

## Extremwertaufgaben

- E 1. Aus einem rechteckigen Karton mit 16 cm Länge und 10 cm Breite werden an den Ecken gleich große Quadrate ausgeschnitten. Aus dem Rest wird eine Schachtel gebildet. Wie muss man die Seitenlänge der auszuschneidenden Quadrate wählen, damit eine Schachtel von größtem Rauminhalt entsteht?  
Skizziere den Graphen jener Funktion, deren Maximum gesucht wird!
- E 2. Welche Abmessungen (Radius und Höhe) muss man einem Kochtopf von (i) 1 Liter (ii)  $V$  Liter Fassungsvermögen geben, damit zu seiner Herstellung möglichst wenig Material erforderlich ist? (Skizziere den Graphen jener Funktion, deren Minimum gesucht wird!)
- E 3. Wie soll man eine zylindrische Konservenbüchse von (i) 1 Liter (ii)  $V$  Litern Inhalt dimensionieren, damit zu ihrer Herstellung möglichst wenig Blech gebraucht wird? (Skizziere den Graphen jener Funktion, deren Minimum gesucht wird!)
- E 4. Eine Strecke von gegebener Länge  $s$  ist so in zwei Teile zu teilen, dass das Produkt der Längen der beiden Teilstrecken möglichst groß wird.
- E 5. Von einem Rechteck ist der Umfang (i)  $u = 24$  cm (ii)  $u$  gegeben. Wie sind die beiden Seitenlängen zu wählen, damit der Flächeninhalt des Rechtecks maximal wird?  
Skizziere den Graphen jener Funktion, deren Maximum gesucht wird!
- E 6. Aus einem quadratischen Stück Blech mit der Seitenlänge  $s$  soll durch Ausschneiden von quadratischen Ecken der Länge  $x$  und Aufbiegen der entstehenden Seitenwände eine oben offene Schachtel gebaut werden. Wie groß muss die Länge  $x$  gewählt werden, damit das Volumen der Schachtel möglichst groß wird?  
Skizziere den Graphen jener Funktion, deren Maximum gesucht wird!
- E 7. In einer Schule soll ein Getränkeautomat aufgestellt werden. Man weiß, dass der Absatz bei einem Preis von 80 Cent pro Dose 200 Stück pro Tag beträgt. Weiters weiß man, dass die Nachfrage sich bei 10 Cent Preisänderung um 50 Stück ändert. (Wird der Preis z.B. auf 90 Cent erhöht, so sinkt der Absatz auf 150 Stück.). Es wird angenommen, dass der Absatz linear vom Preis abhängt.
- (a) Skizziere den Graphen der Nachfragefunktion!
  - (b) Wieviele Dosen können maximal pro Tag abgesetzt werden?
  - (c) Ab welchem Preis können keine Dosen mehr verkauft werden?
  - (d) Skizziere den Graphen jener Funktion, die die täglichen Einnahmen in Abhängigkeit vom Preis angibt!
  - (e) Für welchen Preis werden die Einnahmen maximal?
- E 8. Eine Sportanlage hat die Form eines Rechtecks mit Halbkreisen an den Breitseiten. (Siehe Skizze) Die Laufbahn mit 400 Metern Länge bildet die Umrandung der Sportanlage.



Wie sind Länge und Breite des Rechtecks in der Mitte zu wählen, damit dieses Rechteck maximalen Flächeninhalt hat?

Skizziere den Graphen jener Funktion, deren Maximum gesucht wird!

E 9. Von einem Haus inmitten der verschneiten Landschaft beträgt der senkrechte Abstand zu einer geradlinigen Straße 6 km und von dort zum nächsten Dorf an der Straße 10 km. Ein Fußgänger legt im hohen Schnee bis zur Straße 4 km/h, auf der Straße dagegen 5 km/h zurück.

Welchen Punkt auf der Straße (Abstand vom Dorf) muss er anstreben, wenn die Entfernung vom Haus zum Dorf in der kürzesten Zeit zurückgelegt werden soll?

Skizziere den Graphen jener Funktion, deren Minimum gesucht wird!

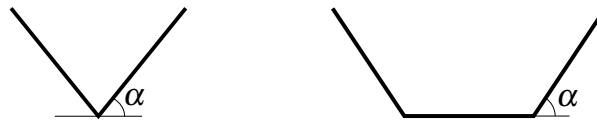
E 10. In einer rechteckigen Fabrikshalle mit 80 m Länge und 45 m Breite befinden sich die Arbeitsstellen *A* bzw. *B* an den gegenüberliegenden Schmalseiten der Halle. Die Arbeitsstelle *A* ist 15 m und die Arbeitsstelle *B* ist 25 m von derselben Längsseite entfernt.

An welcher Stelle dieser Längswand ist die Materialausgabestelle einzurichten, wenn die Summe der Wege zu den beiden Arbeitsstellen ein Minimum sein soll?

Skizziere den Graphen jener Funktion, deren Minimum gesucht wird!

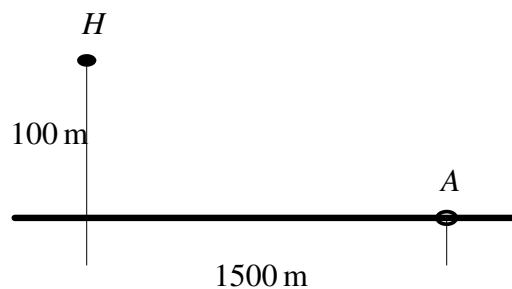
E 11. Aus (i) zwei Brettern (ii) drei Brettern mit gleicher Breite *b* soll eine Rinne von größtmöglichem Querschnitt hergestellt werden. Wie ist der Neigungswinkel  $\alpha$  jeweils zu wählen?

