

196. Skizzieren Sie die Grafen folgender Funktionen. Handelt es sich tatsächlich in allen Fällen um Funktionen?

Hinweis: Unter einer Skizze ist eine freihändige, nicht notwendigerweise maßstabsgetreue Zeichnung zu verstehen. Die Gestalt der Grafen der unter (a)–(e) angeführten Funktionen sollen Sie aus Ihren bisherigen mathematischen Erfahrungen „hervorkramen“, aber lassen Sie die Finger vom Taschenrechner.

Mit diesen Grundfunktionen sollen Sie dann einfache Operationen durchführen: verschieben, spiegeln, multiplizieren mit einer Konstanten. Wenn Sie die Grafen der unter (a)–(e) angeführten Funktionen einmal kennen, können und sollen Sie alles weitere *ohne* Benützung eines Rechners bearbeiten.

Ziel dieser Aufgabe ist es, ein gefühlsmäßiges Umgehen mit Funktionen zu trainieren.

(a) $f_1(x) = 2$, $f_2(x) = ax + b$ für $a \geq 0$, $b \geq 0$

(b) $f(x) = x^a$ für (1) $a = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, (2) $a = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, (3) $a = -1, -2, -3, -4$,

(4) $a = -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$, (5) $a = \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}$

(c) $f_1(x) = e^x$, $f_2(x) = e^{-x}$, $f_3(x) = \ln x$

(d) $f(x) = ax^2 + bx + c$ für $a \geq 0$

(e) $x^2 + y^2 = r^2$, $x^2 - y^2 = r^2$

(f) $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = -x^2$, $f_3(x) = x^2 + 1$, $f_4(x) = x^2 - 1$,
 $f_5(x) = (x + 1)^2$, $f_6(x) = (x - 1)^2$

(g) $f_1(x) = \sqrt{x}$, $f_2(x) = \sqrt{x} - 1$, $f_3(x) = \sqrt{x - 1}$

(h) $x^2 + y^2 = 4$, $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

(i) $\frac{1}{4}x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$

(j) $f_1(x) = \frac{1}{x}$, $f_2(x) = -\frac{1}{x}$, $f_3(x) = \frac{1}{x-1} + 1$

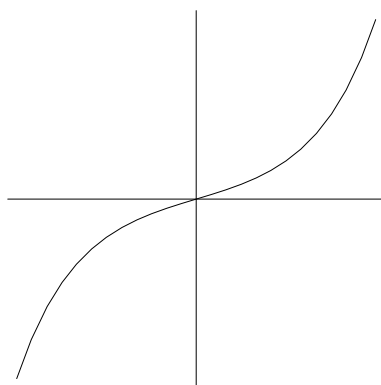
(k) $f(x) = -e^{-3x}$

(l) $f(x) = \ln(x + 1)$

(m) $f(x) = x - 20x^2$

(n) $y = x^2$, $y = (x - 1)^2 - 2 = x^2 - 2x - 1$, $y^2 = x$, $x = y^2 - 2y - 1$
 $y = \pm\sqrt{x}$, $y = 1 \pm \sqrt{2 + x}$

197. Betrachten Sie folgenden Grafen einer Funktion $y = f(x)$:



Skizzieren Sie die Grafen folgender Funktionen:

(a) $-f(x)$ (b) $f(x) + a$ ($a \in \mathbb{R}$) (c) $f(-x)$ (d) $2f(x)$

(e) $f(x + a)$ ($a > 0$) (f) $f(x - a)$ ($a > 0$)

(g) $f^{-1}(y)$ (Umkehrfunktion von f , diese erhält man durch Vertauschen von x und y , grafisch entspricht dies einer Spiegelung an der 45° -Linie)

(Von der Homepage der Lehrveranstaltung können Sie ein Blatt herunterladen, wo der Graf der Funktion siebenmal geplottet ist. Zeichnen Sie die gesuchten Grafen in diese Abbildungen ein.)

198. Ermitteln Sie die ersten Ableitungen der *Funktionen* aus Aufgabe 196.