KFK Operations Research I

Zwischentest am 1. 12. 2004

A. Gaunersdorfer

Lesen Sie sich die Angabe genau durch!

1. Ein Betrieb kann die Produkte 1 und 2 fertigen, die unterschiedliche Deckungsbeiträge je t bringen. Bei ihrer Fertigung durchlaufen die Produkte die Anlagen A, B und C, deren monatliche Kapazitäten (in h je Monat) begrenzt sind. Beide Produkte benötigen unterschiedliche Fertigungszeiten (in h je t) auf den Anlagen:

Produkt		1	2	Kapazität
Deckungsbeitrag (€ /t)		30	80	(h/Monat)
Fertigungszeit (h/t) auf der Anlage	A	2	4	180
	B	2.4	2.4	160
	C	0.7	3.5	140

(a) Formulieren Sie ein lineares Programm zur Maximierung des Deckungsbeitrags und dessen Dual. **(4 Punkte)**

(b) Im Optimum werden $16\frac{2}{3}$ t von Produkt 1 und $36\frac{2}{3}$ t von Produkt 2 hergestellt.

Ermitteln Sie die optimale Lösung des dualen Programms.

Interpretieren Sie das duale Programm und dessen optimale Lösung.

(10 Punkte)

(c) Formulieren Sie die zusätzlichen Restriktionen, wenn folgende Einschränkungen zu beachten sind:

Von Produkt 1 sollen mindestens 25 t und von Produkt 2 mindestens 10 t hergestellt werden. Zusätzlich sind Höchstmengen von 50 t des Produkts 1 und von 32 t des Produkts 2 vorgeschrieben.

Handelt es sich bei diesem Programm um ein spezielles Maximumproblem bzw. lässt es sich in ein spezielles Maximumproblem transformieren? (Begründung!) Wenn ja, schreiben Sie das spezielles Maximumproblem an. Wenn nein, warum nicht?

(6 Punkte)

2. Betrachten Sie das folgende lineare Programm:

$$Z = 2x_1 + 3x_2 \to \max$$

u.d.NB:

$$\begin{aligned} 10x_1 + 20x_2 &\leq 100 \\ 3x_1 + x_2 &\leq 15 \\ x_1 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Eine Optimierung mittels Simplexverfahren ergab folgendes Endtableau:

B	L	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	Z
x_2	$\frac{7}{2}$	0	1	$\frac{1}{20}$	0	$-\frac{1}{2}$	0
y_2	$\frac{5}{2}$	0	0	$-\frac{1}{20}$	1	$-\frac{5}{2}$	0
x_1	3	1	0	0	0	1	0
Z	$\frac{33}{2}$	0	0	$\frac{3}{20}$	0	$\frac{1}{2}$	1

(a) Was versteht man unter einer Basislösung bzw. einer zulässigen Basislösung? Wie lassen sich die Basislösungen geometrisch interpretieren?

Definieren Sie die Begriffe Basisvariable und Nicht-Basisvariable.

Ermitteln Sie alle Basislösungen des gegebenen linearen Programms. Welche Basislösungen sind zulässig, welche unzulässig?

(8 Punkte)

(b) Wie lautet die optimale Lösung, sowie die zugehörige Basismatrix und deren Inverse? Wie lautet die optimale Lösung des dualen Programms?

Sind die optimalen Lösungen des Primals bzw. des Duals eindeutig, sind sie degeneriert? (Begründung!)

(5 Punkte)

(c) Überprüfen Sie rechnerisch ohne Anwendung des Simplexverfahrens, ob die Lösung optimal und zulässig bleibt, wenn

i. sich der Zielfunktionskoeffizient von x_2 auf 4 ändert;
ii. sich die Restriktionskonstante der zweiten Nebenbedingung auf 13 ändert;
iii. sich die Restriktionskonstante der dritten Nebenbedingung auf 4 ändert.

Ermitteln Sie gegebenenfalls die neue(n) optimale(n) Lösung(en). Berechnen Sie, wenn nötig, das neue optimale Simplextableau. *(Führen Sie die Rechnungen nur soweit durch, wie es nötig ist, um die optimale Lösung zu erkennen. Es ist nicht notwendig, das komplette Endtableau zu berechnen.)*

Sind die Lösungen primal und dual eindeutig? (Begründung!)

Bei Nichteindeutigkeit der Lösung sind *alle* optimalen Lösungen sowohl des Primals als auch des Duals zu ermitteln.

(17 Punkte)

Viel Erfolg!