Korrekturen und Ergänzungen im Skriptum vom September 2005

Bemerkungen zu den Korrekturen und Ergänzungen sind im Schriftsatz `typeset` verfasst.

3 Lineare Programmierung

S. 38 `(Ergänzungen in Kap.3.4, Punkt 1):`

Degeneration (Entartung)

Ein Simplextableau ist degeneriert (entartet), ...

Es exisitieren mehrere optimale Lösungen (dual degenerierte Basislösung).

S. 40:

3. (→ Zweiphasenmethode, Punkt 3, S. 54)
4. (→ Zweiphasenmethode, Punkt 2, S. 54)

S. 41, *modifiziertes Simplextableau:*

(Mit dem Anwachsen von x_j fällt der Wert von der in der i-ten Zeile stehenden Basisvariable im Verhältnis $1 : a^*_{ij}$, bzw. steigt im Verhältnis $1 : |a^*_{ij}|$, falls $a^*_{ij} < 0$, ...)

S. 44: Beschränkungsmatrix:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

(a_{m1} `statt` a_{n1})

S. 46:

`Im ersten Satz und in der zweiten Definition auf dieser Seite wird die Menge` K `durch die Menge` L `ersetzt; in den Sätzen und Definitionen wird` $\mathbf{x}^*$ `durch` $\mathbf{x}$ `ersetzt:`

Satz Ist $\mathbf{x}$ ein Extremalpunkt der Menge L, so hat $\mathbf{x}$ ...

Definition Ein Extremalpunkt $\mathbf{x}$ heißt *degeneriert*, wenn weniger als m Komponenten $x_j \neq 0$ sind.

Definition Jedem Extremalpunkt $\mathbf{x}$ der Menge L ...

Satz $\mathbf{x}$ ist genau dann Basislösung, wenn $\mathbf{x}$ Extremalpunkt ist.

S. 46:

Ausgangstableau:

Basis	Lösung	$\mathbf{x}'$	$\mathbf{y}'$	Z
$\mathbf{y}$	$\mathbf{b}$	A_1	I	$\mathbf{0}$
Z	0	$-\mathbf{c}'$	$\mathbf{0}'$	1

`(In der Zielfunktionszeile steht der Nullvektor als Zeilenvektor:` $\mathbf{0}'$ `statt` $\mathbf{0}$`.)`

S. 50/51, *Ökonomische Interpretation des dualen Problems*

Auch aus der Darstellung des ZFwerts $Z_D = \sum_{i=1}^{m} b_i w_i$ (= optimaler Gesamtgewinn bzw. Gesamtdeckungsbeitrag) wird unmittelbar klar, dass w_i als *Gewinnbeitrag pro ME von Ressource (Produktionsfaktor)* R_i interpretiert werden kann.

...

Da pro produzierter ME von Produkt P_j in der primalen Lösung a_{ij} ME von R_i verbraucht werden, wird $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} w_i$ als der ~~Wert~~ Gewinnbeitrag derjenigen Ressourcen, die für die Produktion einer ME P_j $(j = 1, \ldots, n)$ verbraucht werden, interpretiert.

Die Nebenbedingung des Duals $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} w_i \geq c_j$ besagt, dass der ~~Wert~~ Gewinnbeitrag der für die Produktion von einer ME P_j verbrauchten Ressourcen mindestens so groß sein muss, wie der DB dieses Produkts, sonst würden diese Ressourcen nicht in der besten Verwendung eingesetzt.

S. 52, Tabelle „Dualität im allgemeinen Fall“:

	Primal	Dual
Restriktionskonstanten	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$

`Ergänzen Sie:`

	Primal	Dual
Schlupfvariablen	$\mathbf{y}$	$\mathbf{u}$
reduzierte Kosten	$\mathbf{u}$	$\mathbf{y}$

S. 52, `Ergänzung am Ende von Abschnitt 3.7.1:`

Ist die Lösung des Primals degeneriert, so ist die Lösung des Duals i.A. nicht eindeutig. Mittels dualer Simplexmethode kann man die weitere(n) Basislösung(en) des Duals ermitteln.

(Siehe Übungsaufgabe 44.)

S. 58, Fall 3(b): *Änderung der Koeffizienten einer BV*

Berechne die neue Spalte im Endtableau

$$\bar{\mathbf{a}}_k^* = B^{-1}\bar{\mathbf{a}}_k$$
$$\bar{c}_k^* = -\bar{c}_k + \mathbf{c}'_B B^{-1}\bar{\mathbf{a}}_k$$

und die Koeffizienten in der ZF-Zeile der NBV (jene der BV bleiben 0)

$$\bar{c}_j^* = -c_j + \mathbf{c}'_B B^{-1}\bar{A}_1$$

(nachdem $\bar{\mathbf{a}}_k^*$ berechnet wurde, kann $B^{-1}\bar{A}_1$ aus dem oberen Teil des modifizierten Tableaus abgelesen werden). Bringe anschließend mittels elementarer Zeilenoperationen das Tableau in kanonische Form.

