Korrekturen und Ergänzungen im Skriptum vom September 2005

Bemerkungen zu den Korrekturen und Ergänzungen sind im Schriftsatz `typeset` verfasst.

Kapitel 2: Entscheidung unter Risiko

S. 7, Punkt 3, `Ergänzung:` (Bildung von Wahrscheilichkeitsurteilen)

S. 12, letzter Absatz vor Abschnitt „Übungsaufgaben“:

Sind X und Y unabhängig und existieren ihre Erwartungswerte, dann sind X und Y *unkorreliert*, d.h. $\operatorname{Cov}(X,Y) = 0$ bzw. $E(XY) = (EX)(EY)$ (die Umkehrung gilt im Allgemeinen nicht). Es gilt dann $\operatorname{Var}(X+Y) = \operatorname{Var} X + \operatorname{Var} Y$.

S. 13, Aufgabe 8, `Korrektur`:

Behandeln Sie die Personenzahl als kontinuierliche Variable (warum ist das hier sinnvoll?) und zeichnen Sie die Dichtefunktion dieser Verteilung.

S. 13, Aufgabe 12:

... zeigen Sie für jene Paare von Zufallsvariablen, zwischen denen ein linearer Zusammenhang besteht, dass die Formel $\operatorname{Cov}(aX+c, bY+d) = ab \operatorname{Cov}(X,Y)$ gilt.

Überprüfen Sie (für alle Paare), ob $E(XY) = (EX)(EY)$ (bzw. $E(Y_iY_j) = (EY_i)(EY_j)$, $i \neq j$) gilt. ~~Welche Zufallsvariablen sind unabhängig?~~

S. 21, Aufgabe 18: (vgl. Aufgabe 121 `jetzt: 126`)

S. 21, Aufgabe 19: Ändern Sie im Beispiel von Abschnitt 2.2.2 (S. 16) die Auszahlungen von Alternative A_2 zu: 50, 85, 20 (statt 15, 85, 40).

S. 26, Aufgabe 23: Die Punkte (a) und (b) wurden im aktuellen Skriptum vertauscht.

S. 26, Aufgabe 24: Zeigen Sie, dass für $\tilde{u}(x) = \alpha + \beta u(x)$, $\beta > 0$ gilt:

$$E[u(A)] > E[u(B)] \quad \Leftrightarrow \quad E[\tilde{u}(A)] > E[\tilde{u}(B)].$$

S. 29, `Ergänzung zum ersten Absatz:` Für eine ausführlichere Diskussion siehe z.B. Sorger, *Entscheidungstheorie bei Unsicherheit: Grundlagen und Anwendungen*, 2000.

S. 30, Aufgabe 26, `ergänzender Hinweis:` Verwenden Sie die Beziehung $\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$, siehe S. 11.

`ergänzende Fußnote:` Man spezifiziert diese Präferenzfunktion meist als $\Phi = \mu - \frac{a}{2}(\mu^2 + \sigma^2)$, vgl. Beispiel (2) in Abschnitt 2.6, S. 35.

Aufgabe 31(b) (S. 36): `ergänzen Sie` $x > 0$

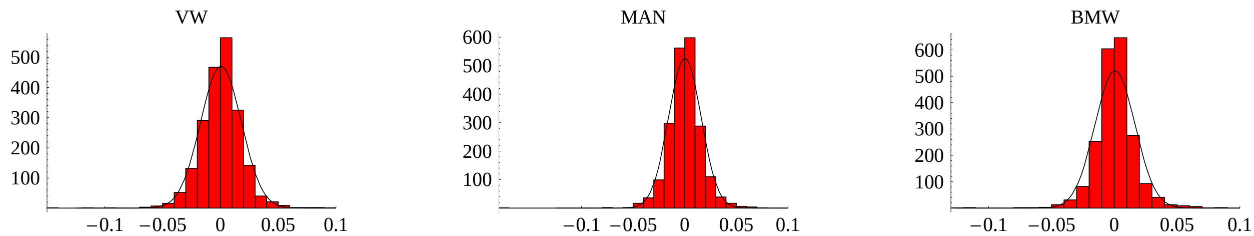
S. 41/42, Aufgabe 35:

