

# Quantengravitation und das Problem der Zeit

Franz Embacher

<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/>

Fakultät für Physik der Universität Wien

Text für die Ausstellung „Keine ZEIT“

G.A.S.-station, 8. Oktober 2011 – 4. Februar 2012, Berlin

<http://www.2gas-station.net/>

Ereignisse treten gewöhnlich **zu einer bestimmten Zeit** ein. Das ist auch in der Physik nicht anders. Zumindest wenn ein fundamentales Problem ignoriert wird – das der Vereinigung der Gravitation mit der Quantentheorie.

## **Die Quantentheorie**

---

Die **Quantentheorie** wird heute erfolgreich auf alle fundamentalen Wechselwirkungen außer der Schwerkraft angewandt. Einer ihrer charakteristischen Züge besteht darin, dass sie für den Ausgang einer Messung nur **Wahrscheinlichkeitsaussagen** macht. Meist wird dies dahingehend interpretiert, dass Messgrößen keine fixen Werte haben (sie sind *unbestimmt* oder *unscharf* – daher auch die Bezeichnung *Unschärferelation*), d.h. dass der Ausgang einer Messung tatsächlich *noch nicht feststeht*, bevor sie durchgeführt wird. Wahrscheinlichkeitsaussagen werden nach dem Schema

„Die Wahrscheinlichkeit, bei einer zur Zeit  $t$  durchgeführten Messung der Messgröße  $A$  den Wert  $a$  zu erhalten, ist soundso groß“

gemacht. Die Wahrscheinlichkeiten ergeben sich in der Quantentheorie aus den **Wellenfunktionen**, die – wie ihr Name sagt – Welleneigenschaften haben. Wie andere Wellen auch, stellt eine Wellenfunktion zu jedem Zeitpunkt ein räumliches Muster dar – ähnlich einer Wasserwelle, die zu jeder im Voraus bestimmten Zeit fotografiert und damit festgehalten werden kann. So gesehen, wird ein physikalisches System zu jedem Zeitpunkt durch eine bestimmte Wellenfunktion beschrieben. Physiker und Physikerinnen verbringen viel Zeit damit, derartige Wellenfunktionen zu berechnen. Sie erhalten dann Resultate der Form

„Zu Zeit  $t$  ist die Wellenfunktion durch dies und jenes gegeben“,

wobei „dies und jenes“ für mathematische Ausdrücke steht, die uns jetzt nicht zu interessieren brauchen. Aus der Wellenfunktion *zu einer gegebenen Zeit* wird dann die Wahrscheinlichkeit für die möglichen Ausgänge einer Messung, die *zu dieser Zeit* durchgeführt wird, berechnet.

Wellenfunktionen beziehen sich beispielsweise auf den Ort eines Elektrons in einem Atom, auf komplexere Systeme wie die Orte vieler Elektronen in einem Molekül (wodurch die Bindungskräfte, die Atome und Moleküle zusammenhalten, erklärt werden) oder auf den Ort, an dem ein Lichtquant

auf einem Bildschirm auftreffen wird. Die berühmte **Schrödingergleichung** dient dazu, aus der Wellenfunktion zu einer *gegebenen* Zeit die Wellenfunktion zu einer *späteren* Zeit zu berechnen.

## ***Die Allgemeine Relativitätstheorie***

---

Die moderne Theorie der Gravitation (d.h. der Schwerkraft) ist die **Allgemeine Relativitätstheorie**. Die berücksichtigt die Quantentheorie nicht und wird daher eine *klassische Theorie* genannt. Unter anderem sagt sie voraus, dass der Gang einer Uhr von der Entfernung zu den Massen abhängt, die sich in ihrer Nähe befinden. Die Erde ist eine solche Masse. Eine Uhr im Keller geht langsamer als eine Uhr am Dach. Diese – zunächst rein theoretisch gewonnene – Erkenntnis Albert Einsteins wurde mittlerweile auch experimentell bestätigt, unter anderem durch das korrekte Funktionieren der GPS-Satellitenavigation, bei der dieser Effekt berücksichtigt wird.

Das bedeutet, dass **der Zeitfluss nicht von vornherein gegeben ist**. Er wird gewissermaßen von den Massen verursacht (oder zumindest mitverursacht). Man spricht davon, dass Materie einerseits die „Geometrie der Raumzeit“ beeinflusst, indem sie diese „krümmt“, und andererseits die Krümmung der Raumzeit als Schwerkraft „spürt“. Auf diese Weise erklärt die Allgemeine Relativitätstheorie die Schwerkraft als einen Aspekt der Geometrie der Raumzeit. Auch Längen erleiden ein ähnliches Schicksal wie der Zeitfluss – so ist beispielsweise das Verhältnis zwischen Kreisumfang und Kreisdurchmesser in der Nähe schwerer Massen anders als wir es in der Schule gelernt haben –, aber wir wollen uns hier auf die Zeit konzentrieren.

