Hans-Christian Reichel (1945–2002)

Stefan Götz und Hans Humenberger

Hans-Christian Reichel ist am 28. 6. 2002 von uns gegangen. Er wurde am 16. 5. 1945 in Wien geboren, studierte Mathematik und Physik an der Universität Wien und legte dort 1968 die Lehramtsprüfung ab. Ein Jahr später erfolgte die Promotion und 1976 seine Habilitation, beides in *Topologie,* über die er bis in die 90er Jahre insgesamt 25 Arbeiten verfasst hat. Längere Forschungs- und Lehraufenthalte in Bremen und Oxford zeigen die internationale Anerkennung, die er auf diesem Gebiet gefunden hat: 1979 wird er zum außerordentlichen Universitätsprofessor an der Universität Wien ernannt.

1977 übernimmt er eine Gastprofessur in Kassel. Dort beginnt sein Engagement in der *Didaktik der Mathematik.* Sie wird die zweite Säule seiner wissenschaftlichen Laufbahn: seine Stelle ist schließlich in eine Professur für *Mathematik und ihre Didaktik* umgewandelt worden. Daneben zählen noch die *Wissenschaftstheorie* und die *Philosophie der Mathematik* zu seinen Interessensgebieten.

Einfluss in der Ausbildung der Lehrer/innen

Ausgehend von stoffdidaktischen Überlegungen hat sich Hans-Christian Reichel immer wieder mit der Frage beschäftigt, welchen Beitrag der Mathematikunterricht innerhalb des schulischen Fächerkanons zur Bildung leisten kann. Zentral für ihn war stets die Rolle der Lehrenden. Nach seiner Überzeugung sollte sich die Haltung des Universitätslehrers und seine Begeisterung für das Fach während des Studiums auch in den Studierenden entwickeln, so dass diese ihrerseits ein Beispiel geben können, wie spannend Mathematik ist. Wenn diese Übertragung gelingt und Mathematik den Schüler/innen vielleicht sogar bei der Lösung von Problemen helfen kann, so wird sie auch zur (Allgemein-)Bildung beitragen.

Dies ist auch in seiner eigenen Lehre eindrucksvoll zum Ausdruck gekommen: Sein unverwechselbarer, mitreißender und lebendiger Vortrag war faszinierend, seine Begeisterung für das Fach ansteckend. In den zahlreichen Lehrveranstaltungen, die wir bei ihm absolvieren durften, begegnete uns sein unerschöpfliches Engagement, sein Einsatz „mit Haut und Haaren" für die Mathematik und den Mathematikunterricht. Diese Art zu lehren ist uns, seinen Schülern, tatsächlich zum Vorbild geworden. Er hat uns stets ein modernes Bild der Mathematik als lebendiges Konstrukt präsentiert, um uns in die Lage zu versetzen, das Fach kompetent zu vertreten und dabei innermathematische Querverbindungen und Anwendungen der Mathematik zu kennen bzw. zu erkennen. Professor Reichel war sich auch in seinen fachmathematischen Lehrveranstaltungen seiner Vorbildwirkung bewusst. So begann sein Analysiszyklus (im WS 1983/84) mit den Worten: „Es ist eine große Verantwortung und Herausforderung, die Pflicht bzw. die Chance zu haben, junge Mathematikstudierende in ihren ersten Semestern an der Universität zu unterrichten, denn gerade die erste Zeit an der Uni prägt erfahrungsgemäß die Studierenden am meisten". Und die Analysis wurde von ihm in den folgenden drei Semestern richtiggehend vorgelebt!

Reichel hat immer für eine Ausgewogenheit zwischen den vielen möglichen Sichtweisen von Mathematik und ihrer Lehre plädiert. Die zwei wesentlichsten Sichtweisen, die er nie als Gegensatz, sondern immer als einander ergänzend und der Mathematik immanent angesehen hat, sind Mathematik als *theoretische, formale, abstrakte Geistesdisziplin* bzw. Mathematik als *praktische Problemlösemethode für Anwendungen.*

Bei der Mathematik als formaler und abstrakter Wissenschaft stehen Theorien, Begriffe, Definitionen, Sätze, Beweise, logisches Schließen etc. im Vordergrund, mathematische Gegenstände und Sachverhalte (dargestellt durch Sprache, Bilder, Formeln und andere Symbole) sind geistige Schöpfungen in einer deduktiv geordneten Welt. Diese (nicht für alle schöne) Welt gilt es im Mathematikunterricht und insbesondere im Mathematikstudium etwas näher kennen und schätzen zu lernen.

