Zahlengerade > Darstellung d. ermittelten Daten in d. Menge d. reellen Zahlen $\mathbb{R}$

A die auf der Zahlengerade beheimatet:

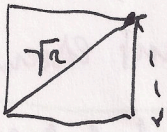
1. $\mathbb{N}$ ... Menge d. natürlichen Zahlen plus $\emptyset$
   d.h. 1, 2, 3, ...
2. $\mathbb{Z}$ .. Menge d. Ganzzahlen ... −2, −1, 0, 1, 2 ...
3. $\mathbb{Q}$ .. Menge d. rationalen Zahlen $s = \frac{p}{q}$ ... Ganzzahlen ohne gemeinsamen Teiler
4. $\mathbb{R}$ ... Menge d. reellen Zahlen

Es sind als Untermengen enthalten

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

B 1. $\mathbb{Q}$ sind abzählbar und ∞, füllen aber die Zahlengerade nicht vollständig aus (es gibt Lücken!)

2. in den Lücken haben die irrationalen Zahlen Platz
   z.B. $\sqrt{2}$



ist projizierbar

3. irrationale Zahlen lassen sich durch Intervallschachtelung mit rationalen Zahlen auf der Zahlengerade darstellen z.B. $\sqrt{2}$ mit $I_1\left[\frac{14}{10}; \frac{15}{10}\right]$ und $I_2\left[\frac{141}{100}; \frac{142}{100}\right]$

4. $\mathbb{R} = \mathbb{Q}$ + irrationale Zahlen die reellen Zahlen füllen die Zahlengerade vollständig aus!

C 1 Man kann manche Zahlen $\mathbb{Q}$ und irrationale mittels Polynom darstellen

= <u>algebraische Zahlen</u>

z.B. könnte man darstellen

(1) $p = -a_\phi$ und $q = a_1$

(2) $s = \frac{p}{q} = \frac{-a_\phi}{a_1}$ (3) $a_1 \cdot s = -a_\phi$ (4) $a_1 \cdot s + a_\phi = \phi$

Beispiel für eine rationale Zahl

Verallgemeinert: (5) $a_1 \cdot s^1 + a_\phi \cdot s^\phi = \phi$

als Polynom: $\boxed{\ldots a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s^1 + a_\phi \cdot s^\phi = \phi}$

Die Irrationalzahl $\sqrt{2}$ läßt sich nach diesem Schema in Form von Lösungs Kurzsch. d. Polynoms darstellen

$$1 \cdot s^2 - 2 \cdot 1 = \phi \quad \text{oder} \quad (s - \sqrt{2})(s + \sqrt{2}) = \phi$$

Irrationalzahlen haben im obigen Polynom den Term f. $s^1 = 1$ nicht erfüllt!

2 Irrationalzahlen, die sich nicht mit einem Polynom darstellen lassen, heißen **transzendente Zahlen**

z.B. π, e