

## Definitionen (bzw. Abkürzungen)

### *Mengen*

Leere Menge:  $\emptyset := \{ \}$

Menge der natürlichen Zahlen:  $\mathbb{N} := \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

### *Prädikate*

Teilmengenbeziehung:

$$U \subseteq V \quad :\Leftrightarrow \quad \forall w (w \in U \Rightarrow w \in V)$$

Gleichheitsbeziehung:

$$U = V \quad :\Leftrightarrow \quad U \subseteq V \wedge V \subseteq U$$

### *Negationen*

$$U \not\subseteq V \quad :\Leftrightarrow \quad \neg(U \subseteq V)$$

$$U \neq V \quad :\Leftrightarrow \quad \neg(U = V)$$

$$u \notin U \quad :\Leftrightarrow \quad \neg(u \in U)$$

### **Beispiele**

$$3 \in \{3, 5, 9\}$$

$$\{3, 5, 9\} \in \{\emptyset, \{4, 5\}, \{3, 5, 9\}\}$$

$$\{3, 5, 9\} \subseteq \mathbb{N}$$

$$\{3, 5, 9\} \not\subseteq \{\emptyset, \{4, 5\}, \{3, 5, 9\}\}$$

## Durchschnittsmenge

$$U \cap V = \{w: (w \in U) \wedge (w \in V)\}$$

Beispiele:

$$\{0, 3, 8, 9\} \cap \{3, 5, 9\} = \{3, 9\}$$

$$\{0, 4, 8\} \cap \{3, 5, 7, 9\} = \{\}$$

Analog:

$$\{0, 3, 4\} \cap \{3, 4, 5, 7\} \cap \{0, 4\} = \{4\}$$

## Vereinigungsmenge

$$U \cup V = \{w: (w \in U) \vee (w \in V)\}$$

Beispiele:

$$\{0, 3, 8, 9\} \cup \{3, 5, 9\} = \{0, 3, 5, 8, 9\}$$

$$\{0, 4, 8\} \cup \{3, 5, 7, 9\} = \{0, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$$

Analog:

$$\{0, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5, 7\} \cup \{0, 4\} = \{0, 3, 4, 5, 7\}$$

## Differenzmenge

$$U - V = \{w: (w \in U) \wedge (w \notin V)\}$$

Beispiele:

$$\{1, 2, 3, 4\} - \{2, 4, 8\} = \{1, 3\}$$

$$\{1, 3, 5\} - \{0, 4, 8\} = \{1, 3, 5\}$$

$$\{1, 3, 5\} - \emptyset = \{1, 3, 5\}$$

## Potenzmenge

$$\mathcal{P}(U) = \{V: V \subseteq U\}$$

Beispiele:

$$\mathcal{P}(\{0, 3\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{3\}, \{0, 3\}\}$$

$$\mathcal{P}(\{3\}) = \{\emptyset, \{3\}\}$$

$$\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$$

$$\mathcal{P}(\{3, 4, 5\})$$

$$= \{\emptyset, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{4, 5\}, \{3, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 4, 5\}\}$$

## Übungsbeispiele

$$M = (\{5, 9\} \cup \{6, 5, 4, 9\}) - \{5, 6, 8, 7, 3\}$$

$$= \{5, 9, 6, 4\} - \{5, 6, 8, 7, 3\}$$

$$= \{9, 4\}$$

Die Menge M hat 2 Elemente:

$$|M| = |\{9, 4\}| = 2$$

$$|(\{4, 3, 9, 5\} - \{3, 0\}) \cup \{4, 7, 0\}|$$

$$= |\{4, 9, 5\} \cup \{4, 7, 0\}|$$

$$= |\{4, 9, 5, 7, 0\}|$$

$$= 5$$