

KFK Operations Research I

Endtest am 31. 1. 2007

Andrea Gaunersdorfer

1. Lösen Sie das folgende LP mit Hilfe der Zweiphasenmethode:

$$Z = 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$$

u.d.NB

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(8 Punkte)

2. Ein Unternehmen fertigt drei Produkte, wozu zwei Ressourcen R_1 und R_2 benötigt werden. Zur Maximierung des Deckungsbeitrags ist folgendes LP zu lösen:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$$

u.d.NB

$$R_1 : 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 25$$

$$R_2 : 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 20$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Dabei bezeichnen x_1, x_2, x_3 die produzierten Menge der drei Produkte. Eine Optimierung mit dem Simplexverfahren ergab folgendes Tableau:

B	L	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2
x_1	$\frac{5}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
x_3	3	0	1	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$
Z	17	0	2	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$

- (a) Für welche Deckungsbeiträge von Produkt 2 bleibt die Lösung optimal?
- (b) Führen Sie eine Sensitivitätsanalyse bzgl. der Kapazitätsbeschränkung von R_1 durch. Für welche Werte der Restriktionskonstanten bleibt die Lösung optimal?
- (c) Es wird überlegt, ein weiteres Produkt einzuführen. Zur Herstellung einer EH dieses Produkts werden 3 EH von R_1 und 5 EH von R_2 benötigt. Der Deckungsbeitrag des Produkts beträgt 4 GE.
Ist es optimal das Produkt zu erzeugen?
- (d) Angenommen, es wird eine dritte Ressource R_3 für die Herstellung der drei Produkte benötigt. Die zusätzliche Ressourcenbeschränkung lautet:
- (1) $R_3 : x_2 + x_3 \leq 10$
- (2) $R_3 : x_2 + x_3 \leq 2$

Untersuchen Sie jeweils, ob die derzeitige Lösung optimal bleibt. Ermitteln Sie gegebenenfalls die neue optimale Lösung.

(17 Punkte)

3. Formulieren Sie die Kuhn-Tucker-Bedingungen für das LP aus Aufgabe 2.

Welche Beziehungen bestehen zwischen den Kuhn-Tucker-Bedingungen und dem Dual des LP?

Geben Sie die optimale Lösung des Programms an und interpretieren Sie die Kuhn-Tucker-Bedingungen für die optimale Lösung. **(10 Punkte)**

4. Gegeben ist das folgende Programm:

$$\sqrt{x_1 x_2} \rightarrow \max$$

unter den Nebenbedingungen

$$x_1^2 - x_2 - 1 \leq 0$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Überprüfen Sie, ob es sich um ein reguläres konvexes Programm handelt.

Formulieren Sie die Kuhn-Tucker-Bedingungen und ermitteln Sie die optimale Lösung des Programms. **(15 Punkte)**