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	0	0	0	0	0
A_2	-1	-1	0	1	1
A_3	-1.4	0	0	0	1.4
A_4	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2
A_5	-3	0	0	0	3

$$u_2(x) = 40x - x^2$$

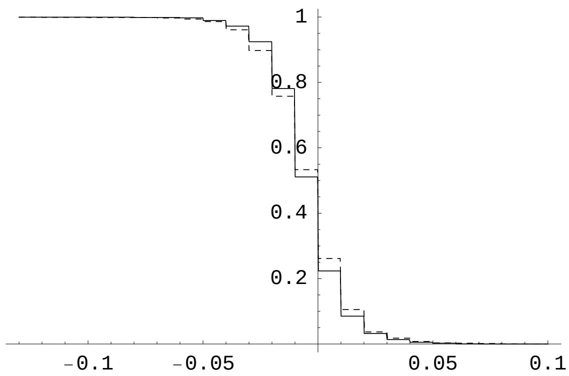
Kap. 2.8 (S. 43–45):

korrigierte Histogramme der Renditen:

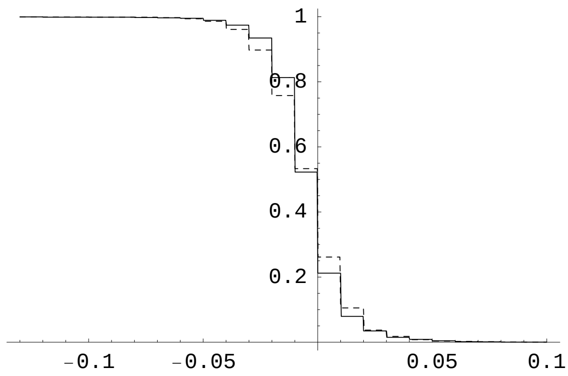


korrigierte Risikoprofile der Renditen:

MAN, VW (strichliert):



BMW, VW (strichliert):



BMW, MAN (strichliert):

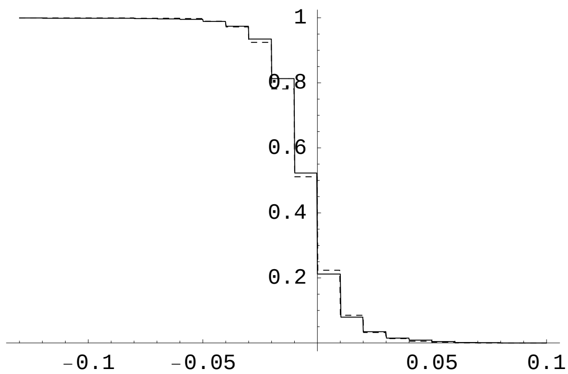


Tabelle S.46:

	VW		NV	MAN		NV	BMW		NV
Klasse	Hfk.	kum.	kum.	Hfk.	kum.	kum.	Hfk.	kum.	kum.
≤ -0.12	1	0.05%	0.00%	1	0.05%	0.00%	1	0.05%	0.00%
$]-0.12, -0.11]$	1	0.10%	0.00%	0	0.05%	0.00%	2	0.14%	0.00%
$]-0.11, -0.10]$	0	0.10%	0.00%	0	0.05%	0.00%	0	0.14%	0.00%
$]-0.10, -0.09]$	1	0.14%	0.00%	0	0.05%	0.00%	0	0.14%	0.00%
$]-0.09, -0.08]$	0	0.14%	0.00%	0	0.05%	0.00%	0	0.14%	0.00%
$]-0.08, -0.07]$	0	0.14%	0.00%	2	0.14%	0.00%	2	0.24%	0.00%
$]-0.07, -0.06]$	3	0.29%	0.03%	0	0.14%	0.01%	2	0.34%	0.01%
$]-0.06, -0.05]$	7	0.63%	0.21%	2	0.24%	0.08%	3	0.48%	0.07%
$]-0.05, -0.04]$	16	1.39%	1.10%	17	1.06%	0.55%	13	1.11%	0.54%
$]-0.04, -0.03]$	52	3.89%	4.23%	36	2.79%	2.82%	31	2.60%	2.73%
$]-0.03, -0.02]$	132	10.24%	12.32%	99	7.55%	10.11%	82	6.54%	9.77%
$]-0.02, -0.01]$	291	24.23%	27.66%	298	21.88%	26.03%	253	18.70%	25.23%
$]-0.01, 0.00]$	467	46.68%	48.92%	562	48.89%	49.63%	604	47.74%	48.42%
$]0.00, 0.01]$	565	73.85%	70.51%	598	77.64%	73.35%	646	78.80%	72.17%
$]0.01, 0.02]$	325	89.47%	86.54%	288	91.49%	89.55%	276	92.07%	88.79%
$]0.02, 0.03]$	142	96.30%	95.26%	110	96.78%	97.06%	93	96.54%	96.73%
$]0.03, 0.04]$	40	98.22%	98.74%	39	98.65%	99.42%	41	98.51%	99.32%
$]0.04, 0.05]$	21	99.23%	99.75%	17	99.47%	99.92%	13	99.13%	99.90%
$]0.05, 0.06]$	9	99.66%	99.96%	6	99.76%	99.99%	9	99.57%	99.99%
$]0.06, 0.07]$	2	99.76%	100.00%	4	99.95%	100.00%	6	99.86%	100.00%
$]0.07, 0.08]$	2	99.86%	100.00%	1	100.00%	100.00%	1	99.90%	100.00%
$]0.08, 0.09]$	2	99.95%	100.00%	0	100.00%	100.00%	2	100.00%	100.00%
$]0.09, 0.10]$	1	100.00%	100.00%	0	100.00%	100.00%	0	100.00%	100.00%
> 0.10	0	100.00%	100.00%	0	100.00%	100.00%	0	100.00%	100.00%
Summe	2080			2080			2080		

