 \neq 1$$

$$|f(\{5\})| = |\{4\}| = 1$$