Y 1.1 Unter 20 Teilnehmern einer Party werden drei Preise verlost (erster Preis, zweiter Preis, dritter Preis). Jeder kann nur einen Preis gewinnen. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

Y 1.2 Unter 20 Teilnehmern einer Party werden drei gleiche Preise verlost. Jeder kann nur einen Preis gewinnen. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

Y 1.3 Wie viele Anordnungen gibt es von den Buchstaben des Wortes

a) MISSISSIPPI
b) MOHAMMED
c) NEDWED

Y 1.4 20 Mitglieder eines Vereins wählen einen Vorstand, einen Stellvertreter und einen Kassier. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür.

Y 1.5 10 Leute wollen noch eine Kinokarte. Es gibt noch drei Plätze, sie kosten gleich viel, man kann sitzen wo man will. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die drei Personen aus den zehn Personen auszuwählen?

Y 1.6 10 Leute wollen eine Kinokarte. Es gibt noch drei Plätze, einen zu 4 € einen zu 5 € und einen zu 7 €. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die drei Personen aus den zehn Personen auszuwählen?

Y 1.7 Wie viele Vektoren im dreidimensionalen Raum kann man mit den natürlichen Zahlen $1, 2, \ldots, 10$ bilden?

Y 1.8 Auf einer Party sind 15 Personen eingeladen. Jeder stößt mit jedem die Gläser an. Wie viele „Stöße“ gibt es?

Y 1.9 Wie viele Diagonalen hat ein n-Eck. (Eine Diagonale ist die Verbindung zweier nicht benachbarter Eckpunkte)

Y 1.10 Wie viele sechsstellige Telefonnummern kann man mit den Ziffern $0, 1, 2, \ldots, 9$ bilden?

Y 1.11 Sechsstellige Autonummern sollen in der Weise gebildet werden, dass zuerst drei Buchstaben und dann drei Ziffern folgen. (Beispiel XAA 133). Wie viele verschiedene derartige Nummern sind möglich?

Y 1.12 Wie viele verschiedene, sechsstellige Autonummern kann man mit 3 Ziffern und 3 Buchstaben in beliebiger Reihenfolge bilden?

Y 1.13 20 Personen wollen mit einem Kleinbus fortfahren. Es haben aber nur 16 Personen Platz. Wie viele Möglichkeiten gibt es die 16 Personen auszuwählen.

Y 1.14 Gegeben sind 5 Punkte im Raum. Wie viel Dreiecke kann man bilden, deren Eckpunkte aus den fünf Punkten genommen sind?

Y 1.15 In einem Restaurant gibt es 5 Vorspeisen, 10 Hauptspeisen und drei Nachspeisen . Wie viele Menüs können Sie daraus zusammenstellen, wenn Sie

a) aus jeder Kategorie nur eine Speise wählen dürfen?
b) je zwei verschiedene Vorspeisen und Hauptspeisen und eine Nachspeise wählen dürfen?
c) drei verschiedene Vorspeisen, vier Hauptspeisen und zwei Nachspeisen wählen dürfen?
d) Insgesamt vier Speisen wählen dürfen?

Y 1.16 Student X muss am Vorstudienlehrgang Abschlussprüfungen aus 5 Fächern ableben. Er möchte 3 Fächer zum Februartermin und zwei Fächer zum Märztermin absolvieren. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Fächer für die beiden Termine auszuwählen.

Y 1.17 Ein Lichterkette für einen Christbaum enthält 20 elektrische Kerzen in Hintereinanderschaltung. 2 Kerzen sind gleichzeitig ausgefallen (kaputt). Wie viele Kerzenpaare müssen Sie maximal überprüfen, um die fehlerhaften Kerzen herauszufinden?

Y 1.18 In einem „Running-Sushi-Restaurant“ laufen auf einem Förderband 10 verschiedene Speisen. Zum Preis von 6.90 € darf man sich fünf mal beliebig bedienen, wobei man auch mehrmals dieselbe speise wählen darf. Wie viele Möglichkeiten gibt es.

Y 1.19 An einer Fußballmeisterschaft nehmen 8 Städte teil: Wie viele Spiele gibt es, wenn jede Stadt gegen alle anderen spielt.

Y 1.20 Bei der Fußballweltmeisterschaft gibt es 8 Gruppen mit je 4 Ländern. Innerhalb einer Gruppe spielt zuerst(in der sogenannten Vorrunde) jedes Land gegen alle anderen Gruppenmitglieder. Wie viele Spiele gibt es in der Vorrunde.

Y 1.21 Für 30 Studenten stehen drei Stipendien zu je 1000 € zur Verfügung. Da alle Studenten ungefähr gleiche Leistungen erbringen, müssen die Stipendien zufällig verteilt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?

Y 1.22 Für 30 Studenten stehen je ein Stipendium zu 1000 €, 1500 € und 2000 € zur Verfügung. Da alle Studenten ungefähr gleiche Leistungen erbringen, müssen die drei Stipendien zufällig verteilt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?

Y 1.23 Unter 20 Teilnehmern einer Party werden drei Preise verlost (erster Preis, zweiter Preis, dritter Preis). Da jeder Teilnehmer mehr als drei Lose gekauft hat kann man beliebig viele Preise gewinnen. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

Y 1.24 Unter 20 Teilnehmern einer Party werden drei Preise (je dieselbe Flasche Wein) verlost. Da jeder Teilnehmer mehr als drei Lose gekauft hat kann man beliebig viele Preise gewinnen. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

Y 1.25 Ein Eissalon bietet 20 verschiedene Sorten Eis. Zum Preis von 2 € erhält man vier Kugeln, gleichgültig, welche Sorte. Wie viele Möglichkeiten gibt es, eine solche Portion zusammenzustellen?