Bei der Mathematik als Werkzeug zum Lösen realer Probleme ist sie eine Art Sprache, in die es gilt, reale Probleme zu übersetzen, weil sie in dieser Sprache besser beschrieben, behandelt, gelöst und interpretiert werden können („Modellbilden"). Mathematik ist demnach eine über die Jahrhunderte verfeinerte Kunst, Probleme zu lösen.

H.-Ch. Reichel forderte unentwegt, dass sich der Mathematikunterricht nicht im Abspulen von Routinen und reinen Rechenaufgaben erschöpfen dürfe, sondern dass das selbstständige (wenn auch klarer Weise *nicht* immer *vollkommen* selbstständige) Bearbeiten (Lösen) von außer- und innermathematischen „Problemen", das verständige Argumentieren, das Beschreiben von Sachverhalten, Strategien, Lösungen etc. mit eigenen Worten mehr Bedeutung als bisher bekommen müsse. Ein besonderes Anliegen war Professor Reichel dabei die *Heuristik*: Einerseits sind heuristische Fähigkeiten ohne Zweifel eine Grundlage für eine verständige Erschließung unserer Welt und andererseits sind heuristische Plausibilitätsbetrachtungen nicht etwa nur Billigversionen von Beweisen, sondern zeigen den „Kern der Sache" (mit wenig formalen Mitteln!) oft klarer als streng formale Beweise und dienen so dem Ziel, *angemessene Vorstellungen* von den jeweiligen Sachverhalten in den Lernenden zu erzeugen und ihnen eine *verständige Handhabung* des Gelernten zu ermöglichen.

Oft hat Reichel über die fiktive Frage an eine/n Maturanten/in gesprochen: „Was ist Mathematik für dich? Was hast du in zwölf Jahren Mathematikunterricht gelernt?" Was sollten (könnten) diese darauf antworten?

Seine (leider nicht mehr wörtlichen) Ausführungen dazu waren:

Es ist ein negatives Bild von Mathematik geschaffen worden, wenn Schüler/innen nach der Matura zwar noch Abstände mit der Hesseschen Normalform ausrechnen können (weil sie es kurz davor oft geübt haben), aber auf die obige Frage nur sagen: „Ein Unterrichtsfach, in dem es um ein meist unverstandenes Sammelsurium von Rechenverfahren, Kunstgriffen, oft sinnlosen Aufgaben geht, deren Lösung bzw. Ergebnis im Allgemeinen niemanden interessieren; diese Aufgaben musste man halt über sich ergehen lassen, um eine positive Note zu bekommen." Um es etwas pointierter auszudrücken: Wenn Schülerinnen und Schüler vielleicht sogar komplizierte Funktionen routiniert ableiten können, aber mit *Differentialrechnung* nicht mehr verbinden als *jene Rechenart, bei der aus x^2 plötzlich 2x wird,* dann muss im Unterricht doch etwas schief gelaufen sein.