Abkürzungen: Hfk. = Häufigkeit, kum. = kumuliert
Die Spalte „NV kum." gibt die kumulierte Normalverteilung mit gleichem Mittelwert und gleicher Standardabweichung wie die Verteilung der jeweiligen Aktienrenditen an.

S. 43, Absatz unter den Histogrammen:

... müsste man anstelle der absoluten Häufigkeiten die prozentuellen Häufigkeiten bzw. die prozentuellen Häufigkeiten, dividiert durch die Klassenbreite, plotten.

S. 51: `Ergänzende Fußnote zu Punkt 1`

Da es sich hier um ein Investitionsprojekt handelt, bei dem Zahlungen zu verschiedenen Zeitpunkten anfallen, müssten wir diese Zahlungen bzw. deren Erwartungswerte mit entsprechenden Zinssätzen diskontieren. Der Einfachheit halber wird dies hier vernachlässigt.

Aufgabe 41 (S. 56): `zusätzliche Alternative`

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_6	10	30	10	10	0

S. 58, Aufgabe 51:

Wie groß ist p? Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsprämie für Lotterie B.

S. 58, Aufgabe 52:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit p, wenn das Sicherheitsäquivalent 4000 € beträgt? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeitsprämie?

S. 61, Aufgabe 60:

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	-1.3	0	0	0	1.3
A_2	-1	-1	0	1	1
A_3	-1.39	0	0	0	1.39
A_4	-1.399	0	0	0	1.399
A_5	-1.4	0	0	0	1.4
A_6	-1.41	0	0	0	1.41
A_7	-1.45	0	0	0	1.45

`Ergänzen Sie`

(b) (Risikoaversion)

(Es muss nicht alles händisch gerechnet werden. Verwenden Sie für die Berechnung der Nutzenwerte Excel oder ein ähnliches Programm.)

Vergleichen Sie die Präferenzordnungen.
Hinweis: Siehe die Diskussionen auf S. 30–31 (insbes. Aufgabe 26) und S. 42!

S. 61, Aufgabe 61:

Vergleichen Sie die Entscheidungen (siehe Hinweis von Aufgabe 60).

Kapitel 3: Optimierung

S. 68, untere Abbildung:

$$\xleftrightarrow{\quad}\atop (1-\lambda)(x_2-x_1)$$

(statt: $(1-x)(x_2-x_1)$)

S. 76: Die Portfoliovarianz ist also eine positiv semidefinite quadratische Form (siehe ~~Fußnote~~ Anhang A.2.2).

S. 83/84: `Die Lagrange-Multiplikatoren wurden etwas anders definiert.`

S.83: Der Anstieg der Niveaulinien ist gegeben durch

$$\ldots \qquad \Rightarrow \quad \frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}(\mathbf{x}^*)}{\frac{\partial g}{\partial x_1}(\mathbf{x}^*)} = \frac{\frac{\partial f}{\partial x_2}(\mathbf{x}^*)}{\frac{\partial g}{\partial x_2}(\mathbf{x}^*)} =: \lambda.$$