Y 1.26 Wie viele Permutationen gibt es vom Wort MISSISSIPPI?

Y 1.27 In einer Urne befinden sich 4 Kugeln mit den Nummern 1,2,3 und 4. Wir ziehen zwei mal mit Zurücklegen. Wie viel Möglichkeiten gibt es, wenn

a) die Reihenfolge der gezogenen Kugeln wichtig ist?
b) die Reihenfolge der gezogenen Kugeln gleichgültig ist?

Y 1.28 Man würfelt drei Mal und schreibt das Ergebnis auf. Wie viele verschiedene Ergebnisse kann man bekommen, wenn

a) die Reihenfolge wichtig ist?
b) die Reihenfolge gleichgültig ist?

Y 1.29 Auf wie viele Arten kann man

a) 5 schwarze und drei weiße Kugeln,
b) 5 schwarze, drei weiße und 2 rote Kugeln in einer Reihe aufstellen.

Y 1.30 Jemand hat noch 3 Münzen zu je 1 €. 5 Bettler bitten ihn um Geld. Wie viele Möglichkeiten hat er, die drei Euro an die Bettler zu verteilen, wenn

a) jeder Bettler höchstens eine Münze bekommen soll?
b) jeder Bettler beliebig viele Münzen (≤ 3) bekommen darf?

Y 1.31 Ein Passwort besteht aus

a) 4 Ziffern und 6 Buchstaben in beliebiger Reihenfolge
b) 4 Ziffern, 6 Buchstaben und drei Sonderzeichen (§,$,&) in beliebiger Reihenfolge

Wie viele Passwörter kann man auf diese Weise bilden?

Y 2.1 Zufallsexperiment ein Mal würfeln: Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

A: Primzahl
B: Ungerade Zahl
C: Höchstens fünf, keine Primzahl!

Y 2.2 Zufallsexperiment: zwei Mal eine Münze werfen: Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

A: zwei gleiche Ergebnisse
B: zwei verschiedene Ergebnisse
C: kein Kopf
D: mindestens ein Kopf
E: höchstens ein Kopf

Y 2.3 Zufallsexperiment: drei Mal Würfeln. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

A: drei gleiche Zahlen

B: nur gerade Zahlen

C: mindestens eine ungerade Zahl

D: Ziffernsumme = 4

Y 2.4 Zufallsexperiment: dreimaliger Münzwurf. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

A: dreimal Kopf

B: dreimal dasselbe

C: genau eine Zahl

D: kein Kopf

E: Mindestens ein Kopf

F: höchstens ein Kopf

Y 2.5 Eine Urne enthält vier Kugeln mit den Nummern 1,2,3,4. Wir ziehen drei Mal mit Zurücklegen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

A: Nur gerade Zahlen

B: nicht die Zahl 3

C: mindestens eine Drei

D: höchstens eine Drei

Y 2.6 Vor ihnen steht eine unbekannte Person. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie heute Geburtstag.

Y 2.7 Vor ihnen steht eine unbekannte Person. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie an einem Sonntag Geburtstag.

Y 2.8 Welche Ereignisse sind Elementarereignisse.

Y 2.9 Unter welcher Bedingung gilt: $p(\text{Ergebnis}) = \frac{1}{|\Omega|}$?

Y 2.10 Unter welcher Bedingung gilt: $p(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$? Wofür steht das Symbol A?

Y 2.11 Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis X sei 60%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis?

Y 2.12 Drei mal würfeln: wie heißen die komplementären Ereignisse von

A: keine Sechs

B: höchstens zwei Sechsen

C: mindestens eine Sechs

D: alle Zahlen gleich

Y 3.1 Entwickeln Sie eine Formel für

a) $p(A+B+C) =$

b) $p(A+B+C+D) =$

Y 3.2 In einer Urne sind drei weiße und zwei schwarze Kugeln. Wir ziehen dreimal ohne Zurücklegen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

A: Die zweite Kugel ist schwarz unter der Bedingung, dass die erste Kugel schwarz war!

B: Die zweite Kugel ist schwarz unter der Bedingung, dass die erste Kugel weiß war!

C: Die dritte Kugel ist schwarz unter der Bedingung, dass die beiden ersten schwarz waren!

D: Die dritte Kugel ist weiß unter der Bedingung, dass die beiden ersten schwarz waren

E: Die dritte Kugel ist schwarz unter der Bedingung, dass die erste schwarz und die zweite weiß war.

F: Es kommt genau ein schwarze Kugel

Y 3.3 Experiment: Dreimal Würfeln.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:
   A: Drei Sechsen
   B: Drei gleiche Ziffern
   C: genau zwei gleiche Ziffern
   D: Verschiedene Ziffern

b) Wie oft muss man würfeln, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine 6 zu bekommen, größer als $\frac{1}{2}$ ist?

Y 3.4 Die Tabelle zeigt Häufigkeiten für bestimmte Merkmale bei Informatik-Studenten:

Erfolg \ Universität	UNI	WU	TU	gesamt
positiv	300	400	100	800
negativ	200	100	200	500

Von den insgesamt 1300 Studenten werden einige zu einem Interview eingeladen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse für einen eingeladenen Studenten:

a) er ist positiv
b) er kommt von der TU
c) er studiert an der Uni und ist negativ
d) ein WU-Student ist positiv
e) ein positiver Student kommt von der WU
f) ein negativer Student kommt von der WU oder der TU
g) ein Student, der von der UNI oder WU kommt ist positiv

Y 3.5 Experiment: Aus einer Urne mit drei schwarzen und vier roten Kugeln wird ohne Zurücklegen gezogen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

A: Bei drei Zügen sind alle Kugeln Schwarz
B: Bei drei Zügen sind zwei Kugeln Schwarz
C: Bei drei Zügen ist mindestens eine Kugeln schwarz
D: Bei drei Zügen sind mindestens zwei Kugeln schwarz

Y 3.6 Wie oft muß man eine Münze werfen, damit die Wahrscheinlichkeit mindestens einen Kopf zu bekommen 99,99% wird?

