

Was ist der Thirring-Lense-Effekt?

Franz Embacher¹
November 2004

Isaac Newton beschrieb 1687 in seiner *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* die Trägheit als ein Phänomen, das die Bewegung von Körpern auf den absoluten Raum bezieht. Hinsichtlich der Drehbewegung illustrierte er seinen Standpunkt mit Hilfe des berühmten Eimer-Versuchs: Die Rotation eines Eimers verursacht Zentrifugalkräfte, die das in ihm befindliche Wasser an den Wänden hochdrücken und die Wasseroberfläche wölben, da sie relativ zum absoluten Raum stattfindet..

Knapp zweihundert Jahre später, im Jahr 1883, formulierte **Ernst Mach** in seinem Werk *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt* die bis dahin radikalste Überwindung des Newtonschen Standpunkts: Das Konzept des absoluten Raums ist als unphysikalisch abzulehnen. Für Mach ist die Trägheit ein Phänomen, das die Bewegung von Körpern auf die Verteilung und Bewegung *aller* Körper im Universum bezieht. Dieser Standpunkt ist als „Machsches Prinzip“ bekannt geworden. Nach ihm treten die Zentrifugalkräfte im rotierenden Eimer als Folge einer Drehbewegung relativ zum Rest des Universums auf. Könnte man die gesamte Materie im Universum mit Ausnahme eines Eimers um eine Achse drehen, so müsste sich die Wasseroberfläche ebenfalls wölben – diese Situation wäre physikalisch vom rotierenden Eimer im nichtrotierenden Universum nicht zu unterscheiden. Ein interessanterer Fall ergäbe sich, wenn nur ein *Teil* des Universums rotiert – beispielsweise ein sehr *massiver* Eimer, dessen Wände, nach Mach, „einige Meilen dick“ wären: Es müsste zu einer Abschwächung der Zentrifugalkräfte kommen, da diese ja, wenn der Eimer schließlich das gesamte Universum umfasste, gänzlich verschwunden wären. Daher wäre zu erwarten, dass der „nichtrotierende Zustand“ in der Nähe einer rotierenden Masse von dieser in einem geringen Ausmaß mitgedreht wird. So sollte die Schwingungsebene eines Foucaultschen Pendels oder die Achse eines kräftefrei aufgehängten Kreisels ein klein wenig von der Erde „mitgeführt“ werden. Hypothetische Phänomene dieser Art werden seither *Machsche Effekte* genannt. Da die Newtonsche Gravitationstheorie keine derartigen Effekte voraussagt, hatte Mach jedoch keine Möglichkeit, deren Größenordnung abzuschätzen.

Eine solche Möglichkeit kam erst mit **Albert Einsteins** im Jahr 1915 veröffentlichter Allgemeiner Relativitätstheorie in Sichtweite. Einstein identifizierte die Gravitation mit der Geometrie der Raumzeit. Was ein Inertialsystem ist – und was daher der „nichtrotierende Zustand“ ist –, wird nicht von vornherein festgelegt, sondern bestimmt sich als innere Eigenschaft dieser Geometrie. Die Geometrie wird ihrerseits über die Einsteinschen Feldgleichungen, dem Kernstück der Theorie, von der Materie bestimmt. Damit bestand die Möglichkeit, dass die Verteilung und Bewegung der Materie im Machschen Sinne die Trägheitseigenschaften der Körper beeinflusst.

Der Beweis, dass die neue Theorie tatsächlich Machsche Effekte voraussagt, wurde drei Jahre später in der Arbeit *Über die Wirkung rotierender ferner Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie*² des Wiener Physikers **Hans Thirring** erbracht. Thirring betrachtete das von einer rotierenden massiven Hohlkugel erzeugte Gravitationsfeld. Nach der Newtonschen Theorie wäre es nicht von jenem zu unterscheiden, das eine nichtrotierende Hohlkugel erzeugt. Insbesondere müsste der Innenraum ein gegenüber dem Außenraum statisch fixiertes Inertialsystem darstellen. Thirring fand heraus, dass Einsteins Theorie in der Tat einen Effekt der Rotation auf die Trägheitsverhältnisse im Innenraum voraussagt: Der Innenraum wäre demnach (näherungsweise) ein Inertialsystem, das gegenüber dem

¹ Institut für Theoretische Physik der Universität Wien. E-mail: fe@ap.univie.ac.at.

² Phys. Zeitschr. 19, 33 (1918); Erratum: Phys. Zeitschr. 22, 19 (1921).

