KFK Operations Research I

Endtest am 26. 1. 2005

A. Gaunersdorfer

1. (a) Eine Firma stellt zwei Produkte her. Der Erlös aus dem Verkauf der beiden Produkte ist gegeben durch

$$1600x_1 - x_1^2 + 1600x_2 - x_2^2,$$

wobei x_1 und x_2 die abgesetzen Mengen der beiden Produkte bezeichnen.

Zur Herstellung der beiden Produkte wird ein Rohstoff benötigt, von dem 1000 EH zur Verfügung stehen. Die Ressourcenbeschränkung lautet

$$x_1 + x_2 = 1000.$$

Ermitteln Sie die optimalen Mengen, damit der Verkaufserlös maximiert wird. Wie groß ist der maximale Erlös?

Zeigen Sie, dass es sich bei der ermittelten Lösung tatsächlich um ein Maximum handelt.

Um wieviel ändert sich der Erlös, wenn von dem Rohstoff um eine EH mehr zur Verfügung steht?

(10 Punkte)

(b) Angenommen, es wird eine zweite Ressource zur Herstellung der beiden Produkte benötigt. Die Ressourcenbeschränkung lautet

$$x_1 + 3x_2 \leq 2500.$$

Formulieren Sie ein nichtlineares Programm zur Ermittlung des maximalen Erlöses. In diesem Fall können Sie nicht davon ausgehen, dass die gesamte Menge des ersten Rohstoffs aufgebraucht werden muss!

Handelt es sich um ein reguläres konvexes Programm? (Begründung!)

Zeigen Sie, dass die unter (a) ermittelte Lösung auch für dieses Problem die optimale Lösung ist.

Interpretieren Sie die Kuhn-Tucker-Bedingungen.

Hinweis: Falls es Ihnen nicht gelungen ist, (a) zu lösen, stellen Sie das Problem grafisch dar und versuchen Sie herauszufinden, welche Variablen in der optimalen Lösung positiv und welche = 0 sind. (Die Niveaulinien der Zielfunktion sind Kreise mit Mittelpunkt (800,800).)

(10 Punkte)

2. Gegeben Sei das lineare Programm:

$$Z = 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \to \max$$

u.d.NB:

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 \quad &\leq 10 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 &\leq 24 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Das optimale Endtableau lautet:

B	L	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_4	10	1	-2	0	1	0
x_3	24	2	4	1	0	1
Z	72	4	16	0	0	3

x_4 und x_5 bezeichnen die Schlupfvariablen der beiden Nebenbedingungen.

(a) Ändern Sie die Koeffizienten von x_1 von

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Bleibt die Lösung optimal? (Begründung!)

(b) Angenommen, die zweite Nebenbedingung liegt in Form einer Gleichung vor:

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 = 24$$

Bleibt die Lösung optimal? (Begründung!)

(a+b: 10 Punkte)

(c) Erläutern Sie eine Vorgangsweise zur Lösung des LP aus (b). Führen Sie einen Iterationsschritt durch und erläutern Sie die weitere Vorgangsweise.

(10 Punkte)

3. Gegeben sei folgendes nichtlineare Programm.

$$Z = -2x_1 + x_2 \to \min$$

u. d. NB

$$x_2 - (1 - x_1)^3 \leq 0$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Stellen Sie das Problem grafisch dar und ermitteln Sie die optimale Lösung.
Handelt es sich um ein reguläres konvexes Programm? (Begründung!)
Überprüfen Sie die Kuhn-Tucker-Bedingungen.

(10 Punkte)

Viel Erfolg!