## ***Wieso es noch keine Theorie der Quantengravitation gibt***

---

Die Physik kennt vier fundamentale Wechselwirkungen, von denen drei (die elektromagnetische, die starke und die schwache) durch Theorien beschrieben werden, die die Quantentheorie berücksichtigen. Daher ist es naheliegend, auch auf die vierte, die Gravitation, die Prinzipien der Quantentheorie anzuwenden, um eine **Quantentheorie der Gravitation** zu finden. Eine solche Theorie würde uns über den Ursprung des Universums, über das Verdampfen Schwarzer Löcher und über die Natur von Raum und Zeit mehr sagen, als wir heute zu wissen glauben. Aber mit einem solchen Unterfangen handelt man sich sogleich ein großes Problem ein!

Skizzieren wir dieses Problem: Die Quantentheorie kann – wie oben beschrieben – Aussagen der Form

„Zu Zeit  $t$  ist die Wellenfunktion durch dies und jenes gegeben“

machen. Worauf könnte sich eine Wellenfunktion in einer Theorie der Quantengravitation beziehen? Die zentrale physikalische Gegebenheit, mit der sich die Allgemeine Relativitätstheorie beschäftigt, ist die Geometrie der Raumzeit, die festlegt, welche Zeiten zwischen Ereignissen vergehen und welche räumlichen Abstände zwischen ihnen liegen (ganz ähnlich, wie die „Geometrie der Zeichenebene“, die wir aus der Schule kennen, die in Kreisen, Dreiecken usw. auftretenden Entfernungen und ihre Beziehungen festlegt). Die Wellenfunktionen der Quantengravitation beziehen sich also zunächst auf die Geometrie der Raumzeit. In weiterer Folge sollten sie aber so ziemlich *jede* physikalische Größe beschreiben können, denn eine Theorie der Quantengravitation

würde es uns – zumindest im Prinzip – erlauben, die *gesamte* physikalische Natur quantentheoretisch zu behandeln.

Betrachten wir als Beispiel folgenden Versuchsaufbau: Ein Körper beginnt zu einem Zeitpunkt, dem wir den Wert 0 zuweisen, zu fallen. Wo befindet er sich zu einem späteren Zeitpunkt  $t$ ?

- In der *klassischen* und *nichtrelativistischen Physik* wird diese Frage durch Galileo Galileis Fallgesetz beantwortet (das Sie vielleicht aus der Schule in der Form

$$\text{durchfallene Strecke} = \frac{1}{2} \cdot \text{Erdbeschleunigung} \cdot t^2$$

in Erinnerung haben).

- Nun die traditionelle *quantentheoretische Behandlung*: Wird die Geometrie der Raumzeit als vorgegeben und ein für alle Mal fixiert betrachtet, so beantwortet die Quantentheorie die Frage durch die Angabe einer Wellenfunktion, aus der sich die Wahrscheinlichkeiten ergeben, den fallenden Körper zu einer späteren Zeit  $t$  an verschiedenen Orten zu finden. Die Unschärfe des Ortes wird immer größer, so dass der Körper im Gegensatz zur klassischen Behandlung zu einer späteren Zeit gewissermaßen über mehrere Orte „verschmiert“ ist. Erst im Augenblick der Messung reduziert sich diese Unbestimmtheit auf den Wert, den die Messung ergeben hat. (Das ist für makroskopische Körper in der Praxis ein vernachlässigbar kleiner Effekt, aber es geht uns hier ums Prinzipielle).

Nun besagt die Allgemeine Relativitätstheorie, wie oben beschrieben, dass der Zeitfluss von Massen beeinflusst wird. Der Gang einer Uhr, die in der Nähe eines fallenden Körpers platziert ist, hängt davon ab, wie nahe ihr dieser Körper kommt. Aber wie nahe kommt er ihr, wenn er über ein ganzes Raumgebiet verschmiert ist? Wenn *der Zeitfluss selbst unbestimmt* ist, wie kann dann ein Zeitpunkt *vorgegeben* werden? Darin besteht das Problem: Eine Aussage der Art

„Zu Zeit  $t$  ist die Wellenfunktion des fallenden Körpers durch dies und jenes gegeben“

ist in einer Theorie der Quantengravitation **grundsätzlich nicht möglich**, da *vor* der Ortsmessung nicht festgelegt ist, was die Formulierung „zur Zeit  $t$ “ überhaupt bedeutet! Wir sehen also, dass **die traditionelle Quantentheorie eine Struktur voraussetzt, die in einer Quantentheorie der Gravitation nicht existiert**: die A-Priori-Angabe einer Zeit, zu der eine bestimmte Messung durchgeführt wird. Eine Theorie der Quantengravitation wird also offenbar das, was wir bislang unter „Quantentheorie“ verstehen, in irgendeiner Weise modifizieren müssen.

