Ergänzungen zum Skriptum vom September 2007

Bemerkungen zu den Korrekturen und Ergänzungen sind im Schriftsatz `typeset` verfasst. Korrekturen sind oft unterstrichen.

`S.7, Absatz unter Aufgabe 1:`

(siehe z.B. das Wahlexperiment von Allais, Aufgabe 31, Kap.2.5.2 bzw. ...)

`zu Kap.2.2.1`

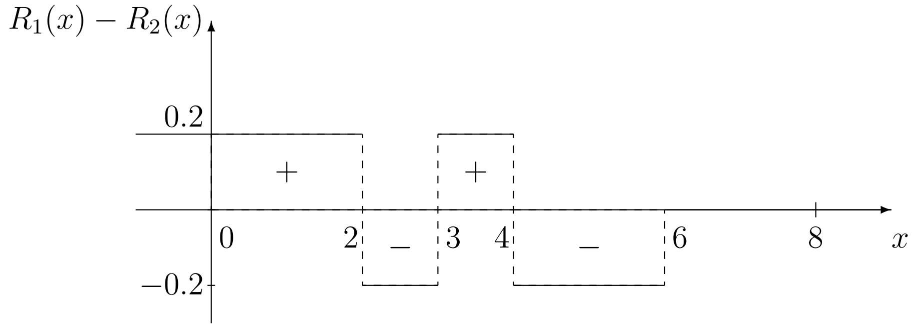
Die Alternative A_1 *dominiert* die Alternative A_2 *absolut*, wenn ...

$$A_1 \succ A_2 \quad \Leftrightarrow \quad \min_k e_{1k} \geq \max_k e_{2k} \quad \text{und} \quad \exists\, k : \, e_{1k} > e_{2k}.$$

`Ergänzung zu Aufgabe 26 (S.25) (altes Skriptum: Aufgabe 20, S.22)`

Schreiben Sie die Portfoliovarianz (a) in Abhängigkeit von w, (b) in Abhängigkeit von μ_P an.

`Ergänzung zu S.46, nach Grafik Risikoprofile:`



`Ergänzung zum Ende von Kap.2.7 (S.47), unterhalb der Aufzählung:`

D.h. Y ist riskanter als X.
...
Die Varianz (oder Standardabweichung) liefert also eine andere Charakterisierung von Risiko als Eigenschaften 2–4 auf Seite 42.

`Ergänzung zu Aufgabe 104 (S.84):`

Unter Kosten ist hier der Schaden im Sinne eines Reputationsverlustes zu verstehen.

`Tabelle S.121, Zeile von` y_m `/ Spalte von` x_1`:` $\quad a_{m1} - a_{mq}\frac{a_{p1}}{a_{pq}}$ $\quad$ (statt: $a_{mm} - a_{mq}\frac{a_{p1}}{a_{pq}}$)

Ergänzung zum Abschnitt "Dualität" in Kap.3.3.1, S.127/128

$$Z = \mathbf{c}'\mathbf{x} = \mathbf{b}'\mathbf{w}$$

Primal	**Dual**
Z_P superoptimal (Optimalitätskriterium erfüllt) Lösung primal unzulässig	Z_D suboptimal (Optimalitätskriterium nicht erfüllt) Lösung dual zulässig
Z_P optimal	Z_D optimal
Z_P suboptimal (Optimalitätskriterium nicht erfüllt) Lösung primal zulässig	Z_D superoptimal (Optimalitätskriterium erfüllt) Lösung dual unzulässig

Neue Übungsaufgaben

Neue Nummerierungen:	
September 2007	Februar 2008
69–129	70–130
130–146	132–148
147–170	150–173
171–195	176–200

Abschnitt 3.3.1

69. (2. Zwischentest WS 2007/08)
    Skizzieren Sie folgende Nutzenfunktion:

$$u(x) = \begin{cases} x^2 & \text{für } x \leq 5 \\ 50 - (x-10)^2 & \text{für } x > 5 \end{cases}$$

    Ermitteln Sie grafisch die Sicherheitsäquivalente folgender Lotterien

$$L_1 : \{0, 5 : 0.3\}, \quad L_2 : \{5, 10 : 0.6\}$$

(Die Schreibweise $\{\bar{e}, \underline{e} : p\}$ bedeutet, dass das Ergebnis $\bar{e}$ mit Wahrscheinlichkeit p und das Ergebnis $\underline{e}$ mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ eintritt.)