Skizziere den Graphen jener Funktion, deren Maximum gesucht wird!



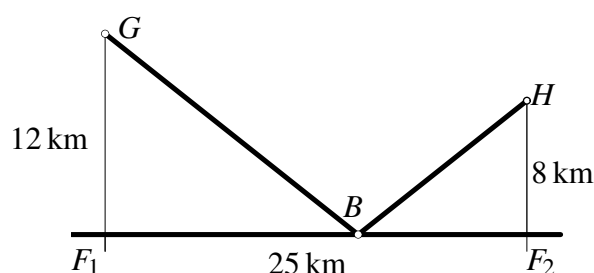
E 12. Ein Haus liegt 100 m entfernt von einer geradlinigen Straße, die von einem Fernheizwerk *A* wegführt. Es soll an das städtische Fernheizsystem angeschlossen werden. Der Laufmeter Verlegung kostet längs der Straße 100 €, im Gelände hingegen 140 €. An welcher Stelle (Entfernung von *A*) muss die Abzweigung erfolgen, damit die Kosten minimal werden?

Skizziere den Graphen jener Funktion, deren Minimum gesucht wird!



E 13. Zwei Dörfer *G* und *H* liegen 12 km bzw. 8 km entfernt von einer Eisenbahnlinie. Für die beiden Dörfer soll ein Bahnhof errichtet werden. In welcher Entfernung von  $F_1$  soll der Bahnhof errichtet werden, damit die beiden Zufahrtsstraßen zusammen möglichst kurz sind!

Skizziere den Graphen jener Funktion, deren Minimum gesucht wird!



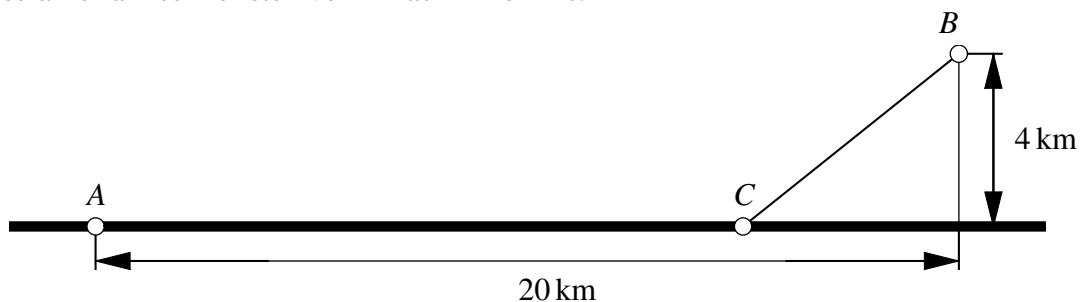
E 14. Ein Draht mit einem Meter Länge soll in zwei Teile geteilt werden. Aus dem ersten Teil wird ein Kreis geformt aus dem zweiten Teil ein Quadrat. Welche Länge müssen die beiden Teilstücke haben, damit die Summe der Flächeninhalte von Kreis und Quadrat

- (a) minimal wird?
- (b) maximal wird?

E 15. Für die Markteinführung einer neuen Zeitschrift wurde eine Studie in Auftrag gegeben um den Zusammenhang zwischen Verkaufspreis und Absatz zu ermitteln. Dabei hat sich gezeigt, dass ein linearer Zusammenhang zwischen Verkaufspreis und verkaufter Stückzahl besteht. Die Verkaufszahl sinkt pro Cent Preiserhöhung um 25 Stück. Bei einem Preis von 1,50 € können 5250 Stück verkauft werden.

- (a) Skizziere die lineare Nachfragefunktion!
- (b) Wieviele Exemplare dieser Zeitschrift können maximal abgesetzt werden?
- (c) Ab welchem Preis wird kein einziges Exemplar mehr gekauft?
- (d) Skizziere den Graphen jener Funktion, die die Einnahmen in Abhängigkeit vom Verkaufspreis angibt!
- (e) Für welchen Verkaufspreis werden die Einnahmen maximal?
  - i. Wie hoch sind die maximalen Einnahmen?
  - ii. Wieviele Exemplare werden in diesem Fall verkauft?
- (f) Die Produktionskosten für eine Ausgabe setzen sich zusammen aus Fixkosten von 5800 € und Druckkosten von 40 Cent pro Exemplar!
  - i. Skizziere den Graphen jener Funktion, die den Gewinn in Abhängigkeit vom Verkaufspreis angibt!
  - ii. Wie muss der Verkaufspreis gewählt werden, damit der Gewinn maximal wird?
  - iii. Wie hoch ist der maximale Gewinn für eine Ausgabe?
  - iv. Wieviele Exemplare werden in diesem Fall verkauft?

E 16. Ein Motocrossfahrer möchte vom Punkt  $A$  zum Punkt  $B$  fahren. Entlang der Straße kann er mit seinem Motorrad mit 80 km/h fahren, querfeldein hingegen nur mit 30 km/h. Berechne, wie weit der Abzweigungspunkt  $C$  von  $A$  entfernt sein muss, damit der Motocrossfahrer am schnellsten von  $A$  nach  $B$  kommt!



E 17. Bestimme von allen Rechtecken mit Umfang  $u = 100$  mm jenes mit der kürzesten Diagonale!