Korrekturen im Skriptum

3 Lineare Programmierung

S.41, *modifiziertes Simplextableau:*

(Mit dem Anwachsen von x_j fällt der Wert von der in der i-ten Zeile stehenden Basisvariable im Verhältnis $1 : a^*_{ij}$, bzw. steigt im Verhältnis $1 : |a^*_{ij}|$, falls $a^*_{ij} < 0, \ldots$)

S. 44: Beschränkungsmatrix:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

S. 46:

Im ersten Satz und in der zweiten Definition auf dieser Seite sollte die Menge K durch die Menge L ersetzt werden:

Satz Ist $\mathbf{x}$ ein Extremalpunkt der Menge L, so hat $\mathbf{x}$ höchstens m positive Komponenten. Die übrigen $n - m$ Komponenten sind 0.

Definition Jedem Extremalpunkt $\mathbf{x}$ der Menge L kann man ein System unabhängiger Spaltenvektoren $\mathbf{a}_j$ der Matrix A zuordnen, sodass gilt

$$\sum_{j \in J} x_j \mathbf{a}_j = \mathbf{b}.$$

(J = Indexmenge dieser Spaltenvektoren)

Ein solches System von Vektoren heißt *Basis* des Extremalpunkts.

S.46:

Ausgangstableau:

Basis	Lösung	$\mathbf{x}'$	$\mathbf{y}'$	Z
$\mathbf{y}$	$\mathbf{b}$	A_1	I	$\mathbf{0}$
Z	0	$-\mathbf{c}'$	$\mathbf{0}'$	1

(In der Zielfunktionszeile steht der Nullvektor als Zeilenvektor ($\mathbf{0}'$ statt $\mathbf{0}$).)

S.50/51, *Ökonomische Interpretation des dualen Problems*:

Auch aus der Darstellung des ZFwerts $Z_D = \sum_{i=1}^{m} b_i w_i$ (= optimaler Gesamtgewinn bzw. Gesamtdeckungsbeitrag) wird unmittelbar klar, dass w_i als *Gewinnbeitrag pro ME von Ressource (Produktionsfaktor)* R_i interpretiert werden kann.

Da pro produzierter ME von Produkt P_j in der primalen Lösung a_{ij} ME von R_i verbraucht werden, wird $\sum_{i=1}^{m} a_{ij}w_i$ als der ~~Wert~~ Gewinnbeitrag derjenigen Ressourcen, die für die Produktion einer ME P_j $(j = 1, \ldots, n)$ verbraucht werden, interpretiert.

Die Nebenbedingung des Duals $\sum_{i=1}^{m} a_{ij}w_i \geq c_j$ besagt, dass der ~~Wert~~ Gewinnbeitrag der für die Produktion von einer ME P_j verbrauchten Ressourcen mindestens so groß sein muss, wie der DB dieses Produkts, sonst würden diese Ressourcen nicht in der besten Verwendung eingesetzt.

S.58, Fall 3(b): *Änderung der Koeffizienten einer BV*

Berechne die neue Spalte im Endtableau

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{a}}_k^* &= B^{-1}\bar{\mathbf{a}}_k \\ \bar{c}_k^* &= -\bar{c}_k + \mathbf{c}'_B B^{-1}\bar{\mathbf{a}}_k \end{aligned}$$

und die Koeffizienten in der ZF-Zeile der NBV (jene der BV bleiben 0)

$$\bar{c}_j^* = -c_j + \mathbf{c}'_B B^{-1}\bar{A}_1$$

(nachdem $\bar{\mathbf{a}}_k^*$ berechnet wurde, kann $B^{-1}\bar{A}_1$ aus dem oberen Teil des modifizierten Tableaus abgelesen werden). Bringe anschließend mittels elementarer Zeilenoperationen das Tableau in kanonische Form.

3.10 Übungsaufgaben

Aufgabe 11:

Does the model meet the ~~four~~ assumptions on LP outlined in section 3.1?

Aufgabe 25:

Zeigen Sie, dass es zu einem zyklischen Austausch der Basisvariablen kommt, wenn man die Regel, dass das Pivotelement positiv sein muss, verletzt.

Aufgabe 33(c):

Lösen Sie das Problem und beurteilen Sie, ob ~~(bzw. wann)~~ Degeneration vorliegt.

4 Nichtlineare Programmierung

S. 81, Abbildung:

$$\underset{(1-\lambda)(x_2-x_1)}{\longleftrightarrow}$$

(statt: $(1-x)(x_2-x_1)$)

S. 87:

Definition Sind im Minimumproblem f und g konvexe Funktionen bzw. im Maximumproblem f und g_i $(i = 1, \ldots, m)$ konkave Funktionen, dann heißt (2) *konvexes Programm.*

Anhang

S.113:

a_{12}, a_{22} statt $a12$, $a22$:

$$= -a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{22} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{32} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{42} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \end{vmatrix}$$

S. 110, 114, 121: http://statistik.wu-wien.ac.at/∼leydold/MOK/HTML/

Ergänzungen

Kap. 3.4 „Sonderfälle beim Simplexverfahren“:

1. *Degeneration:* Man spricht auch von Entartung.
   (a) Die Lösung ist dual degeneriert.

Kap. 3.7.1 „Die duale Simplexmethode“:

Ist die Lösung des Primals degeneriert, so ist die Lösung des Duals i.A. nicht eindeutig. Mittels dualer Simplexmethode kann man die weitere(n) Basislösung(en) des Duals ermitteln.

(Siehe Übungsaufgabe 44.)

S. 52, Tabelle „Dualität im allgemeinen Fall“:

	Primal	Dual
Schlupfvariablen	$\mathbf{y}$	$\mathbf{u}$
reduzierte Kosten	$\mathbf{u}$	$\mathbf{y}$

Literatur zur Linearen Programmierung (S.59):

Die Beschreibung der Verfahren, Ausführungen zur Theorie des Simplexverfahrens und Interpretation der Simplextableaus erfolgten großteils in Anlehnung an [K]. Für die Interpretation des dualen Programms siehe [HL].

3.10 Übungsaufgaben

Aufgabe 28:

$$x_i \geq 0 \qquad i = 1, \ldots, 4$$

Aufgabe 34:

x_6 bezeichnet die Schlupfvariable der ersten Nebenbedingung.
Beachten Sie die Reihenfolge der Basisvariablen!

4.7 Übungsaufgaben

Aufgabe 70:

Hint: Differentiate the following cases: (1) $x_1 = x_2 = 0$, (2) $x_1 = \lambda = 0$, (3) $x_2 = \lambda = 0$, (4) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \lambda = 0$, (5) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0$. Show that (1), (2), (3) never fulfill the Kuhn-Tucker conditions, (4) and (5) fulfill the Kuhn-Tucker conditions if $\theta \geq 0$ and $\theta \leq 0$, respectively. Graph contour lines of f and the restrictions for the following cases: $\theta < 0$, $\theta > 0$, and $\theta = 0$.