

# „Mathematics is not a spectator sport“

WAS IST EIGENTLICH MATHEMATIK? Eine umfassende Antwort kann ich in ein paar Zeilen sicher nicht geben. Nur so viel, sie hat jedenfalls (mindestens) zwei Gesichter.

**Univ.-Prof. Mag. Dr. Johann Humenberger**  
Universität Wien, Institut für Mathematik,  
Arbeitsgruppe für Didaktik der Mathematik  
[www.univie.ac.at/mathematik\\_didaktik/](http://www.univie.ac.at/mathematik_didaktik/)

Einerseits ist die Mathematik eine abstrakte Wissenschaft mit ganz eigenen Gesetzen. Andererseits ist sie aber auch eine sehr hilfreiche Wissenschaft: Ihre abstrakten Strukturen passen (nicht nur zufällig!) auf vielfältige Situationen in der Realität, so dass so genannte „mathematische Modelle“ von vielen Situationen aufgestellt werden können (überspitzt formuliert könnte man sagen, es klingt fast paradox: Weil sie so abstrakt – und dadurch so wenig eingeschränkt – ist, ist sie so vielfältig anwendbar). So gesehen ist Mathematik also eine Art Sprache, in die man umgangssprachlich formulierte Probleme übersetzen kann. In dieser Sprache lässt sich das Problem dann oft viel leichter behandeln, analysieren, beschreiben etc. – im Idealfall sogar lösen.

Vor wenigen Jahren noch hörte man sehr oft Leute bei Reden zugeben (auch VerantwortungsträgerInnen wie PolitikerInnen, z. B. bei Tagungseröffnungen), dass sie nichts von Mathematik verstünden. In manchen Fällen ging dies sogar so weit, dass man sich damit regelrecht brüstete. Diese Peinlichkeiten sind

in den letzten Jahren weniger geworden, die Präsenz und Bedeutung von Naturwissenschaften und Mathematik in der öffentlichen Wahrnehmung hat erfreulicherweise stark zugenommen. Es gibt heutzutage viele Wissenssendungen im Fernsehen, bei denen auch mathematisch-naturwissenschaftliche Themen angesprochen werden, zum Beispiel „math-space“ (MuseumsQuartier, Leitung Prof. Taschner) bietet der interessierten Öffentlichkeit zahlreiche mathematische Aktivitäten an. In Deutschland hat man 2008 das „Jahr der Mathematik“ ausgerufen mit dem Ziel, ein breiteres Publikum noch besser auf die Bedeutung der Mathematik hinzuweisen. Von der Gesellschaft und von den Medien wird zunehmend erkannt, dass Mathematik eine Schlüsseltechnologie für uns ist.

Mathematik durchdringt immer mehr unser Leben, ohne Mathematik ist unser Alltag nicht mehr vorstellbar. Telefonnetze, Fahrpläne und Lagerbestände werden mit modernen Methoden der diskreten Mathematik optimiert, Mathematik spielt eine große Rolle bei CD-Playern, bei der schnellen Bildübertragung durch Datenkompression, bei der Verschlüsselung von Daten (Banktransaktionen im Internet), bei den Strichcodes an Supermarktkassen, bei der Computertomographie, im Versicherungswesen (man könnte diese Liste noch lange fortsetzen!). Die Mathematik wird für uns als Gesellschaft also zunehmend relevanter, eben eine so genannte Schlüsseltechnologie, nicht nur in Wirtschaft und Technik.

Natürlich sind die dabei in der Praxis angewandten mathematischen Methoden meist viel zu komplex als dass man vom benützenden Individuum verlangen könnte, es müsse all diese Mathematik im Detail verstehen. Dies ist auch gar nicht notwendig, denn in der Tat kann man ja auch ohne dieses Detailverständnis ein Handy benutzen, ein Auto fahren, einen CD-Player und andere Geräte bedienen, hinter denen – tief verborgen – viel Mathematik steckt.

Diese komplizierten mathematischen Methoden und Algorithmen sind aber auch nicht Gegenstand des Mathematikunterrichts an unseren Schulen. Dort geht es (und muss es auch gehen!) um viel elementare Dinge.