Besser wäre es, wenn sie sinngemäß Folgendes antworteten: „In Mathematik haben wir gelernt, dass es wichtig ist, die verwendeten Begriffe exakt zu definieren. Meist handelt es sich um geistige Konstrukte, deren Eigenschaften bzw. Strukturen näher untersucht werden, z.B. die reellen Zahlen, Vektoren, Grenzwerte, Integrale usw. Es geht vielfach um Begründungen von Sachverhalten und Zusammenhängen, die zwar oft konkrete Wurzeln haben, die an sich aber *abstrakte* geistige Schöpfungen sind. Gerade durch diese Abstraktheit steckt aber in der Mathematik auch die Möglichkeit, reale Probleme besser zu erfassen, zu beschreiben, zu bearbeiten und zu lösen, weil das *Abstrahieren* ein Prozess der *Konzentration* auf die jeweils *wesentlichen Problemstrukturen* ist." Um bei der gerade erwähnten *Differentialrechnung* zu bleiben, sollten Schüler/innen sich lieber merken: „Es werden *lokale Änderungsraten* als *Grenzwerte* von *durchschnittlichen Änderungsraten* berechnet, die geometrisch als Tangentensteigung aufgefasst werden können. Inhaltlich (physikalisch) kann es sich dabei um *Momentangeschwindigkeiten* handeln, wenn die zu Grunde liegende Funktion eine Zeit-Weg-Funktion ist." Damit hätte der Unterricht schon viel erreicht.

Ein wichtiges Kriterium beim Betreiben von Mathematik(unterricht) ist die selbstständige Aktivität insbesondere der Lernenden, aber auch der Lehrenden: „Mathematik ist kein Zuschauersport!" war ein geflügeltes Wort in seinen Vorlesungen. Wenn Mathematikunterricht erfolgreich sein soll, so kann er *nicht* einfach *nur konsumiert* werden wie eine Quizsendung vor dem Fernseher, man muss sich selbst einbringen, sich engagieren, nachdenken, probieren und – was oft nicht leicht ist und vielen schwer fällt – man muss dabei auch *Misserfolge aushalten können und lernen, nicht so leicht aufzugeben.* Die Bereitschaft, sich frei, interessiert und engagiert einer gedanklichen Herausforderung zu stellen, ist eine besondere intellektuelle *Haltung,* deren Entwicklung auch ein wichtiges Ziel des Mathematikunterrichts ist.

Schwerpunkte der didaktischen Forschung

Die Publikationsliste von Prof. Reichel ist zu umfangreich (zahlreiche Schulbücher für alle Klassenstufen des Gymnasiums, der Hauptschule und der Handelsakademien, Arbeiten zur Topologie, Didaktik, Philosophie, insgesamt über 120 Titel), als dass hier auch nur ein wesentlicher Teil davon Erwähnung finden könnte. Wir beschränken uns deshalb darauf, nur *einige* seiner *didaktischen Forschungsthemen* anzuführen und weisen stellvertretend jeweils auf einige Publikationen mit genauem Zitat hin.

Stoffdidaktik: Hier stellte und beantwortete er spannende Fragen wie etwa „Wie Ellipse, Hyperbel und Parabel zu ihrem Namen kamen und einige allgemeine Bemerkungen zum Thema ‚Kegelschnitte' im Unterricht" (in Didaktik der Mathematik, 19/1991, S. 111–130), „Ist $\sqrt{4}$ wirklich ± 2? Und andere Probleme mit Wurzeln im Mathematikunterricht" (Didaktik-Reihe der ÖMG, 20/1992, S. 118–127), „Gehört die Null zu den natürlichen Zahlen?" (Didaktik-Reihe der ÖMG, 22/1994, S. 132–141), „Fraktale Dimensionen – über das Titelbild des Oberstufenlehrbuches Reichel-Müller-Laub-Hanisch" (gem. m. S. Götz in der Didaktik-Reihe der ÖMG, 18/1990, S. 124–142), oder „Hat die Stoffdidaktik Zukunft?" (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 1995/6, S. 178–187).

(Allgemein-)Bildung und Mathematik: Seine Position vertritt er z. B. in „Bildung durch Mathematik" (in H. Köhler und K. Röttel, Mehr Allgemeinbildung im Mathematikunterricht. Bildungsraum Schule 2, Polygon-Verlag, Buxheim-Eichstätt 1993, S. 113–126), „Mathematikunterricht jenseits der vordergründigen Nützlichkeit für Alltag und Beruf" (in G. Graumann, H. Köhler und K. Röttel, Mathe, ja bitte – Wege zu einem anderen Unterricht. Bildungsraum Schule 5, Polygon Verlag, Buxheim–Eichstätt 1998, S. 104–110) oder in „Neuansätze und eine andere Sichtweise des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts" (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 1998/5, S. 152–160).