Y 3.7 Drei Studenten werden gefragt, wann sie Geburtstag haben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) der erste Student heute Geburtstag hat?
b) die beiden ersten Studenten heute Geburtstag haben?
c) die beiden ersten Studenten am selben Tag Geburtstag haben?
d) mindestens zwei der drei Studenten heute Geburtstag haben?
e) genau zwei der 3 Studenten heute Geburtstag haben?

Y 3.8 Eine Urne enthält vier weiße, drei grüne und eine rote Kugel. Man zieht drei mal mit Zurücklegen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

a) Alle drei Kugeln sind weiß
b) Alle drei Kugeln sind grün
c) Alle drei Kugeln sind gleich
d) Höchstens zwei Kugeln sind gleich
e) Genau zwei Kugeln sind gleich
f) Mindestens zwei sind gleich
g) Alle drei sind verschieden

h) Keine der Kugeln ist rot

Y 3.9 Das Ergebnis zeigt die Tabelle. Um die Haltbarkeit von Tomaten zu vergleichen, wurden gewöhnliche Früchte und solche aus biologischem Anbau drei Tage nach der Ernte geprüft, ob sie verdorben waren oder nicht

	B Bio	B' gewöhnlich	Gesamt
X verdorben	200	1800	2000
X' unverdorben	800	7200	8000
	1000	9000	10 000

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
   i) Eine beliebig ausgewählte Tomate verdorben ist
   ii) Eine beliebig ausgewählte Tomate aus biologischem Anbau stammt
   iii) Eine Biotomate verdorben ist
   iv) Eine beliebig ausgewählte Tomate aus gewöhnlichem Anbau stammt und verdorben ist
   v) Eine unverdorbene Tomate aus biologischem Anbau stammt

b) Ist die Haltbarkeit, von der Art des Anbaus abhängig?

c) Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten und formulieren Sie die zugrunde liegenden Ereignisse in Deutscher Sprache!
   i) $p(X \cap B) =$
   ii) $p(X' \cap B') =$
   iii) $p(X'|B) =$
   iv) $p(B|X') =$

Y 3.10 Bei Sicherheitsüberprüfungungen von verschiedenen Autos stellt ein Autofahrerklub folgendes fest:

	Marke A	Marke B	Marke C	
X Auspuff kaputt	500	300	1000	1800
Y Bremse kaputt	600	400	900	1900
Z Alles in Ordnung	100	200	200	500
gesamt	1000	800	2000	3800

Achtung: Die Glieder in der letzten Zeile sind nicht gleich der Summe der ersten drei Zeilen. Bestimmen Sie zuerst in jeder Spalte $X \cap Y$!

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
   i) Ein beliebig ausgewähltes Auto von der Marke A stammt
   ii) Ein Auto mit kaputtem Auspuff von der Marke A stammt
   iii) Ein Auto der Marke A einen kaputten Auspuff hat
   iv) Ein beliebig ausgewähltes Auto einen kaputten Auspuff hat
   v) Ein beliebig ausgewähltes Auto einen kaputten Auspuff und eine kaputte Bremse hat
   vi) Ein beliebig ausgewähltes Auto einen kaputten Auspuff odereine kaputte Bremse hat
   vii) Ein beliebig ausgewähltes Auto entweder einen kaputten Auspuff oder eine kaputte Bremse hat
   viii) Ein Auto mit kaputtem Auspuff und kaputter Bremse von der Marke C stammt
   ix) Ein Auto mit kaputtem Auspuff oder kaputter Bremse von der Marke C stammt
   x) Bei einem Auto der Marke C oder B alles in Ordnung ist oder nur die Bremse kaputt ist

b) Sind die Schäden an Auspuff und Bremse unabhängig von der Marke?

c) Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten und formulieren Sie die zugrunde liegenden Ereignisse in deutscher Sprache?
   i) $p(A \cap B) =$
   ii) $p(X \cap Y|A) =$
   iii) $p(X \cup Y|A') =$
   iv) $p(B|X \cap Y') =$

v) $p(X \cup Z|C) =$

vi) $p(X' \cap Y|C \cup B) =$

vii) $p(X \Delta Y|B) =$

Y 3.11 Unter welcher Bedingung gilt $p(X \cup Y) = p(X) + p(Y)$
Unter welcher Bedingung gilt. $p(X \cap Y) = p(X) \cdot p(Y)$

a) Welches Ereignis ist im Symbol $p(X|Y)$ eine vorgegebene Bedingung?
b) Welche Bedeutung hat das andere Ereignis?
c) Wenn X und Y unabhängig sind, gilt $p(X|Y) =$ ....
d) $p(X|\Omega) =$ ....

Y 3.12 Zufallsexperiment: Mehrmals würfeln.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für

a) keine „Sechs“ bei drei Würfen!
b) genau eine „Sechs“ bei drei Würfen!
c) mindestens eine „Sechs“ bei drei Würfen!
d) Wie oft muss man würfeln, damit die Wahrscheinlichkeit mindestens eine „Sechs“ zu bekommen mindestens 99% beträgt?
e) Wie oft muss man würfeln, damit die Wahrscheinlichkeit mindestens eine „Sechs“ oder eine „Eins“ zu bekommen mindestens 99% beträgt?

Y 3.13 Die Wahrscheinlichkeit, mit einem Gewehr ein bestimmtes Ziel zu treffen sei 80%.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für

a) 4 Treffer bei 4 Schüssen!
b) keinen Treffer bei 4 Schüssen!
c) mindestens einen Treffer bei 4 Schüssen!
d) Wie oft muss man schießen, damit die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Treffer größer als 99,9% wird?

