

**Gewöhnliche Differentialgleichungen, SS 21,
Übungsblatt für die Woche ab 21.6.21**

1. Man minimiere das Funktional

$$I[u] := \int_1^2 (t^2 u'(t)^2 + 2u(t)^2) dt$$

über alle Funktionen, die die Randbedingungen $u(1) = 0$, $u(2) = 1$ erfüllen.

2. Man zeige, dass es in Beispiel 1. höchstens eine Lösung gibt.

3. Man minimiere das Funktional

$$I[u] := \int_{\varepsilon}^1 (t^2 u'(t)^2 + 2u(t)^2) dt, \quad 0 < \varepsilon < 1,$$

über alle Funktionen, die die Randbedingungen $u(\varepsilon) = u_0$, $u(1) = u_1$ erfüllen und diskutiere den Grenzübergang $\varepsilon \rightarrow 0$.

4. Wie Beispiel 3. mit

$$I[u] := \int_0^1 ((t + \varepsilon)^2 u'(t)^2 + 2u(t)^2) dt, \quad 0 < \varepsilon,$$

und $u(0) = u_0$, $u(1) = u_1$.