Halten wir uns das Problem noch einmal vor Augen: Generell macht eine Aussage, die mit

„Zur Zeit  $t$  ist ...“

beginnt, nur Sinn, wenn bekannt ist, wie weit die Massen, die es im betrachteten System gibt, von der Uhr, die diese Zeit angeben soll, entfernt sind. Genau das ist aber in einer Theorie der Quantengravitation *vor* der Messung *nicht* bekannt. Schlimmer: es ist nicht nur unbekannt, es steht überhaupt nicht fest – es ist *unbestimmt*! Eine konkrete Zeitangabe kann also nicht *vor* einer Messung festgelegt werden! So erweist sich, dass die Quantentheorie und die Allgemeine Relativitätstheorie nicht recht zueinander passen.

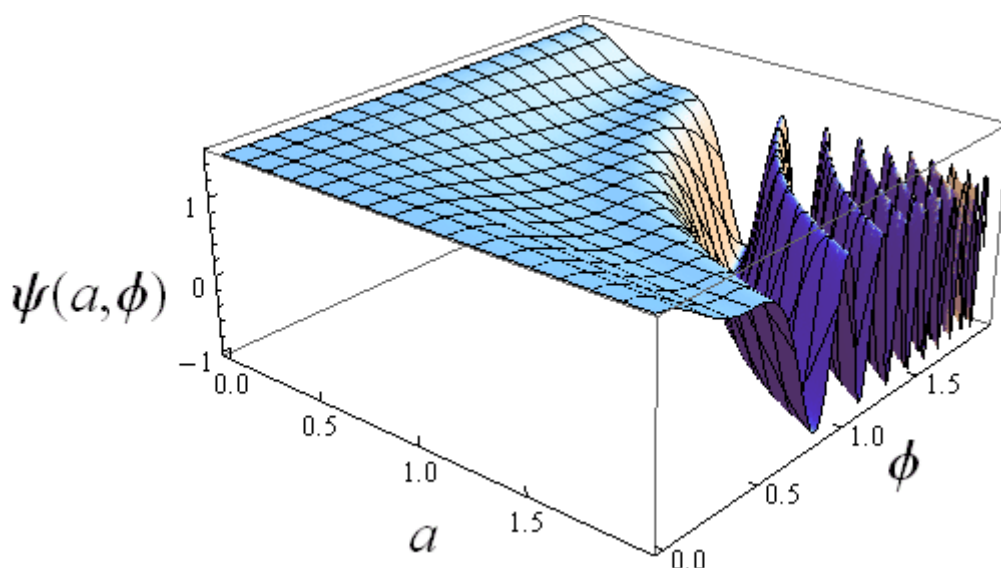
Erschwerend kommt dazu, dass in einer Quantentheorie der Gravitation die Geometrie der Raumzeit (gewissermaßen von sich aus) ebenso unbestimmt sein sollte wie der Ort eines Teilchens. Wir sprechen auch von „Quantenfluktuationen“, um diese Unbestimmtheit zu benennen. Die Quantenfluktuationen der Geometrie der Raumzeit stellen eine weitere Quelle der Unbestimmtheit des Zeitflusses *vor* einer Messung dar, selbst wenn keine Massen in der Nähe sind. Das Problem hat auch einen offiziellen Namen – es heißt schlicht „**das Problem der Zeit**“.