Y 3.14 An einer Universität sind 20% Ausländer (Ereignis A) , davon studieren je 30% Betriebswirtschaft (B) und Medizin (M). Insgesamt studieren 40% Betriebswirtschaft und 35% Medizin. An dieser Universität ist jeweils nur ein einziges Studium pro Studierenden möglich.

a) Stellen Sie Situation durch einen Baum dar und geben Sie an, welche Ereignisse disjunkt sind!
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit,
   i) dass ein zufällig ausgewählter ausländischer Student weder Medizin noch Betriebswirtschaft studiert!
   ii) ein zufällig ausgewählter Student weder Betriebswirtschaft noch Medizin studiert!
   iii) ein zufällig ausgewählter Student Betriebswirtschaft studiert und Ausländer ist!
   iv) ein zufällig ausgewählter inländischer Student Betriebswirtschaft studiert!
   v) ein zufällig ausgewählter inländischer Student Betriebswirtschaft oder Medizin studiert!
   vi) ein zufällig ausgewählter Medizinstudent Inländer ist!

Y 3.15 Bei einer Präsidentenwahl gibt es drei Kandidaten A, B (beide „rechts“) und C („links“). 30% wählten A davon waren die Hälfte Frauen. 25% wählten B, davon waren 70% Männer. Insgesamt gingen gleich viel Frauen wie Männer zur Wahl. Es gab keine Nichtwähler und keine ungültigen Stimmen.

a) Stellen Sie Situation durch einen Baum dar und geben Sie an, welche Ereignisse disjunkt sind!
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit,
   i) dass eine zufällig ausgewählte Person weiblich ist und B gewählt hat.
   ii) dass eine zufällig ausgewählte C-Stimme von einer Frau stammt!
   iii) dass eine zufällig ausgewählte Stimme für einen Rechtskadidaten von einem Mann stammt!
   iv) dass ein zufällig ausgewählter Mann rechts gewählt hat!

v) dass eine zufällig ausgewählte Frau links gewählt hat!

Y 3.16 40% der Mitglieder eines Vereins sind Frauen. Von ihnen wählten die Hälfte den Kandidaten X als Präsident und 30% den Kadidaten Y. Insgesamt wählten 25% den Kandidaten X und 60% den Kandidaten Z. Es gab keine Nichtwähler und keine ungültigen Stimmen.

a) Stellen Sie Situation durch einen Baum dar und geben Sie an, welche Ereignisse disjunkt sind!
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit,
   i) dass ein zufällig ausgewähltes Vereinsmitglied weiblich ist und Z gewählt hat.
   ii) dass eine zufällig ausgewähltes weibliches Vereinsmitglied Z gewählt hat!
   iii) dass eine zufällig ausgewähltes Vereinsmitglied Z gewählt hat!
   iv) dass eine zufällig ausgewählte X-Stimme von einem Mann stammt!

Y 3.17 Zur einer bestimmten Prüfung darf man vier Mal antreten. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Student S die Prüfung schafft, sei 40%, egal ob er beim ersten Termin, beim zweiten oder beim dritten Termin antritt.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er die Prüfung
   i) beim ersten Termin
   ii) beim zweiten Termin
   iii) beim dritten Termin
   iv) überhaupt nicht schafft?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er die Prüfung beim ersten oder zweiten Termin schafft?
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er die Prüfung spätestens beim vierten Termin schafft?
d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er die Prüfung frühestens beim dritten Termin schafft?

Y 3.18 Ein „faires“ Spiel wird folgendermaßen vereinbart: Drei mal würfeln.
Bei drei „Sechsen“ erhält man 10 €, bei drei gleichen Ergebnissen erhält man 1 €, bei allen anderen Ergebnissen muss man X Euro bezahlen.

a) Bestimmen Sie X so, dass das Spiel „fair“ ist!
b) Bestimmen Sie die Varianz!

Y 3.19 Ein „faires“ Spiel wird folgendermaßen vereinbart: Fünfmaliger Münzwurf.
Bei fünf Köpfen erhält man 19 €, bei genau vier Köpfen 8 €, bei allen anderen Ergebnissen muss man X Euro bezahlen.

a) Bestimmen Sie X so, dass das Spiel „fair“ ist!
b) Bestimmen Sie die Varianz!

Y 4.1 Ein Student lernt für eine bestimmte Prüfung genau $\frac{1}{4}$ eines gesamten sehr umfangreichen Lehrstoffes. Die Wahrscheinlichkeit, eine Frage richtig zu beantworten, darf hier mit $p = 25\% = const.$ angenommen werden. Der Student erhält vier Fragen. Die Prüfung ist positiv, wenn mindestens drei Fragen richtig beantwortet werden. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit

a) alle vier Fragen richtig zu beantworten!
b) keine Frage richtig zu beantworten!
c) Die Prüfung positiv abzuschließen!
d) die Prüfung negativ abzuschließen!

Y 4.2 Ein Student lernt genau die Hälfte des vorgeschriebenen sehr umfangreichen Prüfungsstoffs . Bei einer „Multiple-Choice-Prüfung“ kommen 8 Hauptfragen mit je 4 Teilfragen. Eine Hauptfrage gilt als richtig beantwortet, wenn alle Teilfragen richtig beantwortet sind. Die Prüfung ist positiv, wenn mindestens 6 Hauptfragen richtig sind! Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit

a) bei einer zufällig ausgewählten Hauptfrage alle Teilfragen richtig zu beantworten
b) genau eine von 8 Hauptfragen richtig zu beantworten
c) keine der 8 Hauptfragen richtig zu beantworten
d) Die Prüfung positiv abzuschließen?

