

J. HUMENBERGER/  
H.-CH. REICHEL

---

FUNDAMENTALE IDEEN  
DER ANGEWANDTEN  
MATHEMATIK

UND IHRE UMSETZUNG  
IM UNTERRICHT

LEHRBÜCHER UND MONOGRAPHIEN  
ZUR DIDAKTIK DER MATHEMATIK  
BAND 31  
HERAUSGEGEBEN VON N. KNOCHE  
UND H. SCHEID



**Wissenschaftsverlag**  
Mannheim · Leipzig · Wien · Zürich



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Der Begriff „Fundamentale Idee“</b>	<b>1</b>
1.1	Fundamentale Ideen nach BRUNER . . . . .	1
1.2	Literaturübersicht – Fundamentale Ideen . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Angewandte Mathematik</b>	<b>13</b>
2.1	„Reine“ versus „Angewandte“ Mathematik . . . . .	13
2.2	Unser Verständnis von „Angewandter Mathematik“ . . . . .	15
2.3	Angewandte Mathematik im Unterricht . . . . .	17
2.4	Schwierigkeiten bei „Anwendungsorientierung“ . . . . .	20
2.5	Fundamentale Ideen zur Strukturierung des Unterrichts . . . . .	25
2.6	Zusammenfassung unseres Standpunktes . . . . .	26
2.6.1	Forderungen an eine Fundamentale Idee der Angewandten Mathematik . . . . .	27
2.6.2	Zweck von Fundamentalen Ideen der Angewandten Mathematik . . . . .	28
2.6.3	Überblick über unseren Katalog von Fundamentalen Ideen der Angewandten Mathematik . . . . .	28
<b>I</b>	<b>Modelle, Sprache und Übersetzungsvorgänge</b>	<b>31</b>
<b>3</b>	<b>Das Modellbilden</b>	<b>33</b>
3.1	Der typische Lösungsprozeß . . . . .	33
3.2	Ein einfacher Modellierungsprozeß . . . . .	35
3.3	„Mehrdeutigkeiten“ von Modellen . . . . .	37
3.3.1	Unterschiedliche Modelle für gleiche Situationen . . . . .	37
3.3.2	Verschiedene Situationen zum gleichen Modell . . . . .	42
3.4	Eingekleidete Aufgaben . . . . .	43
3.5	Untersuchungsergebnisse bei Modellbildungsaufgaben . . . . .	48

<b>4 Über- und Unterbestimmung</b>	<b>53</b>
4.1 Grundsätzliche Bemerkungen . . . . .	53
4.2 Konkrete Beispiele . . . . .	54
<b>5 Sprachliche Aspekte im Mathematikunterricht</b>	<b>61</b>
5.1 Allgemeine Aspekte von Sprache und Mathematik . . . . .	61
5.2 Das Mathematisieren . . . . .	64
5.3 Umgangssprache – Exaktifizierungen . . . . .	66
5.4 Erläutern von mathematischen Inhalten . . . . .	69
5.4.1 Erläutern und Beschreiben von Lösungswegen . . . . .	70
5.4.2 Erläutern von Begriffen, Definitionen und Sätzen . . . . .	71
5.4.3 Erläutern von graphischen Darstellungen . . . . .	72
5.5 Sprachliches Variieren und Erfinden von Aufgaben . . . . .	73
5.6 Begründen und Argumentieren . . . . .	74
5.7 Variable und Formeln . . . . .	83
5.7.1 Variable im Unterricht . . . . .	83
5.7.2 Variable als Mittel zur Beschreibung . . . . .	86
5.7.3 Gleichungen, Terme, Formeln . . . . .	87
<b>II Näherungsverfahren, Näherungswerte und Fehlerkontrolle</b>	<b>91</b>
<b>6 Numerische Mathematik</b>	<b>93</b>
6.1 Propädeutik . . . . .	93
6.2 Überschlags- und Kopfrechnen, Schätzen . . . . .	95
6.3 Näherungszahlen am Taschenrechner . . . . .	97
6.4 Zur Angabe bzw. Festlegung von Näherungswerten . . . . .	100
6.5 Numerische Inäquivalenz von Termen und Verfahren . . . . .	107
<b>7 Fehlerfortpflanzung</b>	<b>115</b>
7.1 Regeln der Fehlerfortpflanzung . . . . .	115
7.2 Extreme Auswirkungen von Rundungs- und Datenfehlern . . . . .	119
7.2.1 PIVOT-Element beim GAUSS-Algorithmus . . . . .	120
7.2.2 „Schlecht-konditionierte“ lineare Gleichungssysteme . . . . .	122