## ***Die Wheeler-DeWitt-Gleichung und die Wellenfunktion des Universums***

---

Natürlich kann man trotz dieses Problems versuchen, eine Quantentheorie der Gravitation zu finden. Man kann ja versuchen, die Regeln der Quantentheorie, so wie sie sich bei den anderen Wechselwirkungen bewährt haben, stur (also „formal“ oder „rein mathematisch“) anzuwenden, zunächst die auftretenden physikalischen Widersprüche zu ignorieren und zu sehen, was dabei herauskommt. Genau das haben John Archibald Wheeler und Bryce DeWitt in den Sechziger Jahren gemacht. Herausgekommen ist eine nach ihnen benannte Gleichung, die eigentlich die Rolle der Schrödingergleichung spielen sollte. Aber es stellte sich heraus, dass es in ihr **keine Zeit** gibt! Wenn wir sie – in Gedanken – auf alles Physikalische anwenden, was es in der Welt gibt, so sollte sie ein Rezept darstellen, um die „**Wellenfunktion des Universums**“ zu berechnen. Aber in diesem Rezept wird von der Zeit nicht gesprochen, und auch in der Wellenfunktion kommt die Zeit als Variable nicht vor. Ansonsten müssten wir an ihr eigentlich nichts vermissen. Theoretisch enthält sie buchstäblich alles – und nicht nur alles, was ist, sondern auch alles, was sein könnte, alle Dinge, die seit dem Urknall entstanden sind oder entstehen hätten können – nur fehlt in ihr leider jeder Hinweis darauf, dass es so etwas wie eine Zeit gibt.

Hier die grafische Darstellung einer Lösung der Wheeler-DeWitt-Gleichung in einem krass vereinfachten Weltmodell:



Dabei steht  $a$  für die Größe des Universums (das Sie sich ähnlich wie eine Kugeloberfläche vorstellen können, nur in einer höheren Dimension), und  $\phi$  ist eine Variable, die die Materie repräsentiert.

Jedem Paar  $(a, \phi)$  entspricht ein Punkt in der Ebene, und zu jedem solchen Punkt ist in vertikaler Richtung der Wert  $\psi(a, \phi)$  der Wellenfunktion aufgetragen. Nach herkömmlichen quantentheoretischen Maßstäben sollte sich aus ihr eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Größen  $a$  und  $\phi$  zu einer bestimmten Zeit ergeben. Es müsste sich also *für jeden Zeitpunkt* ein Bild wie das obige ergeben, und all diese Bilder könnten wir uns – wie einen Film – hintereinander angezeigt denken. Dann gäbe es verschiedene Entwicklungsmöglichkeiten, die jeweils mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit eintreten würden. Eine Lösung der Wheeler-DeWitt-Gleichung besteht aber nicht aus einer Reihe solcher Bilder, sondern nur aus *einem einzigen!*

Wie sollen wir Wellenfunktionen dieser Art physikalisch deuten? Enthält die Wheeler-DeWitt-Gleichung den Zeitfluss, der an sich ja eine elementare Tatsache unserer Erfahrung ist, vielleicht in irgendeiner versteckten Form? Sagt uns die „Zeitlosigkeit“ der Wellenfunktion, dass die **Zeit kein fundamentales Konzept** ist? Eine Variante, die eine Zeitlang diskutiert worden ist, besteht – auf die oben dargestellte vereinfachte Wellenfunktion bezogen – darin, dem gerippten Bereich „Bahnen“ zuzuschreiben, die quer zu den Bergen und Tälern verlaufen und verschiedenen zeitlichen Entwicklungsmöglichkeiten des Universums und der in ihm enthaltenen Materie entsprechen. Die **Zeit** wäre dann ein **näherungsweise Konzept**, das nur in manchen Teilen des „Raums aller Möglichkeiten“ Sinn macht.

Leider krankt die Wheeler-DeWitt-Gleichung – zusätzlich zu den Problemen, die sie der physikalischen Interpretation entgegenstellt – an schwerwiegenden mathematischen Problemen, die es in komplexeren Modellen sehr schwierig machen, eine Wellenfunktion des Universums überhaupt zu berechnen. In der vollen Version – unter Berücksichtigung aller möglichen physikalischen Freiheitsgrade – ist sie nicht einmal mathematisch wohldefiniert. So blieb es bisher bei etlichen (sehr aufwändigen) Versuchen und zahlreichen Spekulationen. Sie haben (noch) nicht zu einer konsistenten Theorie geführt, die alle möglichen Beobachtungstatsachen unter Einschluss der Gravitation zumindest auf einer prinzipiellen Ebene beschreiben kann.

Trotz der Verschiedenartigkeit der Lösungsansätze stimmen die meisten in diesem Gebiet arbeitenden Physiker und Physikerinnen in einem Punkt überein: Nach den Revolutionen der Quantentheorie und der Relativitätstheorie vor nunmehr etwa 100 Jahren, die das bis dahin geltende Weltbild gründlich auf den Kopf gestellt haben, wird die gesuchte, noch unbekannte Quantentheorie der Gravitation unsere Auffassung von Raum, Zeit, Materie und Realität ein weiteres Mal umkrempeln – vielleicht radikaler, als wir uns das heute vorstellen können.