Y 4.3 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, beim zehnmaligen Würfeln mit einem „gerechten" Würfel

a) keine „Sechs" zu bekommen"!

b) genau dreimal eine „Sechs" zu bekommen!

c) mindestens eine „Sechs" zu bekommen!

d) höchstens zweimal eine „Sechs" zu bekommen!

Y 4.4 Für einen verfälschten Würfel gelten folgende Wahrscheinlichkeiten $p(X=6)=50\%$, $p(X=1)=30\%$, $p(X=2,3,4,5)=20\%$ Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei 10 Würfen

a) zweimal die „Sechs" und dreimal die „Eins" zu bekommen

b) niemals die „Sechs" und genau dreimal die „Eins" zu bekommen

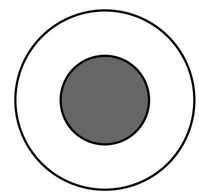
c) nur „Sechsen" zu bekommen?

Y 4.5 Ein Gewehrschütze triff mit der Wahrscheinlichkeit $p=0,4$ in einen Kreis am Ziel. In einem Wettbewerb werden folgende Spielregeln vereinbart: Er muss 5 mal schießen. Trifft er fünf mal, bekommt er 100€. Wenn er drei oder vier mal trifft bekommt er 10€, ansonsten muss er einen bestimmten Betrag von X Euro bezahlen.

a) Berechnen Sie X unter Benutzung des Erwartungswertes $\mu=0$!

b) Berechnen Sie die Varianz!

Y 4.6 Ein Gewehrschutze trifft mit $p_1=25\%$ in den inneren, grauen Kreis der Zielscheibe (Bild), mit $p_2=35\%$ in den äußeren weißen Kreisring. Mit der restlichen Wahrscheinlichkeit trifft er überhaupt nicht. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er bei 7 Schüssen:



a) niemals trifft

b) einmal in den Inneren und dreimal in den äußeren Kreis trifft?

c) genau einmal in den Inneren Kreis trifft?

d) mindestens einmal in den inneren Kreis trifft?

Y 4.7 Zur Abschlussprüfung aus dem Fach „Mathematik" stehen heuer für 20 Kandidaten drei Prüfer zur Verfügung. Professor STRENG prüft um 7:30 h, und nimmt 7 Kandidaten. Die Wahrscheinlichkeit, bei ihm die Prüfung zu bestehen beträgt 40%, wenn man alles gelernt hat. Professor MILDAUER prüft um 13:30 und nimmt 5 Kandidaten hat eine Erfolgswahrscheinlichkeit von 70% wenn man alles gelernt hat. Der Rest wird von Professor STUDENTENJÄGER geprüft, der auch bei bestens vorbereiteten Studenten eine Durchfallsquote von 80% hat.
Alle Studenten haben sich vollständig vorbereitet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass heuer

a) alle Kandidaten durchfallen?

b) kein Kandidat durchfällt?

c) genau ein Kandidat durchfällt?

Y 4.8 Am Vorstudienlehrgang hat man für das Wintersemester folgende Anmeldezahlen für Anfängerkurse: 200 Iraner, 300 Chinesen 400 sonstige. Die 20 Studenten im Anfängerkurs A1 werden rein zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Kurs

a) sich genau aus 10 Chinesen und 10 Iranern zusammensetzt?

b) genau 5 Chinesen hat?

c) sich ausschließlich aus Chinesen zusammensetzt?

d) mindestens einen Iraner hat?

Y 4.9 In einer Gruppe von 100 Personen sind 30% an einer schweren Infektionskrankheit erkrankt (K), weitere 40% sind infiziert, die Krankheit ist bei ihnen aber noch nicht ausgebrochen (I), der Rest ist nicht infiziert (N). Es wird eine Kleingruppe von 10 Personen ausgewählt.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von ihnen

a) drei Personen krank und vier weiter infiziert sind?

b) drei Personen krank und sieben nicht infiziert sind?

c) niemand infiziert ist?

d) alle infiziert aber niemand krank ist?

e) alle krank sind?

Y 4.10 Rechnen Sie die Aufgabe Y4.9 näherungsweise für eine sehr große Gruppe unbekannter Größe!

Y 4.11 Im chinesischen Restaurant „Wa-Zhei-Li-Kai“ sind zu Beginn des Mittagsmenüs 20 Frühlingsrollen, 10 Hühnersalate und 30 Fleischbällchen fertig gestellt. Diese Speisen befinden sich auf kleinen Tellern und zwar genau eine Speise pro Teller. Der Koch plaudert mit seiner hübschen Kollegin und stellt zunächst rein zufällig 10 Teller mit je einer Speise auf das Förderband, ohne sich den Inhalt anzusehen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) dabei genau 5 Frühlingsrollen und 3 Hühnersalate auf das Band kommen
b) kein Hühnersalat auf das Band kommt?
c) genau eine Frühlingsrolle auf das Band kommt?
d) 10 Teller mit genau der gleichen Speise auf das Band kommen?
e) je fünf Teller mit genau der gleichen Speise auf das Band kommen?

Y 4.12 Zur Prüfung aus „Deutsch“ haben sich 10 Chinesen, 16 Iraner und 19 Araber angemeldet. Professor „Richter“ prüft am Vormittag 7 Studenten. Er ist bei den Chinesen sehr gefürchtet, weil sie immer Professor „Lichter“ zu ihm sagen. Professor „Reiter“ prüft am Nachmittag und ist ein großer Freund der chinesischen Studenten. Die Sekretärin von Professor „Richter“ wählt aus den Anmeldungen rein zufällig 7 Studenten aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dabei

a) 3 Chinesen, 3 Iraner und 1 Araber sind?
b) alle Kandidaten Chinesen sind?
c) genau 5 Kandidaten Chinesen sind?
d) kein Kandidat aus China kommt?