Das Optimum muss daher folgendem Gleichungssystem genügen

$$\begin{gathered} \frac{\partial f}{\partial x_1} - \lambda \frac{\partial g}{\partial x_1} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} - \lambda \frac{\partial g}{\partial x_2} = 0 \\ \ldots \end{gathered}$$

S. 84, **Satz** *Bedingungen erster Ordnung*:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_j}(\mathbf{x}^*, \underline{\lambda}) = \frac{\partial f}{\partial x_j}(\mathbf{x}^*) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}^*) = 0 \qquad j = 1, \ldots, n$$

S. 84

Lagrange-Funktion

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x_1, \ldots, x_n, \lambda_1, \ldots, \lambda_m) &= f(x_1, \ldots, x_n) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i (g_i(x_1, \ldots, x_n) - b_i) \\ &= f(x_1, \ldots, x_n) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i (b_i - g_i(x_1, \ldots, x_n)). \end{aligned}$$

Satz *Bedingungen erster Ordnung*

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_j}(\mathbf{x}^*, \underline{\lambda}) = \frac{\partial f}{\partial x_j}(\mathbf{x}^*) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}^*) = 0 \qquad j = 1, \ldots, n$$

Problem von S. 82:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = \ln x_1 + \ln x_2 + \lambda(2 - x_1^2 + x_2^2).$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{1}{x_1} - 2\lambda x_1 = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{1}{x_2} - 2\lambda x_2 = 0$$

$$\ldots$$

optimale Lösung: $\lambda = \frac{1}{2}$

S. 85: `Ergänzung zur Interpretation der Lagrange-Multiplikatoren (vor Abschnitt "Weitere Übungsaufgaben":`

$$\Delta f \approx \frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2 = \lambda\frac{\partial g}{\partial x_1}\Delta x_1 + \lambda\frac{\partial g}{\partial x_2}\Delta x_2 \approx \lambda\Delta g$$

S. 87: **Definition** Sind im Minimumproblem f und g_i konvexe Funktionen bzw. im Maximumproblem f und g_i ($i = 1, \ldots, m$) konkave Funktionen, dann heißt (2) *konvexes Programm.*

S. 112 und S. 124: http://statistik.wu-wien.ac.at/~leydold/MOK/HTML/

Anhang A.1

S. 116, Aufgabe 108 `(neu: 110)` (Siehe die Abbildung auf der folgenden Seite und vgl. Aufgabe 124 `(neu: 130)` im Abschnitt A.4.)

S. 117: $-\dfrac{dp}{dr}$ nennt man die *Dollar Duration*

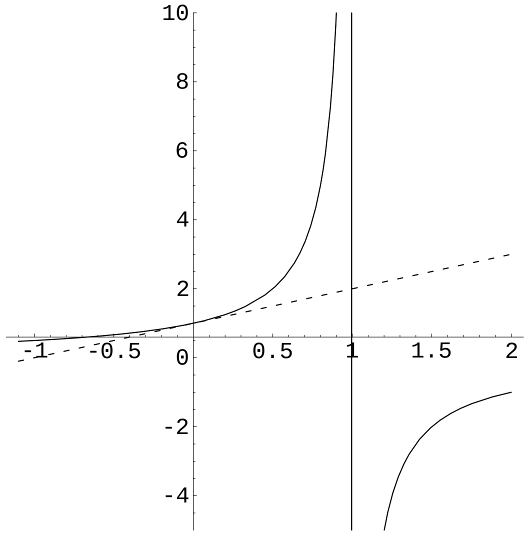
Fußnote 22: Die Dollar Duration wird mit einem negativen Vorzeichen versehen ...

