KFK Operations Research I

Zwischentest am 7. 12. 2005

Andrea Gaunersdorfer

1. Eine Möbelfabrik stellt fünf Produkte (Tische, Schränke, Betten, Sessel und Sofas) her. Mit der Produktion sind drei Betriebsabteilungen befasst, welche die folgenden Leistungen erbringen: Sägen, Hobeln und Polstern. Die Zielsetzung der Möbelfabrik ist, den Deckungsbeitrag zu maximieren. Die Kapazitäten der drei Abteilungen, die Inanspruchnahme der Kapazitäten je Produkteinheit sowie die Deckungsbeiträge pro Stück sind in folgender Tabelle zusammengefasst.

	Produktionskoeffizienten					
Abteilung	Tische	Schränke	Betten	Sessel	Sofas	Kapazität
Sägen	5	15	10	5	10	500
Hobeln	20	25	15	10	10	740
Polstern	–	–	–	30	60	240
Deckungsbeitrag	20	50	30	50	80	

(a) Formulieren Sie ein lineares Programm zur Maximierung des Deckungsbeitrags und dessen Dual.

(b) Der optimale Produktionsplan lautet: Es werden 28 Schränke und 4 Sofas hergestellt (die anderen Produkte werden nicht produziert).

Ermitteln Sie die optimale Lösung des dualen Programms (geben Sie auch die optimalen Werte der dualen Schlupfvariablen an).

Sind die Lösungen des primalen und des dualen Programms eindeutig? (Begründung!)

(c) Interpretieren Sie das duale Programm und dessen optimale Lösung, sowie die optimale Lösung des Primals.

Wie groß müssten die Deckungsbeiträge von Tischen, Betten und Sesseln sein, damit es optimal wäre, diese zu produzieren?

Hinweis zu (b) und (c): Wenn es für Sie hilfreich ist, schreiben Sie die Basisvariablen, die Lösungsspalte und die Zielfunktionszeile des optimalen Simplextableaus an.

(20 Punkte)

2. Betrachten Sie das folgende lineare Programm:

$$Z = 4x_1 + x_2 \to \max$$

u.d.NB:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &\le 10 \\ x_1 - x_2 &\le 2 \\ x_1, x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

(a) Überprüfen Sie folgende Basislösung auf Zulässigkeit und Optimalität:

Basisvariablen: x_1, y_2, Inverse der Basismatrix $B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$

(y_2 bezeichnet die Schlupfvariable der zweiten Nebenbedingung).

(b) Schreiben Sie das zur Basis aus (a) gehörige Simplextableau an und ermitteln Sie gegebenenfalls unter Anwendung des (dualen) Simplexverfahrens alle optimalen Lösungen des Programms.

(c) Schreiben Sie alle Basislösungen des Programms an. Welche dieser Basislösungen sind zulässig?

(d) Ergänzen Sie folgende Nebenbedingung:

$$x_2 \ge 4$$

Ist/sind die in (b) gefundene/n Lösung/en für dieses Problem zulässig und optimal? (Begründung!)

Wie lässt sich das erweiterte Programm durch eine geeignete Koordinatentransformation in ein spezielles Maximumproblem überführen?

(e) Betrachten Sie das durch die Koordinatentransformation erhaltene spezielle Maximumproblem aus (d). Worin unterscheidet sich dieses Programm vom ursprünglich gegebenen Programm aus (a)?

Ausgehend vom Endtableau aus (b), ermitteln Sie das optimale Tableau für das neue Programm. (Hinweis: Überlegen Sie sich, welche Eintragungen sich ändern.)

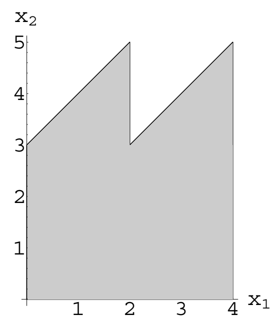
Sind die Lösungen vom Primal und Dual eindeutig?

Wenn ja, erklären Sie warum.

Wenn nein, ermitteln Sie alle optimalen Lösungen des Primals und des Duals.

(25 Punkte)

3. Gegeben sei ein mathematisches Programmierungsproblem mit zwei Variablen x_1 und x_2. Die folgende Abbildung zeigt den zulässigen Lösungsraum:



Kann es sich bei diesem Problem um ein lineares Programmierungsproblem handeln?

Wenn ja, schreiben Sie die Restriktionen in analytischer Form an.

Wenn nein, warum nicht? Skizzieren Sie den zulässigen Lösungsraum, der sich ergäbe, wenn es sich bei den sechs Geradenabschnitten, die den Lösungsraum begrenzen, um Restriktionsgrenzen für Restriktionen eines linearen Programms handeln würde.

(5 Punkte)