Y 4.13 Herr S geht gerne ins Gasthaus. Dort arbeiten vier Personen in der Bedienung. In Kellnerin A ist Herr S verliebt, sie arbeitet an 10 Tagen im Monat, Kellnerin B gefällt ihm auch. Sie arbeitet an fünf Tagen im Monat. Die restlichen Arbeitstage teilen sich zwei männliche Kellner, an denen Herr S nicht interessiert ist. Die Einteilung der Arbeitskräfte erfolgt fast zufällig. Herr S besucht in größeren Abständen fünf mal dieses Gasthaus: wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ihn

a) drei mal Frau A und zwei mal Frau B bedient?
b) einmal Frau B und niemals Frau A bedient?
c) immer Frau A bedient?
d) 4 mal Frau A bedient?
e) niemals Frau A bedient?

Y 4.14 Die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Telefonanschluss besetzt ist, beträgt 30%. Man ruft in größeren Abständen 10 Mal an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Anschluss

a) 10 mal frei ist
b) 10 mal besetzt ist
c) mindestens ein mal besetzt ist
d) höchstens einmal besetzt ist
e) mindestens einmal frei ist
f) höchstens zweimal frei ist?

Y 4.15 Der Geographie-Lehrer hat für die Prüfung 30 Fragen vorbereitet: Zehn Fragen über Österreich, zehn Fragen über Europa (ohne Österreich) und zehn Fragen über die restliche Welt. Der Kandidat darf drei Fragen völlig frei ziehen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) alle Fragen aus verschiedenen Teilgebieten der Geographie sind?
b) alle Fragen über Österreich gezogen werden?
c) keine Frage über Österreich gezogen wird?
d) mindestens eine Frage über Österreich gezogen wird?

Y 4.16 Zwei Personen X und Y vereinbaren, sich an einem bestimmten Ort zu treffen. X kann den Zeitpunkt des Eintreffens am Ort frei und zufällig zwischen 8:20h und 9:00h und Y zwischen 8:00h und 9:00h wählen. Außerdem wird vereinbart, dass der erste, der eintrifft, 10 Minuten wartet und dann weg geht. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie sich treffen?

Y 4.17 Die Straßenbahnlinie 60 passiert zwischen 8:00 Uhr und 8:03 Uhr eine bestimmte Haltestelle. Die Linie 62 passiert zwischen 8:02 und 8:04 Uhr dieselbe Haltestelle am Bahnsteig nebenan. Die genauen Zeitpunkte der Ankunft sind rein zufällig und alle gleich wahrscheinlich innerhalb des gegebenen Intervalls. Die Wartezeit kann vernachlässigt werden.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Passagiere der Linie 60 die andere Linie erreichen.
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Passagiere der Linie 62 die andere Linie erreichen.

Y 4.18 Schnellzug A passiert den Bahnhof zwischen 7:00 und 7:04 Uhr, Schnellzug B zwischen 7:02 und 7:05 Uhr. Die genauen Zeitpunkte der Ankunft sind rein zufällig und alle gleich wahrscheinlich innerhalb des gegebenen Intervalls. Beide dürfen bis zu 1 Minute auf den anderen Zug warten. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

a) Die Passagiere von A den Zug B erreichen!
b) Die Passagiere von B den Zug A erreichen!
c) alle Passagiere umsteigen können!

Y 4.19 Schnellzug A passiert den Bahnhof zwischen 7:00 und 7:04 Uhr, Schnellzug B zwischen 7:02 und 7:05 Uhr. Die genauen Zeitpunkte der Ankunft sind rein zufällig und alle gleich wahrscheinlich innerhalb des gegebenen Intervalls. Wie lange muss die beiderseitige Wartezeit bemessen werden, damit die Wahrscheinlichkeit, dass alle Passagiere umsteigen können 50% beträgt?

Y 4.20 Die Verteilung der Zufallsvariablen X sei für eine Grundgesamtheit durch folgende Tabelle gegeben:

X	N (Häufigkeit)
3	3 Millionen
5	2 Millionen
7	4 Millionen
8	5 Millionen
12	6 Millionen

Berechnen Sie:

a) den Median von X
b) den Mittelwert von X
c) die Größe: $\overline{X}^2 = \frac{1}{N}\sum n_i x_i^2$
d) die Größe $\overline{\Delta X} = \frac{1}{N}\sum n_i \Delta x_i$
e) die Größe $s^2 = \frac{1}{N}\sum n_i \Delta x_i^2$
f) Wie heißen die Größen $\overline{X^2}$, $\overline{\Delta X}$, und s?
g) Die Größe s kann auch mit Hilfe einer Formel berechnet werden. Führen Sie diese Rechnung durch!

Y 4.21 Es sei $E(x)$ der Erwartungswert der Zufallsvariablen x und außerdem sei $\Delta x = x - E(x)$.

a) Wie ist der Erwartungswert definiert?
b) Zeigen Sie: $E(\Delta x) = 0$

Y 4.22 Es sei $V(x)$ die Varianz der Zufallsvariablen x

a) Wie ist die Varianz definiert?
b) Zeigen Sie: $V^2(x) = E(x^2) - E^2(x)$!

Y 4.23 a) Wie lautet der binomische Lehrsatz!

b) Zeigen Sie: $\boxed{\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}}$

c) Zeigen Sie mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes: $\boxed{\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n}$ (Anleitung: $2^n = (1+1)^n$)

Y 4.24 Beweisen Sie:

a) Für den Erwartungswert einer binomial verteilten Zufallsvariablen gilt $\mu = n \cdot p$!

b) Für die Varianz einer binomial verteilten Zufallsvariablen gilt $\sigma^2 = n \cdot p \cdot q$!