S.118, Fußnote 23:

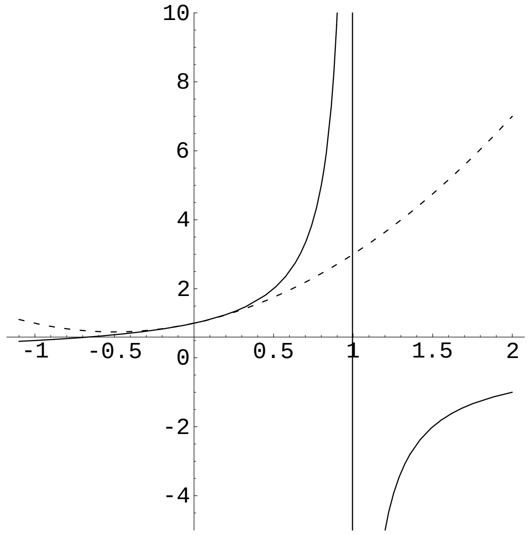
Die Tatsache, dass man diese Terme, nicht aber den Term, welcher $(\Delta S)^2$ enthält, vernachlässigt, hängt damit zusammen, dass der Kurs des Underlyings eine stochastische Größe und somit $(\Delta S)^2$ von derselben Größenordnung wie Δt ist.

Abbildung zu Aufgabe 108 (`neu: 110`)

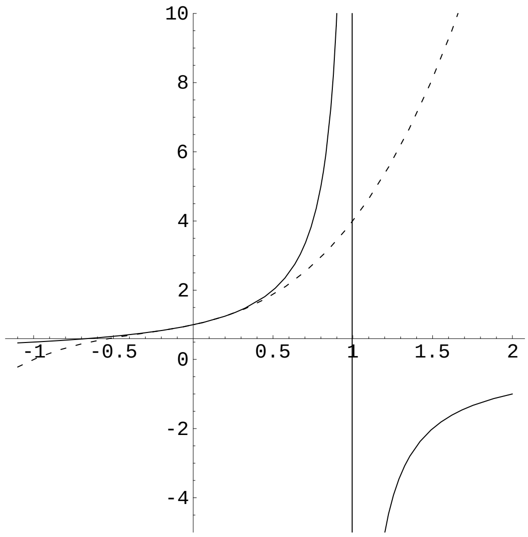
Grad 1:



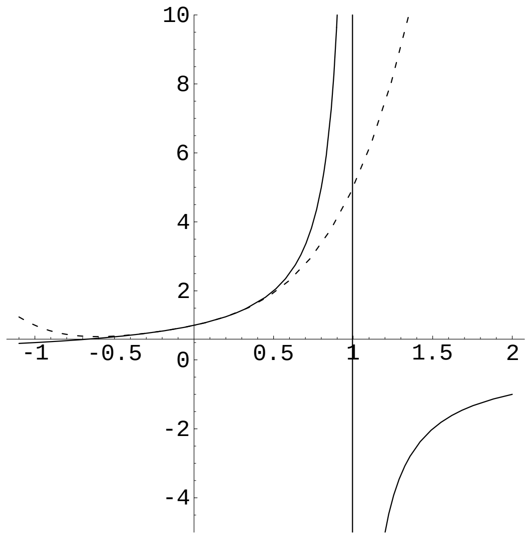
Grad 2:



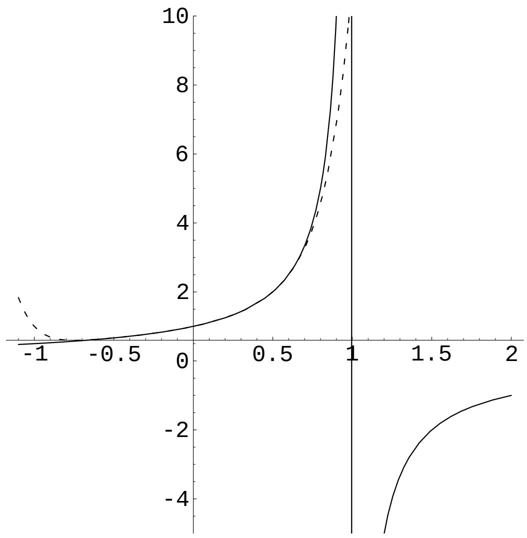
Grad 3:



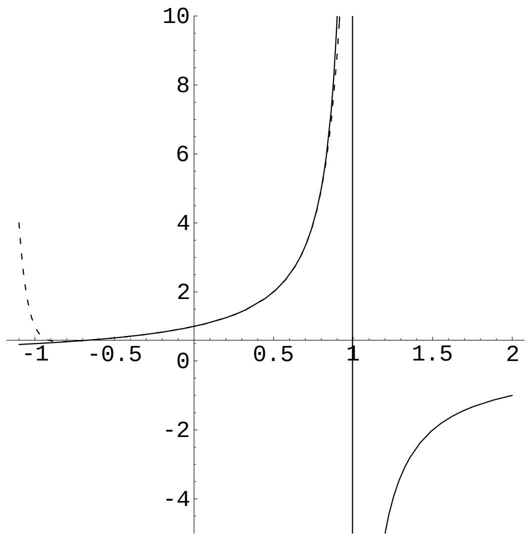
Grad 4:



Grad 10:



Grad 20:



Ergänzungen im Anhang A.3

Beispiele auf S. 127/128:

2. Punkt:
Die Grenzrate der technischen Substitution ist jener Betrag, um den die Menge eines Inputs reduziert werden kann, wenn eine zusätzliche Einheit eines anderen Inputs eingesetzt wird, sodass der Output konstant bleibt.

3.Punkt (S.128):

Das optimale Portfolio ist jenes, wo die subjektive *Grenzrate der Substitution* zwischen Erwartungswert und Risiko mit der *Grenzrate der Transformation* zwischen Erwartungswert und Risiko übereinstimmen.

Eine ähnliche Beziehung lernen Sie auch in der Haushaltstheorie im *FK Einführung in die Mikroökonomie* (Kapitel „Consumer Choice") kennen. In der Haushaltstheorie entspricht die Transformationskurve der Budgetgeraden. (Siehe 1. Beispiel und Übungsaufgabe 82 `(neu: 83)`.)

In der Produktionstheorie stellt die Transformationskurve alle möglichen Kombinationen zweier Güter dar, die mit den gegebenen Ressourcen und gegebender Technologie effizient produziert werden können. Sie begrenzt den Bereich erreichbarer Outputkombinationen (Produktionsmöglichkeitengrenze). Auch hier gilt im Optimum, dass die Grenzrate der Substitution gleich der Grenzrate der Transformation ist.

Die Grenzrate der Transfomation besagt, wie viel von der Menge eines Gutes aufgegeben werden muss, um eine zusätzliche marginale Einheit eines zweiten Gutes erhalten (produzieren) zu können.

Literaturhinweis:

R. S. Pindyck und D. L. Rubinfeld, Mikroökonomie (6. Aufl.), Pearson Studium, München, 2005.

Anhang A.4

S 129, Aufgabe 117(h): $\displaystyle\sum_{k=1}^{3}\sum_{j=2}^{4} k^2 j^3$

S. 131, Hinweis in Aufgabe 124:

Berechnen Sie die Differenz $s_N - xs_N$ (*statt:* $s_N - s_{N-1}$) und ermitteln Sie den Grenzwert für $N \to \infty$.

Neue Übungsaufgaben

`(Die Nummerierung der bisherigen Übungsaufgaben ab Nummer 82 ändert sich entsprechend!)`

82. Ein Investor mit Präferenzfunktion $\Phi(\mu, \sigma) = \mu - 0.05\sigma$ möchte in ein Portfolio aus zwei Wertpapieren A und B investieren. Die erwartete Renditen und Varianzen der Renditen und die Kovarianz zwischen den Renditen der beiden Wertpapiere sind: $\mu_A = 10\%$, $\mu_B = 8\%$, $\sigma_A^2 = 76$, $\sigma_B^2 = 70.8$, $\sigma_{AB} = -24$ (vgl. das Beispiel in Abschnitt 2.5.1, S. 24).

    Zeigen Sie, dass die Kurve möglicher Portfolios gegeben ist durch $\sigma^2 = 24.7\mu^2 - 442\mu + 2026$.

    Ermitteln Sie das optimale Portfolio des Investors.

85. Zur Herstellung eines Produkts werden zwei Inputs, Kapital (Maschinenstunden) K und Arbeit L, benötigt. Die Produktionsfunktion $F(K, L) = 100KL$ beschreibt den maximalen Output, der mit jeder möglichen Inputkombination produziert werden kann. Der Preis des Kapitals beträgt 10 GE, jener der der Arbeit beträgt 15 GE.

    (a) Mit welcher Kombination von Kapital und Arbeit werden die Kosten der Produktion für eine Outputmenge von 150 minimiert?

    (b) Mit welcher Kombination von Kapital und Arbeit wird der Output maximiert, wenn 30 GE zur Herstellung des Produkts zur Verfügung stehen?