Der Unterricht muss so angelegt sein, dass er einerseits seinen Allgemeinbildungsauftrag erfüllt und andererseits das fachliche Niveau so legt, dass daraus auch SchülerInnen erwachsen, die in einschlägigen Studien an Universitäten erfolgreich sein und somit zur Weiterentwicklung in den oben genannten Feldern beitragen können.

Was aber bedeutet dies? Worin besteht das fachliche Niveau? Darauf gibt es verschiedene Antworten. Man könnte sagen, fachliches Niveau bestehe primär im Beherrschen vieler „Techniken“ (Rechnen, Umformen von Termen, Lösen von Gleichungen, Differentiations- und Integrationsregeln etc.). Hier steht im Vordergrund die Syntax der „Sprache“ Mathematik. Ihre Bedeutung (die Semantik) tritt dabei in den Hintergrund. Dies ist eine sehr produktorientierte Auffassung von Mathematik: Mathematik ist sozusagen ein von anderen (von den SpezialistInnen, von den Wissenden) zusammengebautes Fertigprodukt. Als dieses Fertigprodukt wird es im Unterricht weitergegeben.

Diese Sichtweise greift aber viel zu kurz, sie erinnert fast an so manche NachhilfeschülerInnen, die mit den Worten „Erkläre mir nichts, sag mir einfach, wie es geht!“ ihren Wunsch beschreiben. Das erfolgreiche Betreiben von Mathematik (auch in den Forschungsabteilungen von Betrieben, bei denen Mathematik eine Rolle spielt) ist aber von anderer Qualität: Man muss nicht nur Fertiges anwenden, man muss Probleme zunächst einmal verstehen, analysieren, sie geeignet formulieren, man muss Vermutungen aufstellen, man muss „Dinge“ darstellen, probieren, verwerfen, begründen etc. All das sind prozessorientierte Tätigkeiten.

Die Erkenntnis, dass eine zugehörige Prozessorientierung schon im Unterricht Platz zu greifen hat, hat sich in den letzten Jahren auch in der Didaktik der Mathematik international durchgesetzt: Mathematik ist kein Fach, das man allein durch passives Konsumieren des Unterrichts einer Lehrkraft lernt. Die SchülerInnen müssen auch im Lernprozess immer wieder die Gelegenheit bzw. die Verpflichtung bekommen, anhand geeigneter Aufgaben selbst aktiv zu werden und obige Tätigkeiten im Unterricht durchzuführen.

(„Mathematics is not a spectator sport“ – wie es ein bekanntes Sprichwort und auch der Titel eines vor Kurzem erschienen Buches ausdrückt).

SchülerInnen bearbeiten Aufgaben (evtl. auch umfangreichere, längerfristig geplante) in Gruppen, beschäftigen sich mit Arbeitsblättern oder elektronischen „Lernpfaden“, diskutieren dabei viel über Mathematik in ihrer Sprache, fassen dann die Ergebnisse in einem kurzen Referat zusammen und erleben dabei Mathematik als Prozess. Natürlich werden dabei auch Fehler gemacht, aber das darf auch sein. Solche Fehler sind oft ein guter Anlass, um über sie reflektierend zu reden und sie dadurch in Zukunft zu vermeiden.

Ein prozessorientierter Unterricht kann auch durchaus bei so manchem neuen Stoffgebiet angewandt werden: Gut durchdachte Aufgabenserien und Lernpfade (auch unter Einbeziehung neuer Medien) ermöglichen, dass SchülerInnen selbstständig für sie neue Sachen entdecken, was sich sicher besser einprägt, als wenn man diese Information einfach als Fertigprodukt „vorgekaut“ bekommt.

Es kostet zwar relativ viel Zeit, aber es ist bei guter Planung gut investierte Zeit. Der neue Lehrplan fordert auch zu Mathematik als Prozess und zu selbstständigem Lernen explizit auf.

Ich gehöre nicht zu den Fachdidaktikern, die meinen, Mathematikunterricht soll gar keine produktorientierten Komponenten mehr haben. Es wird und muss sie weiterhin geben. Üben von Fertigkeiten, Phasen von Frontalunterricht etc. sind nicht ganz „out“ – aber der Unterricht darf sich darin auch nicht erschöpfen! Es sollte nur die prozessorientierte Seite etwas stärker betont werden, denn die andere Seite ist in der Praxis ohnehin noch stark genug, eine Ausgewogenheit zwischen Prozess- und Produktorientierung ist im Allgemeinen noch nicht erreicht.

