

J. HUMENBERGER/
H.-CH. REICHEL

FUNDAMENTALE IDEEN
DER ANGEWANDTEN
MATHEMATIK

UND IHRE UMSETZUNG
IM UNTERRICHT

LEHRBÜCHER UND MONOGRAPHIEN
ZUR DIDAKTIK DER MATHEMATIK
BAND 31
HERAUSGEGEBEN VON N. KNOCHE
UND H. SCHEID



Wissenschaftsverlag
Mannheim · Leipzig · Wien · Zürich

Inhaltsverzeichnis

1	Der Begriff „Fundamentale Idee“	1
1.1	Fundamentale Ideen nach BRUNER	1
1.2	Literaturübersicht – Fundamentale Ideen	3
2	Angewandte Mathematik	13
2.1	„Reine“ versus „Angewandte“ Mathematik	13
2.2	Unser Verständnis von „Angewandter Mathematik“	15
2.3	Angewandte Mathematik im Unterricht	17
2.4	Schwierigkeiten bei „Anwendungsorientierung“	20
2.5	Fundamentale Ideen zur Strukturierung des Unterrichts	25
2.6	Zusammenfassung unseres Standpunktes	26
2.6.1	Forderungen an eine Fundamentale Idee der Angewandten Mathematik	27
2.6.2	Zweck von Fundamentalen Ideen der Angewandten Mathematik	28
2.6.3	Überblick über unseren Katalog von Fundamentalen Ideen der Angewandten Mathematik	28
I	Modelle, Sprache und Übersetzungsvorgänge	31
3	Das Modellbilden	33
3.1	Der typische Lösungsprozeß	33
3.2	Ein einfacher Modellierungsprozeß	35
3.3	„Mehrdeutigkeiten“ von Modellen	37
3.3.1	Unterschiedliche Modelle für gleiche Situationen	37
3.3.2	Verschiedene Situationen zum gleichen Modell	42
3.4	Eingekleidete Aufgaben	43
3.5	Untersuchungsergebnisse bei Modellbildungsaufgaben	48

4 Über- und Unterbestimmung	53
4.1 Grundsätzliche Bemerkungen	53
4.2 Konkrete Beispiele	54
5 Sprachliche Aspekte im Mathematikunterricht	61
5.1 Allgemeine Aspekte von Sprache und Mathematik	61
5.2 Das Mathematisieren	64
5.3 Umgangssprache – Exaktifizierungen	66
5.4 Erläutern von mathematischen Inhalten	69
5.4.1 Erläutern und Beschreiben von Lösungswegen	70
5.4.2 Erläutern von Begriffen, Definitionen und Sätzen	71
5.4.3 Erläutern von graphischen Darstellungen	72
5.5 Sprachliches Variieren und Erfinden von Aufgaben	73
5.6 Begründen und Argumentieren	74
5.7 Variable und Formeln	83
5.7.1 Variable im Unterricht	83
5.7.2 Variable als Mittel zur Beschreibung	86
5.7.3 Gleichungen, Terme, Formeln	87
II Näherungsverfahren, Näherungswerte und Fehlerkontrolle	91
6 Numerische Mathematik	93
6.1 Propädeutik	93
6.2 Überschlags- und Kopfrechnen, Schätzen	95
6.3 Näherungszahlen am Taschenrechner	97
6.4 Zur Angabe bzw. Festlegung von Näherungswerten	100
6.5 Numerische Inäquivalenz von Termen und Verfahren	107
7 Fehlerfortpflanzung	115
7.1 Regeln der Fehlerfortpflanzung	115
7.2 Extreme Auswirkungen von Rundungs- und Datenfehlern	119
7.2.1 PIVOT-Element beim GAUSS-Algorithmus	120
7.2.2 „Schlecht-konditionierte“ lineare Gleichungssysteme	122

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	<i>XI</i>
8 Näherungsverfahren und -werte	125
8.1 Grundlegendes und einfache Beispiele	125
8.2 Iteratives Lösen von linearen Gleichungssystemen	130
8.3 Das Fixpunktverfahren (im Mathematikunterricht)	135
8.4 Das NEWTON-Verfahren (im Mathematikunterricht)	142
III Stochastik	145
9 Ausgewählte Anwendungsbeispiele	149
9.1 Testen von Hypothesen	150
9.2 Bedingte Wahrscheinlichkeiten – Bayes'sche Regel	157
10 Verschiedene Modelle, Approximation, Paradoxa	167
10.1 Verschiedene Modelle zur selben Situation	167
10.2 Stochastik und Näherungsrechnung	169
10.3 Einige Paradoxa in der Wahrscheinlichkeitsrechnung	173
IV Optimieren	181
11 Methoden des Optimierens	183
11.1 Einführung	183
11.2 Ergänzen zu einem vollständigen Quadrat	186
11.3 Optimieren mit Hilfe bekannter Ungleichungen	189
11.4 Ein ausführliches Beispiel	192
V Algorithmen	197
12 Iteration	199
12.1 Zur Idee des „Algorithmus“	199
12.2 Zum Begriff der Iteration	200
12.3 Dynamische Systeme und Differenzgleichungen	203
12.4 „Chaos“ bei dynamischen Systemen	206
12.5 Weitere elementare Iterationen	210
12.6 Der HERONSche Wurzelalgorithmus	212
13 Rekursion	215

VI Darstellen unter „mathematischer Brille“ – Heuristik	219
14 Darstellen von Situationen	221
14.1 Eine Beispielauswahl	221
14.2 „Funktionen“ – Beschreibende Statistik	223
15 Problemlösen — Heuristische Strategien	229
15.1 Sinnvolles oder systematisches Probieren	230
15.2 Fallunterscheiden, Extrem- bzw. Spezialfälle	232
15.3 Analoge bzw. äquivalente Probleme	235
15.4 Symmetrie als heuristische Strategie	239
VII Vernetzen mathematischer Sachverhalte – Projekte und Facharbeiten	245
16 Vernetzen von Wissen	247
16.1 Vernetzen von Mathematik mit anderen Gebieten	247
16.2 Innermathematisches Vernetzen	248
16.2.1 Bewußtmachen von Äquivalenzen	248
16.2.2 Zusammenhänge, Verallgemeinerungen, Erweiterungen	248
16.3 Vernetzen innerhalb von Beispielen	252
16.3.1 Aufgaben mit mehreren Lösungsmöglichkeiten	252
16.3.2 Beispiele, zu deren Lösung mehr als ein Kalkül notwendig ist	254
16.4 Eigen- und Selbständigkeit beim Arbeiten	255
17 Projekte und Facharbeiten	257
17.1 Projektartige Unterrichtsformen	257
17.2 Die „Fach(bereichs)arbeit“ bei der Reifeprüfung	260
Literaturverzeichnis	263