    (c) Stellen Sie die beiden Optimierungsprobleme grafisch dar und vergleichen Sie die Ergebnisse. Zeigen Sie, dass in beiden Fällen das Verhältnis der Inputpreise gleich dem Verhältnis der Grenzproduktivitäten (= Grenzrate der technischen Substitution) ist.

    Die Entscheidung der Unternehmung über Faktoreinsatzmengen weist einen *dualen Charakter* auf. Die optimale Auswahl von K und L kann einerseits als Problem der Auswahl der niedrigsten, die Produktionsisoquante berührende Isokostengerade analysiert werden. Andererseits kann dies auch als Problem der Auswahl der höchsten, eine bestimmte Isokostengerade berührende Isoquante analysiert werden. In beiden Fällen ist das Verhältnis der Inputpreise (Faktorpreise) gleich dem Verhältnis der Grenzproduktivitäten (= Grenzrate der technischen Substitution). (Vgl. Abschnitt 6.2 „Methodische Grundlagen der Produktionswirtschaft“ im Skriptum *Grundzüge der Allgemeinen Betriebswirtschaftslehre*.)

`Übungsaufgaben zu Abschnitt A.1.1: Preisänderung von Anleihen`

112. Ermitteln Sie den Wert einer Nullkuponanleihe mit einer Laufzeit von 3 Jahren, wenn ihre Rendite 7.5% p.a. beträgt. (Bei einer Nullkuponanleihe erfolgen keine jährlichen Kuponzahlungen, sondern nur eine einmalige Auszahlung (Tilgung + Zinsen) am Ende der Laufzeit. Berechnen Sie den Wert für eine Auszahlung von 100 €.)

     Wie groß sind die modifizierte Duration und die Konvexität der Anleihe?

     Verwenden Sie eine Taylorreihenapproximation (bis zum Glied 2. Grades) um den Preis der Anleihe abzuschätzen, wenn sich der Zinssatz auf 7.6% ändert.

113. Die Rendite einer Anleihe mit einer Laufzeit von 3 Jahren, jährlichen Kuuponzahlungen in der Höhe von 10% und einer Tilgung am Ende der Laufzeit in Höhe von 100% beträgt 8% p.a. Ermitteln Sie den Preis der Anleihe.

     Wie groß sind die modifizierte Duration und die Konvexität der Anleihe?

     Verwenden Sie eine Taylorreihenapproximation (bis zum Glied 2. Grades), um den Wert der Anleihe zu berechnen, wenn sich die Rendite auf 7.9% ändert.

`Übungsaufgaben zu Abschnitt A.4`

125. `(nach alter Übungsaufgabe 120)`

   (a) Der Kassazinssatz *(spot rate)* r_n für eine n-jährige Veranlagung lässt sich mit Hilfe der sogenannten *forward rates* f_t (= Renditen, die der Markt heute für eine einjährige Nullkuponanleihe in t Jahren erwartet; f_1 ist der 1-jährige Kassazinssatz)) ausdrücken:

   $$r_n = [(1 + f_1)(1 + f_2) \cdots (1 + f_n)]^{1/n} - 1$$

   Schreiben Sie diese Beziehung mit Hilfe des Produktzeichens $\prod$ an.

   (b) Für den Kapitalwert K_0 eines Zahlungsstroms $C_1, \ldots, C_n$ (C_t = Zahlung in t Jahren) erhält man daher

   $$K_0 = \frac{C_1}{1 + f_1} + \frac{C_2}{(1 + f_1)(1 + f_2)} + \cdots + \frac{C_n}{(1 + f_1) \cdots (1 + f_n)}$$

   Schreiben Sie diese Beziehung mit Hilfe des Summen- und des Produktzeichens an.

128. `(nach alter Übungsaufgabe 122)`
   Ermitteln Sie die ersten Ableitungen der Funktionen aus Aufgabe 125 (alte Nummer 121).

`Die Nummerierung der Übungsaufgaben hat sich entsprechend verändert:`

Übungsaufgaben 82 und 83 sind jetzt 83 und 84;
Übungsaufgaben 84–109 sind jetzt 86–111;
Übungsaufgaben 110–120 sind jetzt 114–124;
Übungsaufgaben 121–124 sind jetzt 126, 127, 129, 130.