Der Unterricht darf sich nicht darauf beschränken, unverstandene Techniken beizubringen, d. h. auf der syntaktischen Ebene zu bleiben. Das Verständnis des zu Grunde liegenden Stoffes (sei er innermathematisch oder anwendungsbezogen) muss eine noch höhere Bedeutung bekommen (semantische Ebene). „Etwas gelernt zu haben“ ist nicht unbedingt dasselbe wie „etwas verstanden zu haben“!

Dies gilt umso mehr, je mehr man Mathematik als Schlüsseltechnologie begreift: Die Schlüsseltechnologie braucht primär Leute mit Fähigkeiten und Verständnis, nicht mit bloßen Fertigkeiten.

### MATHE-FANS AN DIE UNI!

- Du überlegst dir gerne mathematische Aufgabenstellungen?
- Mathematik gehört zu deinen Lieblingsfächern?
- Du wolltest immer schon ein bisschen mehr über Mathematik wissen?

Wenn ein/-e AHS-Unterstufenschüler/-in diese Fragen mit „Ja“ beantwortet, dann ist sie/er richtig bei „MFU“.

Die **Fakultät für Mathematik der Universität Wien** bietet mit Unterstützung des Stadtschulrates für Wien den jüngeren Wiener Mathematik-Fans eine regelmäßige Gelegenheit, sich altersgemäß in einer Art **Mathematik-Werkstatt** mit interessanten Themen der Mathematik auseinanderzusetzen.

Dies können spannende Aufgaben sein, die es in Gruppen oder auch alleine zu lösen gilt, aber auch ausgewählte neue Stoffgebiete, die im Schulunterricht keinen Platz haben. Oft wird es auch um **Begründen und um Verstehen** gehen. Besonders wichtig sind dabei Interesse und Begeisterung für Mathematik.

Wir brauchen in Zukunft sicher noch mehr Personen, die sich für Mathematik und Naturwissenschaften interessieren und ein solches Studienfach wählen, damit wir (als Gesellschaft) die zukünftigen Herausforderungen meistern können.

Eine Voraussetzung dafür ist, die Begeisterung für das Fach Mathematik schon möglichst früh zu fördern. Deswegen hat die Didaktikgruppe der Fakultät für Mathematik der Universität Wien das Programm „Mathe-Fans an die Uni!“ ins Leben gerufen. Hier bekommen Kinder der AHS-Unterstufe kostenlos die Möglichkeit, sich altersgemäß in einer prozessorientierten „Mathematik-Werkstatt“ mit interessanten Themen der Mathematik auseinanderzusetzen. Förderungen im Fach Mathematik seitens der Schule (z. B. „Mathematik-Olympiade“) gibt es ja leider erst ab der Oberstufe. Wir hatten im Sommersemester 2008 über 180 Anmeldungen und konnten aus Kostengründen nur 45 Kinder aufnehmen. In Zukunft würden wir gerne alle interessierten Kinder aufnehmen, dazu müssten wir natürlich weitere Kurse anbieten können.

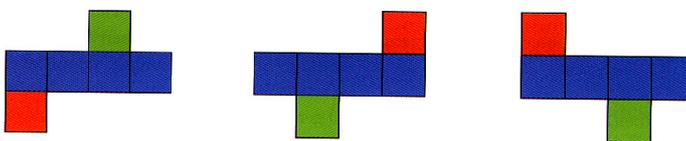
In der Oberstufe engagiert sich unsere Fakultät in Sachen „Begabtenförderung“: Seit 2006 organisiert sie jährlich eine „summer school“ für SchülerInnen ab der 10. Schulstufe, die besonderes Interesse an Mathematik haben. ■

Beispielaufgabe für die 1./2. Klasse

### WÜRFELNETZE

Wie viele wirklich verschiedene Würfelnetze gibt es eigentlich (die sich nicht nur durch Drehen oder Umklappen unterscheiden)?

Die folgenden drei wären also als gleich einzustufen, da 2. und 3. durch Drehen bzw. Umklappen von 1. entstehen würden:



**Lösung:** Es gibt elf wirklich verschiedene Würfelnetze