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	<i>XI</i>
<b>8 Näherungsverfahren und -werte</b>	<b>125</b>
8.1 Grundlegendes und einfache Beispiele . . . . .	125
8.2 Iteratives Lösen von linearen Gleichungssystemen . . . . .	130
8.3 Das Fixpunktverfahren (im Mathematikunterricht) . . . . .	135
8.4 Das NEWTON-Verfahren (im Mathematikunterricht) . . . . .	142
<b>III Stochastik</b>	<b>145</b>
<b>9 Ausgewählte Anwendungsbeispiele</b>	<b>149</b>
9.1 Testen von Hypothesen . . . . .	150
9.2 Bedingte Wahrscheinlichkeiten – Bayes'sche Regel . . . . .	157
<b>10 Verschiedene Modelle, Approximation, Paradoxa</b>	<b>167</b>
10.1 Verschiedene Modelle zur selben Situation . . . . .	167
10.2 Stochastik und Näherungsrechnung . . . . .	169
10.3 Einige Paradoxa in der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	173
<b>IV Optimieren</b>	<b>181</b>
<b>11 Methoden des Optimierens</b>	<b>183</b>
11.1 Einführung . . . . .	183
11.2 Ergänzen zu einem vollständigen Quadrat . . . . .	186
11.3 Optimieren mit Hilfe bekannter Ungleichungen . . . . .	189
11.4 Ein ausführliches Beispiel . . . . .	192
<b>V Algorithmen</b>	<b>197</b>
<b>12 Iteration</b>	<b>199</b>
12.1 Zur Idee des „Algorithmus“ . . . . .	199
12.2 Zum Begriff der Iteration . . . . .	200
12.3 Dynamische Systeme und Differenzgleichungen . . . . .	203
12.4 „Chaos“ bei dynamischen Systemen . . . . .	206
12.5 Weitere elementare Iterationen . . . . .	210
12.6 Der HERONSche Wurzelalgorithmus . . . . .	212
<b>13 Rekursion</b>	<b>215</b>

<b>VI Darstellen unter „mathematischer Brille“ – Heuristik</b>	<b>219</b>
<b>14 Darstellen von Situationen</b>	<b>221</b>
14.1 Eine Beispielauswahl . . . . .	221
14.2 „Funktionen“ – Beschreibende Statistik . . . . .	223
<b>15 Problemlösen — Heuristische Strategien</b>	<b>229</b>
15.1 Sinnvolles oder systematisches Probieren . . . . .	230
15.2 Fallunterscheiden, Extrem- bzw. Spezialfälle . . . . .	232
15.3 Analoge bzw. äquivalente Probleme . . . . .	235
15.4 Symmetrie als heuristische Strategie . . . . .	239
<b>VII Vernetzen mathematischer Sachverhalte – Projekte und Facharbeiten</b>	<b>245</b>
<b>16 Vernetzen von Wissen</b>	<b>247</b>
16.1 Vernetzen von Mathematik mit anderen Gebieten . . . . .	247
16.2 Innermathematisches Vernetzen . . . . .	248
16.2.1 Bewußtmachen von Äquivalenzen . . . . .	248
16.2.2 Zusammenhänge, Verallgemeinerungen, Erweiterungen . . . . .	248
16.3 Vernetzen innerhalb von Beispielen . . . . .	252
16.3.1 Aufgaben mit mehreren Lösungsmöglichkeiten . . . . .	252
16.3.2 Beispiele, zu deren Lösung mehr als ein Kalkül notwendig ist . . . . .	254
16.4 Eigen- und Selbständigkeit beim Arbeiten . . . . .	255
<b>17 Projekte und Facharbeiten</b>	<b>257</b>
17.1 Projektartige Unterrichtsformen . . . . .	257
17.2 Die „Fach(bereichs)arbeit“ bei der Reifeprüfung . . . . .	260
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>263</b>