

# KFK Operations Research I

Zwischentest am 22. 11. 2006

Andrea Gaunersdorfer

1. Eine Unternehmung produziert 3 Typen von Stühlen (Typ A,B,C) unter Verwendung einer vollautomatischen Säge und einer Hobelmaschine. Um eine Einheit vom Typ A herzustellen, benötigt man 1/2 Stunde Sägearbeit und 1/2 Stunde Hobelarbeit. Für den Typ B 1/3 Stunde Sägearbeit und 1/3 Stunde Hobelarbeit und für den Typ C 1 Stunde Sägearbeit und 1/3 Stunde Hobelarbeit. Pro Tag ist jede Maschine 12 Stunden im Einsatz. Die Deckungsbeiträge für die Stühle sind A: 200 GE, B: 150 GE, C: 480 GE

- Formulieren Sie ein lineares Programm zur Ermittlung des maximalen Deckungsbeitrags und lösen Sie es mittels Simplexverfahren.
- Welche Annahmen liegen dem linearen Programm zugrunde? Sind diese Annahmen für das gegebene Problem sinnvoll?
- Formulieren Sie das duale Programm und geben Sie dessen optimale Lösung an.
- Interpretieren Sie das duale Programm und dessen optimale Lösung, sowie die optimale Lösung des Primals.

Wie groß müssten die Deckungsbeiträge der drei Typen jeweils sein, damit es optimal wäre, diese zu produzieren?

- Angenommen, vom Typ B müssen zumindest drei Stühle hergestellt werden. Ist die in (a) berechnete Lösung für dieses Programm optimal? (Begründung!)  
Handelt es sich bei diesem Programm um ein spezielles Maximumproblem bzw. lässt es sich in ein spezielles Maximumproblem transformieren? Wenn ja, schreiben Sie das spezielle Maximumproblem an. Wenn nein, warum nicht?

**(22 Punkte)**

2. Betrachten Sie das folgende lineare Programm:

$$Z = 15x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 5x_4 \rightarrow \max$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 1000 \\2x_2 + x_3 &\geq 400 \\x_1 &\leq 0, \quad x_2 \in \mathbb{R}, \quad x_3, x_4 \geq 0\end{aligned}$$

- Formulieren Sie das duale Programm mit möglichst wenigen Variablen und Nebenbedingungen.
- Lösen Sie das duale Programm graphisch und ermitteln Sie die Lösung des Primals.

**(13 Punkte)**

3. Gegeben sei das folgende lineare Programm

$$Z = 8x_1 + 12x_2 - 8x_3 + 2x_4 \rightarrow \max$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &\leq 1 \\-x_1 + x_3 - x_4 &\leq 1 \\-x_2 + x_3 + x_4 &\leq 3 \\x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0\end{aligned}$$

Die Inverse der Basismatrix zu den Basisvariablen  $x_1, x_2, x_7$  lautet

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

( $x_7$  bezeichnet die Schlupfvariable der dritten Nebenbedingung.)

- (a) Konstruieren Sie das zugehörige Simplextableau.
- (b) Ist die Lösung optimal? Ist sie zulässig? (Begründung!)

Ermitteln Sie gegebenenfalls – ausgehend vom in (a) berechneten Simplextableau unter Anwendung der (dualen) Simplexmethode alle optimalen Lösungen des primalen und des dualen Programms.

**(15 Punkte)**