Realitätsbezüge im Mathematikunterricht: Auch hier geht Reichel gerne von konkreten Fragestellungen aus, etwa in „Tausend Gleichungen – und was nun? – Computertomographie als Einstieg in ein aktuelles Thema des Mathematikunterrichts" (gem. m. J. Zöchling in Didaktik der Mathematik, 18/1990, S. 245–270), „Was ist ‚Anwendungsorientierter Mathematikunterricht'?" (gem. m. F. Förster in H. Hischer und M. Weiß, Fundamentale Ideen; Zur Zielorientierung eines künftigen Mathematikunterrichts unter Berücksichtigung der Informatik, Verlag Franzbecker, Hildesheim 1995, S. 78–83), „Außermathematische Anwendungen der Mathematik – Eine neue Didaktiklehrveranstaltung" (Beiträge zum Mathematikunterricht 2002, Verlag Franzbecker, Hildesheim, S. 415–418) oder in der Monografie „Fundamentale Ideen der Angewandten Mathematik und ihre Umsetzung im Unterricht" (gem. m. H. Humenberger in der Reihe „Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik" des BI-Wissenschaftsverlags, Mannheim 1995).

Sprache und Mathematikunterricht: Mathematik ist für Reichel *auch* eine Sprache, was z. B. in „Sprachschulung und Spracheinsatz im Mathematikunterricht" (in H. Postel, A. Kirsch und W. Blum: Mathematik lehren und lernen, Schroedel, Hannover 1991, S. 156–169) deutlich wird.

Diese Themen lassen ansatzweise die von Hans-Christian Reichel vertretene wissenschaftliche Breite erahnen. Er hinterlässt mit seinen vielfältigen Interessen und Neigungen, denen er so erfolgreich nachgegangen ist, eine große Lücke. Die zukünftigen Herausforderungen in der Didaktik der Mathematik, in der Aus- und Fortbildung der Lehrer/innen (in Wien und auch anderswo!) werden uns dies immer wieder schmerzlich bewusst machen. Er hat für die österreichische Mathematikdidaktik in Theorie und Praxis enorm viel geleistet, wofür wir ihm auch posthum unseren innigsten Dank aussprechen wollen, aber auch als Mensch, Kollege und Freund wird Hans-Christian Reichel uns und dem ganzen mathematischen Institut der Universität Wien sehr fehlen!

Anschriften der Verfasser:
Ao. Univ.-Prof. Dr. Stefan Götz, Inst. Mathematik, Univ. Wien, Strudlhofgasse 4, 1090 Wien
Univ.-Doz. Dr. Hans Humenberger, IEEM, Fb. Math., Univ. Dortmund, Vogelpothsweg 87, D-44227 Dortmund
E-Mail: hans.humenberger@math.uni-dortmund.de

Die Kettenlinie in Excel

Manfred Kühleitner

Hier soll die Reihe der Arbeiten zum Thema der „klassischen Variationsaufgaben mit Excel" mit dem Problem der Kettenlinie weitergeführt werden. Bereits besprochen wurde das Problem der Brachystochronen[1] und in einem der folgenden Hefte soll das nicht so bekannte Navigationsproblem von Zermelo vorgestellt werden, ein Problem der Kontrolltheorie. Dabei werden wir wie auch im vorigen Artikel das Problem auf *mathematisch elementarste* Weise in Microsoft Excel bearbeiten. Dazu denken wir uns das Seil wie in Abbildung 1 in kleine Geradenstücke zerlegt, für die das Variationsproblem zu einer Extremwertaufgabe führt, die wir mit Hilfe des Solvers lösen. Natürlich findet man so keine *formelmäßige Lösung* für die Kettenlinie. Es ist aber möglich, für jede konkret gestellte Aufgabe die Form der Kettenlinie näherungsweise zu bestimmen.