Außenraum (aber langsamer als dieser) rotiert – ganz, wie es Mach erwartet hätte. Thirring konnte auch die Größe des Effekts angeben: Ist R der Radius der Hohlkugel, M ihre Masse und Ω ihre Winkelgeschwindigkeit, so wird der Innenraum mit einer Winkelgeschwindigkeit ω mitgeführt, die durch die Beziehung

$$\frac{\omega}{\Omega} = \frac{2 R_S}{3 R}$$

gegeben ist. Dabei ist $R_S = 2GM / c^2$ der Schwarzschildradius der Hohlkugel. Hätte die Hohlkugel dieselbe Masse wie die Erde, so wäre $R_S = 0.9\text{cm}$, was die Kleinheit des Effekts illustriert. Auch außerhalb der Hohlkugel erfahren lokale Inertialsysteme eine Mitführung vom Machschen Typ (Fig. 1).

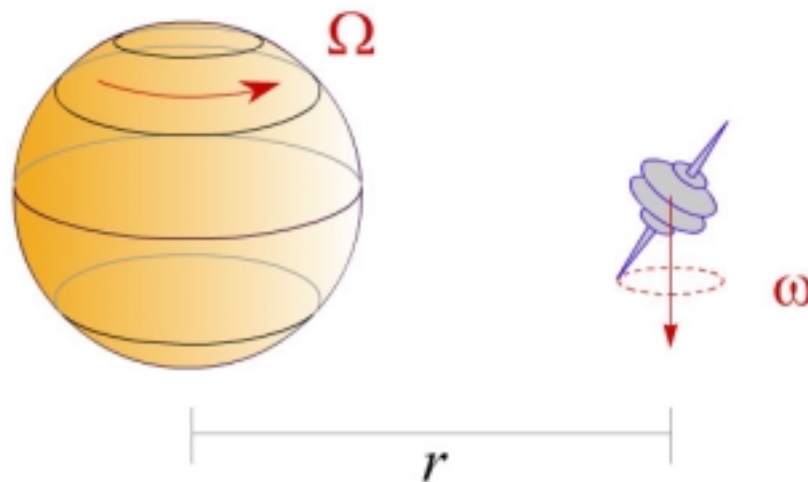


Fig. 1

Ein außerhalb der Hohlkugel in der Äquatorebene in der Entfernung r vom Mittelpunkt kräftefrei aufgehängter Kreisel präzediert mit einer Winkelgeschwindigkeit ω , die durch

$$\frac{\omega}{\Omega} = -\frac{1}{3} \frac{R_S}{R} \left(\frac{R}{r} \right)^3$$

gegeben ist. Die Stärke Machscher Effekte nimmt demnach mit der dritten Potenz der Entfernung ab.

Im selben Jahr 1918 studierte Hans Thirring gemeinsam mit dem Wiener Astronomen und Mathematiker **Joseph Lense** das realistischere Problem einer rotierenden Vollkugel³. Neben den bereits von der Hohlkugel bekannten Mitführungseffekten auf Kreiseln (die für die Vollkugel von der gleichen Größenordnung sind) konnten Thirring und Lense zeigen, dass die Bahnebene eines Satelliten eine von der Bewegung des Zentralkörpers herrührende Rotation erfährt (Fig. 2).

³ J. Lense und H. Thirring: *Über den Einfluss der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Relativitätstheorie*, Phys. Zeitschr. 19, 156 (1918).



Fig. 2

Nach der Newtonschen Theorie (links) wirkt sich die Rotation eines Zentralkörpers nicht auf die Bahn eines Satelliten aus.

Nach der Allgemeinen Relativitätstheorie (rechts) erfährt die Bahnebene eine Mitführung, die sich in einer langsamen Wanderung des „aufsteigenden Knotens“ äußert. Für einen erdnahen Satelliten beträgt dieser Effekt 0.26 Bogensekunden pro Jahr.

Mit den Arbeiten von Thirring und Lense war bestätigt, dass die Allgemeine Relativitätstheorie zwei Typen Machscher Effekte voraussagt: die Mitführung lokaler Inertialsysteme (d.h. die Präzession kräftefrei aufgehängter Kreisel) und Mitführung der Bahnebenen von Satelliten. Sie sind unter dem gemeinsamen Namen **Thirring-Lense-Effekt** bekannt. Vierzig Jahre lang galten sie als unbeobachtbar klein.