Welche Risikoeinstellung repräsentiert die Nutzenfunktion u? Geben Sie mehrere Begründungen an.

`Abschnitt „Die duale Simplexmethode" (S.131/132)`

Aufgabe 147 Wie ändert sich die optimale Lösung des LP von S. 114, wenn

(a) auf Anlage B nur 150 h/Monat,

(b) auf Anlage A nur 174 h/Monat,

(c) auf Anlage B nur 120 h/Monat,

(d) auf Anlage A nur 154 h/Monat

zur Verfügung stehen?

`Abschnitt 3.3.1`

131. (2. Zwischentest WS 2007/08, 2. Termin)

Ein Investor hat 5000 €, welche er in zwei Wertpapiere investieren kann. Die erwartete Rendite der beiden Wertpapiere beträgt 20% bzw. 16%. Das Risiko, gemessen durch die Varianz der Renditen, ist gegeben durch $2x_1^2 + x_2^2 + (x_1 + x_2)^2$, wobei x_i $(i = 1, 2)$ die Beträge in Einheiten von 1000 € bezeichnen. Der Investor möchte eine möglichst große erwartete Rendite bei möglichst kleinem Risiko erzielen. Um dieses Ziel zu erreichen maximiert er folgende Präferenzfunktion

$$f(x_1, x_2) = 20x_1 + 16x_2 - \frac{1}{2}[2x_1^2 + x_2^2 + (x_1 + x_2)^2].$$

`Abschnitt 3.3.1`

173. HAL produces two types of computers: PCs and VAXes. The computers are produced in two locations: New York and Los Angeles. New York can produce up to 800 computers and Los Angeles up to 1000 computers. HAL can sell up to 900 PCs and 900 VAXes. The profit associated with each production site and computer sale is as follows:

New York:	PC, \$600;	VAX, \$800,
Los Angeles:	PC, \$1000;	VAX, \$1300.

The skilled labor required to build each computer at each location is as follows:

New York:	PC, 2 hours;	VAX, 2 hours,
Los Angeles:	PC, 3 hours;	VAX, 4 hours.

A total of 4000 hours of labor are available. Labor is purchased at a cost of \$20 per hour. Let

$$\begin{aligned} XNP &= \text{PCs produced in New York} \\ XLP &= \text{PCs produced in Los Angeles} \\ XNV &= \text{VAXes produced in New York} \\ XLV &= \text{VAXes produced in Los Angeles} \end{aligned}$$

Use the LINDO[1] output in the figure on page 5 to answer the following questions:

(a) If 3000 Hours of skilled labor were available, what would be HAL's profit?

(b) Suppose an outside contractor offers to increase the capacity of New York to 850 computers at a cost of $ 5000. Should HAL hire the contractor?

(c) By how much would the profit for a VAX produced in Los Angeles have to increase before HAL would want to produce VAXes in Los Angeles?

(d) What is the most HAL should pay for an extra hour of labor?

174. Carco manufactures cars and trucks. Each car contributes $300 to profit and each truck, $400. The ressources required to manufacture a car and a truck are shown in the following table.

Vehicle	Days on Type 1 Machine	Days on Type 2 Machine	Tons of Steel
Car	0.8	0.6	2
Truck	1	0.7	3

Each day, Carco can rent up to 98 Type 1 machines at a cost of $ 50 per machine. The company now has 73 Type 2 machines and 260 tons of steel available. Marketing considerations dictate that at least 88 cars and at least 26 trucks be produced. Let To maximize profit, carco should solve the LP given in the figure on page 6. Use the LINDO on page 6 output to answer the following questions:

(a) If cars contributed $310 to profit, what would be the new optimal solution to the problem?

(b) What is the most that Carco should be willing to pay to rent an additional Type 1 machine for 1 day?
(Hint: Mind also the righthand side ranges.)