Y 5.1 Ein Eisenbahnzug kommt sicher zwischen 8:00 Uhr ($x = 0$) und 8:06 Uhr ($x = 6$) an (die Zufallsvariable x beschreibt Zeiteinheiten). Die Wahrscheinlichkeit ist im Zeitintervall $]0|3]$ zu jedem Zeitpunkt gleich und im Zeitintervall $]3|6]$ ebenfalls zu jedem Zeitpunkt gleich aber doppelt so groß wie im ersten Intervall. Bestimmen Sie

a) Funktionsterm und Graphen von Dichtefunktion und Verteilungsfunktion!

b) Die Wahrscheinlichkeit dass der Zug genau zum Zeitpunkt $x = 8:04$ Uhr ankommt!

c) Die Wahrscheinlichkeit dass der Zug vor 8:03 ankommt

d) Die Wahrscheinlichkeit dass der Zug im Zeitintervall zwischen 8:04 und 8:05 ankommt!

e) Die Wahrscheinlichkeit dass der Zug im Zeitintervall zwischen 8:04 und 8:05 ankommt unter der Bedingung, dass er bis zum Zeitpunkt 8:04 Uhr nicht angekommen ist!

f) Den Erwartungswert und die Varianz für die Ankunftszeit!

Y 5.2 Die Dichtefunktion einer Zufallsvariablen x sei

$$f(x) = \frac{C}{(1+x^2)}.$$

a) Bestimmen Sie C!

b) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz! Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

i) $x = 1$ ist!

ii) $x > 1$ ist

iii) $1 < x \leq 2$ ist

iv) $1 < x \leq 2$ unter der Bedingung, dass $x > 0$ ist! (Anleitung: $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x$)

c) Skizzieren Sie den Graphen der Verteilungsfunktion!

Y 5.3 Die Dichtefunktion einer Zufallsvariablen x sei gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} C \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) & \text{für} \quad -1 < x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Bestimmen Sie C so, dass $f(x)$ eine Dichtefunktion ist!

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass $x < \frac{1}{2}$ ist!

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass $x < \frac{1}{2}$ ist unter der Bedingung, dass $x > 0$ ist!

d) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz!

e) Skizzieren Sie den Graphen der Verteilungsfunktion!

Y 5.4 Die Dichtefunktion einer Zufallsvariablen sei

$$f(x) = \begin{cases} C \cdot e^{-\frac{1}{2}x} & \text{für} \quad x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Bestimmen Sie C!

b) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz!

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

i) $x = 1$ ist!

ii) $x > 1$ ist!

iii) $1 < x \leq 2$ ist

iv) $1 < x \leq 2$ unter der Bedingung, dass $x > 0$ ist!

d) Skizzieren Sie den Graphen der Verteilungsfunktion!

Y 5.5 Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen des Lehrers im Unterricht sei durch den Graphen einer Dichtefunktion gegeben: Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Lehrer

a) genau zu Beginn der Stunde kommt ($x = 0$)

b) zu früh kommt ($x < 0$)?

c) zu spät kommt?

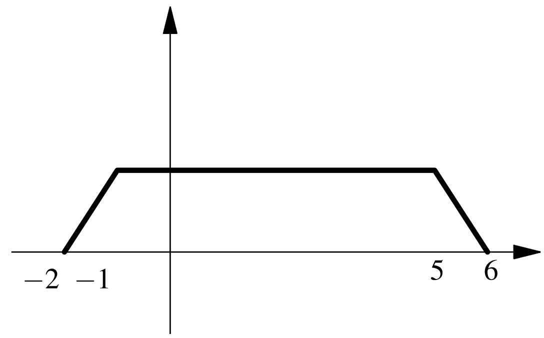
d) um mindestens drei Minuten zu spät kommt

e) um mindestens drei Minuten zu spät kommt unter der Bedingung, dass er zu spät kommt

f) Berechnen Sie den Erwartungswert!

g) Berechnen Sie die Varianz!

h) Skizzieren Sie den Graphen der Verteilungsfunktion!



Y 5.6 Die Lebensdauer von bestimmten Viren sei für die Zeit $t > 0$ (in Jahren) durch die Dichtefunktion

$$f(t) = \begin{cases} C \cdot e^{-\frac{1}{2}t} & \text{für} \quad t > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben. (Die meisten dieser Viren zerfallen sofort; wenige können sogar unendlich lange existieren.)

a) Bestimmen Sie die Konstante C so, dass $f(t)$ eine Dichtefunktion darstellt!

b) Skizzieren Sie den Graph der Dichtefunktion!

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

  i) ein solches Virus genau 2 Jahre existiert?

  ii) ein solches Virus höchstens 2 Jahre existiert?

  iii) ein zweijähriges Virus noch mindestens ein Jahr weiter existiert?

d) Bestimmen Sie Funktionsterm und Graph der Verteilungsfunktion!

e) Wie groß ist die „Lebenserwartung“ (=Erwartungswert) dieser Viren?

f) Bestimmen Sie die Varianz!

Y 5.7 Eine Dichtefunktion sei durch den Term

$$f(x) = \begin{cases} C \cdot \sin^2 x & \text{für} \quad 0 < x \leq \pi \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben

a) Bestimmen Sie die Konstante C so, dass $f(x)$ eine Dichtefunktion darstellt!

b) Skizzieren Sie den Graph der Dichtefunktion!

c) Wie groß sind folgende Wahrscheinlichkeiten für Zufallsvariable x:

  i) $p(x = 2) =$

  ii) $p\left(x \leq \frac{\pi}{4}\right) =$

  iii) $p(x > 2 | x > 1) =$

d) Bestimmen Sie Funktionsterm und Graph der Verteilungsfunktion!