Aufgabe: *Ein homogenes Seil der Länge L und der Dichte ρ sei in den Punkten A und B befestigt. Gesucht ist die Form der Seilkurve wenn nur die Schwerkraft auf das Seil einwirkt.*

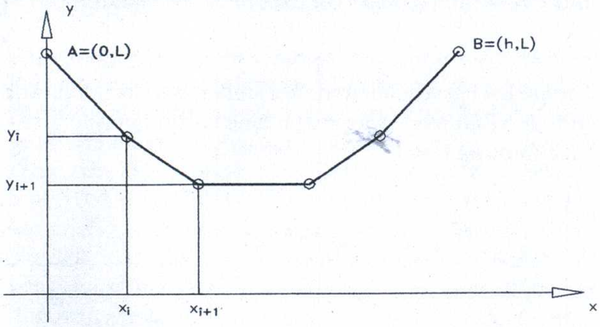

Abb. 1: Zur Notation.

Zur Bestimmung der Kettenlinie kennt man in der Literatur unterschiedliche Ansätze:

(1) Mit der Energiemethode ergibt sich die Form des hängenden Seils aus der Forderung, daß die potentielle Energie des Seils im Schwerefeld minimal wird. Wir besprechen sie unten ausführlicher.

(2) Bei der Schwerpunktmethode wird gefordert, daß der Schwerpunkt des Seils so tief wie möglich liegt.

(3) Schließlich erhält man die Kettenlinie auch über die Variationsaufgabe: Zwischen den beiden Punkten A und B, die auf derselben Seite der x-Achse liegen, ist eine Verbindungskurve mit der Länge L so zu legen, daß bei Rotation um die x-Achse eine Drehfläche mit minimaler Oberfläche entsteht.

Bei der Lösung mit Excel führen diese unterschiedlichen Aufgaben alle auf die selbe Extremwertaufgabe. Ihre numerische Auswertung kann dann von Hand erfolgen, was wenig instruktiv ist, oder wie hier mit dem Solver als „Black Box". Wesentlich wichtiger aus didaktischer Sicht ist die Aufstellung der Extremwertaufgabe. Sie kann für diese und ähnliche Variationsaufgaben ohne tiefes mathematisches Hintergrundwissen erfolgen. Dadurch können im Unterricht interessante Probleme angerissen werden und es werden die Schüler in die Lage versetzt, ein Problem in einem Ausmaß zu analysieren, wie es für die berufliche Praxis sogar der meisten Absolventen von technischen Hochschulen bei weitem ausreicht. Die Diskussion, wie gut die numerische Lösung ist und ob es überhaupt eine Lösung der Variationsaufgabe gibt, wird ein solcher Absolvent (gerade bei Fragen der Variationsrechnung mit gutem Grund) einem ausgebildeten Mathematiker überlassen.

1. Problemaufbereitung

Wir treffen noch folgende Voraussetzungen: Wir nehmen an, daß die Aufhängepunkte A und B auf gleicher Höhe sind; der horizontale Abstand der Aufhängepunkte sei h. Weiters wählen wir das Koordinatensystem so, daß $A = (0, L)$ und $B = (h, L)$; dabei weist die positive y-Achse gegen die Richtung der Schwerkraft. (Wir verwenden als Befestigungspunkt $(0, L)$ und nicht $(0, 0)$ weil der Solver in diesem Fall eine oszillierende Lösung findet. Negative und positive Energiebeiträge heben sich auf.)

Wir unterteilen die horizontale Entfernung h der Aufhängepunkte in n Abschschnitte. In den Stützstellen wählen wir die Höhen y_i für $0 \le i \le n$.

Im folgenden betrachten wir das Seil, welches sich aus den Geradenstücken $s_i = P_iP_{i+1}$, $P_i = (x_i, y_i)$ zusammensetzt und berechnen die potentielle Energie für jedes Teilstück s_i. Die gesamte potentielle Energie berechnet sich anschließend aus der Summe der einzelnen Energiebeiträge.

1 Kühleitner Manfred (2002): Das Problem der Brachystochronen in Excel. In: Wissenschaftliche Nachrichten. Nr. 119, S. 29–31.