(c) What is the most that Carco should be willing to pay for an extra ton of steel.

(d) If Carco were required to produce at least 86 cars, what would Carco's profit become?

(e) Carco is considering producing jeeps. A jeep contributes $600 to profit and requires 1.2 days on machine 1, 2 days on machine 2, and 4 tons of steel. Should Carco produce any jeeps?
(Hint: Consider the dual problem.)

[1] Das LINDO (Linear Interactive and Discrete Optimizer) Compuer Package wurde von Linus Schrage (University of Chicago) entwickelt (siehe auch `http://lindo.com/`). Dieses Paket ist dem Buch W. L. Winston, *Operations Research: Applications and Algorithms* (4th ed.), Wadsworth Inc., Belmont, 2004, beigelegt. Aufgaben 173 und 174 sind diesem Buch entnommen.

zu Aufgabe 173:

LINDO Output for HAL

```
MAX        600  XNP + 1000 XLP + 800 XNV
                              + 1300 XLV - 20 L

SUBJECT TO
      2)     2 XNP + 3 XLP + 2 XNV
                            + 4 XLV - L <=     0
      3)     XNP  +  XNV   <=   800
      4)     XLP  +  XLV   <=  1000
      5)     XNP  +  XLP   <=   900
      6)     XNV  +  XLV   <=   900
      7)     L   <=    4000
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP                    3

                 OBJECTIVE FUNCTION VALUE

                 1)   1360000.00

VARIABLE        VALUE            REDUCED COST
     XNP          .000000          200.000000
     XLP       800.000000             .000000
     XNV       800.000000             .000000
     XLV          .000000           33.333370
       L      4000.000000             .000000


     ROW   SLACK OR SURPLUS      DUAL PRICES
      2)          .000000        333.333300
      3)          .000000        133.333300
      4)       200.000000           .000000
      5)       100.000000           .000000
      6)       100.000000           .000000
      7)          .000000        313.333300

NO. ITERATIONS=           3

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:
```

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
XNP	600.000000	200.000000	INFINITY
XLP	1000.000000	200.000000	25.000030
XNV	800.000000	INFINITY	133.333300
XLV	1300.000000	33.333370	INFINITY
L	-20.000000	INFINITY	313.333300

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	.000000	300.000000	2400.000000
3	800.000000	100.000000	150.000000
4	1000.000000	INFINITY	200.000000
5	900.000000	INFINITY	100.000000
6	900.000000	INFINITY	100.000000
7	4000.000000	300.000000	2400.000000

zu Aufgabe 174:

LINDO Output for Carco

```
MAX          300 X1 + 400 X2 - 50 M1
SUBJECT TO
       2)   0.8 X1 + X2 - M1 <=       0
       3)    M1 <=  98
       4)   0.6 X1 + 0.7 X2 <=   73
       5)   2 X1 + 3 X2 <=   260
       6)    X1 >=   88
       7)    X2 >=   26
END

    LP OPTIMUM FOUND  AT STEP    1

         OBJECTIVE FUNCTION VALUE

   1)        32540.0000

VARIABLE          VALUE          REDUCED COST
       X1        88.000000          0.000000
       X2        27.599998          0.000000
       M1        98.000000          0.000000

     ROW       SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)         0.000000        400.000000
       3)         0.000000        350.000000
       4)         0.879999          0.000000
       5)         1.200003          0.000000
       6)         0.000000        -20.000000
       7)         1.599999          0.000000

NO. ITERATIONS=           1

   RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
VARIABLE          CURRENT        ALLOWABLE          ALLOWABLE
                    COEF          INCREASE           DECREASE
      X1        300.000000        20.000000           INFINITY
      X2        400.000000        INFINITY           25.000000
      M1        -50.000000        INFINITY          350.000000

                           RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW          CURRENT        ALLOWABLE          ALLOWABLE
                    RHS           INCREASE           DECREASE
       2          0.000000         0.400001           1.599999
       3         98.000000         0.400001           1.599999
       4         73.000000        INFINITY            0.879999
       5        260.000000        INFINITY            1.200003
       6         88.000000         1.999999           3.000008
       7         26.000000         1.599999           INFINITY
```