Y 5.8 Eine Dichtefunktion sei durch den Term

$$f(x) = \begin{cases} C \cdot \frac{x^2-4}{x^2-9} & \text{für} \quad -2 < x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben.

a) Bestimmen Sie die Konstante C so, dass $f(x)$ eine Dichtefunktion darstellt!

b) Bestimmen Sie Nullstellen und Extrempunkte im gegebenen Intervall!

c) Skizzieren Sie den Graphen der Dichtefunktion!

d) Wie groß sind folgende Wahrscheinlichkeiten für Zufallsvariable x?

  i) $p(x = 2) =$

  ii) $p(x < 0) =$

  iii) $p(x > 1 | x > 0) =$

e) Bestimmen Sie Funktionsterm und Graph der Verteilungsfunktion!

f) Bestimmen Sie den Erwartungswert!

Y 5.9 Die Lebensdauer eines Kühlschranks sei durch die Dichtefunktion

$$f(t) = C \cdot (t-6) \cdot e^{-\frac{1}{2}t} \qquad (t > 0)$$

gegeben.

a) Bestimmen Sie die Konstante C so, dass $f(t)$ eine Dichtefunktion darstellt!

b) Bestimmen Sie Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte von $f(t)$ im gegebenen Intervall!

c) Skizzieren Sie den Graph der Dichtefunktion!

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

i) der Kühlschrank genau zwei Jahre alt wird?

ii) der Kühlschrank mindestens zwei Jahre alt wird?

iii) ein zweijähriger Kühlschrank mindestens 4 Jahre alt wird?

e) Bestimmen Sie Funktionsterm und Graph der Verteilungsfunktion!

f) Bestimmen Sie die mittlere Lebenserwartung (=Erwartungswert) des Kühlschranks!

g) Bestimmen sie die Varianz!

Y 5.10 Eine Dichtefunktion sei durch den Term

$$f(x) = \frac{C}{x^2+9} \qquad -\infty < x < \infty$$

gegeben.

a) Bestimmen Sie die Konstante C so, dass $f(x)$ eine Dichtefunktion darstellt!
Anleitung: Heben Sie im Nenner die Zahl 9 heraus und benutzen Sie die Integralformel

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x$$

sowie die Substitutionsmethode!

b) Bestimmen Sie den Extrempunkt und skizzieren Sie den Graph der Dichtefunktion!

c) Wie groß sind folgende Wahrscheinlichkeiten für Zufallsvariable x?

i) $p(x = 2) =$

ii) $p(x < 0) =$

iii) $p(x > 1 | x > 0) =$

d) Bestimmen Sie Funktionsterm und Graph der Verteilungsfunktion!

e) Bestimmen Sie den Erwartungswert!

f) Bestimmen Sie die Varianz!

Y 6.1 Eine Firma produziert Schrauben mit der geplanten Länge $\mu = 20$ mm. Auf Grund von Unregelmäßigkeiten im Produktionsvorgang weichen die meisten Schrauben von dieser Länge ein wenig ab, die Länge x ist aber $N(20;\ 0,5)$ verteilt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Schraube

a) länger als 21mm ist?

b) kürzer als 15 mm ist?

c) Zwischen 19,5mm und 20,5mm lang ist?

d) Für Schrauben mit $19,8 < x \leq 20,2$ werden am Markt 0,20 € bezahlt, für Schrauben mit $20,2 < x \leq 20,6$ werden 0,10€ bezahlt. Alle anderen Schrauben können nicht verkauft werden. Welchen **mittleren** Preis kann sich die Firma pro Schraube erwarten?

Y 6.2 Die Masse bestimmter Hühnereier sei normalverteilt mit dem Erwartungswert 65 g bei einer Standard-Abweichung von 15 g. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse der Eier um mindestens 10 g vom Erwartungswert. abweicht?

Y 6.3 Das Volumen von Zahncreme in Tuben sei normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 40\text{cm}^3$. 10% der Tuben weichen von diesem Volumen um mehr als 1cm^3 ab.

a) Bestimmen Sie σ!

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Tube mindestens 42cm^3 Zahncreme enthält?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Tube höchstens 42cm^3 Zahncreme enthält?

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine übervolle Tube höchstens 42cm^3 enthält?

Y 6.4 Die Dauer der Aufladung einer Batterie ist normalverteilt mit $\mu = 60$ Minuten und $\sigma = \pm 2$ Minuten. 90% aller Batterien haben eine Aufladungszeit innerhalb des Intervalls $60 - t$ und $60 + t$. Bestimmen sie t!

Y 6.5 Gegeben ist die Funktion:

$$y = 2e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \text{für} \quad -\infty < x < \infty$$

a) Bestimmen Sie die Extrempunkte, die Wendepunkte, das Verhalten der Funktion im Unendlichen und skizzieren Sie den Graphen der Funktion!

b) Vergleichen Sie die Graphen der Funktionen

$$y = 2e^{-\frac{x^2}{2}} \qquad \text{und} \qquad y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

c) Das unbestimmte Integral

$$F(x) = \int e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

können wir am Vorstudienlehrgang nicht berechnen. Sie dürfen aber im folgenden die Formel

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = F(x)\big|_{-\infty}^{\infty} = \sqrt{2\pi} \quad \text{für das bestimmte Integral verwenden:}$$

d) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \qquad \text{eine Dichtefunktion ist!}$$

e) Zeigen Sie mit Hilfe der Integralrechnung, dass der Erwartungswert für diese Dichtefunktion $\mu = 0$ ist!

f) Zeigen Sie mit Hilfe der Integralrechnung (partielle Integration), dass die Varianz $\sigma^2 = 1$ ist!