S. 59 *Literatur zur Linearen Programmierung*:

Die Beschreibung der Verfahren, Ausführungen zur Theorie des Simplexverfahrens und Interpretation der Simplextableaus erfolgten großteils in Anlehnung an [K]. Für die Interpretation des dualen Programms siehe [HL].

3.10 Übungsaufgaben

Aufgabe 11:

Does the model meet the ~~four~~ assumptions on LP outlined in section 3.1?

Aufgabe 25:

Zeigen Sie, dass es zu einem zyklischen Austausch der Basisvariablen kommt, wenn man die Regel, dass das Pivotelement positiv sein muss, verletzt.

Aufgabe 28:

$$x_i \geq 0 \qquad i = 1, \ldots, 4$$

Aufgabe 33(c):

Lösen Sie das Problem und beurteilen Sie, ob ~~(bzw. wann)~~ Degeneration vorliegt.

Aufgabe 34:

x_6 bezeichnet die Schlupfvariable der ersten Nebenbedingung.
Beachten Sie die Reihenfolge der Basisvariablen!

Aufgaben 35 und 36 `wurden vertauscht.`

Aufgabe 40:

$$3x_1 + 2x_2 \oplus 2x_3 \leq 15$$

Aufgabe 44 → Aufgabe 44(a)

`Ergänzung`: (b) Wie (a) für Aufgabe 21.

Aufgabe 54:

$$Z = 3x_1 + 4x_2 \longrightarrow \max$$

4 Nichtlineare Programmierung

S. 81, Abbildung:

$$\overleftrightarrow{\quad}$$
$$(1-\lambda)(x_2-x_1)$$

(statt: $(1-x)(x_2-x_1)$)

S. 85: Die Lagrange-Funktion wurde etwas anders definiert:

$$\mathcal{L}(x_1,\ldots,x_n,\lambda_1,\ldots,\lambda_m)=f(x_1,\ldots,x_n)+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i(b_i-g_i(x_1,\ldots,x_n))$$

S. 86, **Satz** *Bedingungen erster Ordnung*:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_j}=\frac{\partial f}{\partial x_j}(\mathbf{x}^*)-\sum_{i=1}^{m}\lambda_i\frac{\partial g_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}^*)=0\qquad j=1,\ldots,n$$

S. 87:

Definition Sind im Minimumproblem f und g konvexe Funktionen bzw. im Maximumproblem f und g_i $(i=1,\ldots,m)$ konkave Funktionen, dann heißt (2) *konvexes Programm*.

S. 97: Streichen Sie die BEMERKUNG nach dem ersten Absatz (da die Lagrangefunktion nun wie oben angeführt definiert wurde).

4.7 Übungsaufgaben

Aufgaben 70 und 76: $f(\mathbf{x})$ (statt $f(x)$)

Aufgabe 70:

Hint: Differentiate the following cases: (1) $x_1=x_2=0$, (2) $x_1=\lambda=0$, (3) $x_2=\lambda=0$, (4) $\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_1}=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_2}=\lambda=0$, (5) $\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_1}=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_2}=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\lambda}=0$. Show that (1), (2), (3) never fulfill the Kuhn-Tucker conditions, (4) and (5) fulfill the Kuhn-Tucker conditions if $\theta\geq 0$ and $\theta\leq 0$, respectively. Graph contour lines of f and the restrictions for the following cases: $\theta<0$, $\theta>0$, and $\theta=0$.

Aufgabe 86: Show that if a thousands of dollars are available ...

Anhang

S.113:

a_{12}, a_{22} statt $a12$, $a22$:

$$=-a_{12}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{23}&a_{24}\\a_{31}&a_{33}&a_{34}\\a_{41}&a_{43}&a_{44}\end{vmatrix}+a_{22}\begin{vmatrix}a_{11}&a_{13}&a_{14}\\a_{31}&a_{33}&a_{34}\\a_{41}&a_{43}&a_{44}\end{vmatrix}-a_{32}\begin{vmatrix}a_{11}&a_{13}&a_{14}\\a_{21}&a_{23}&a_{24}\\a_{41}&a_{43}&a_{44}\end{vmatrix}+a_{42}\begin{vmatrix}a_{11}&a_{13}&a_{14}\\a_{21}&a_{23}&a_{24}\\a_{31}&a_{33}&a_{34}\end{vmatrix}$$

S. 110, 114, 121: http://statistik.wu-wien.ac.at/~leydold/MOK/HTML/