

MATHEMATIK FÜR SCHULE UND PRAXIS
Herausgegeben von Hans-Christian REICHEL
Band 2

**Fachbereichsarbeiten
und Projekte
im Mathematikunterricht
mit Anregungen für das
Wahlpflichtfach**

von

J. HUMENBERGER G. HANISCH H.-C. REICHEL

unter Mitarbeit von St. GÖTZ und M. KOTH



Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, Wien

Inhaltsverzeichnis

0	Vorwort	13
1	Projektorientierter Mathematikunterricht an höheren Schulen	16
1.1	Projektunterricht im Lehrplan	17
1.2	Projektorientierte Formen des Mathematikunterrichts	19
2	Konkrete Beispiele für Projekte	23
2.1	Miniprojekte	24
2.1.1	Miniprojekte zu einem innermathematischen Thema	25
2.1.2	Miniprojekte zu außermathematischen Themen	32
2.2	Projekte zur Einübung eines gewissen mathematischen Themas	34
2.2.1	Sinnvolle Arbeit mit dem Taschenrechner	35
2.2.2	Projektartige Wiederholung der Statistik aus der 3. Klasse	36
2.2.3	Wiederholung einiger Kapiteln aus der Unterstufe	36
2.2.4	Zusammenbau von geometrischen Körpern zu einem Phantasieobjekt	37
2.3	Projekte zur Erarbeitung eines bestimmten mathematischen Themas . . .	37
2.3.1	Unser Klassenzimmer	38
2.3.2	Erarbeitung verschiedener Darstellungsformen bzw. Lageparameter der beschreibenden Statistik	38
2.4	Projekte zur Vernetzung gewisser Gebiete und Methoden	39
2.4.1	Innermathematisch motivierte Themen zur Vernetzung	39
2.4.2	Außermathematisch motivierte Themen zur Vernetzung	41
2.5	Projekte zur Aufarbeitung von Daten(mengen)	44
2.5.1	Sport	44
2.5.2	Landwirtschaft	45
2.5.3	Wahrscheinlichkeitsmodelle für frei fließenden Verkehr	45

2.6	Projekte zur Einübung mathematischer Fähigkeiten	46
2.6.1	Mathematik und Umgangssprache – Mathematik in der Alltags- sprache	46
2.6.2	Algorithmen in der Mathematik	50
2.6.3	Fehlersuche	50
2.6.4	Unterhaltsame Logik	52
2.6.5	Ein mathematisches Quizspiel	52
2.7	Projekte zur Vorbereitung einer späteren Fachbereichsarbeit	52
2.7.1	Rechnen mit fehlerbehafteten Größen	53
2.7.2	Beschreibende Statistik	53
2.7.3	Optimierungsaufgaben	54
2.7.4	Trigonometrie in der Vermessungstechnik	54
2.8	Abschließende Betrachtungen	54
3	Die Fachbereichsarbeit	59
3.1	Vorwort	59
3.2	Formale Anforderungen	60
3.2.1	Äußere Gestaltung	60
3.2.2	Besondere Seiten	62
3.2.3	Sprache	64
3.3	Inhalt und Stellung der Fachbereichsarbeit	64
3.4	Ziele einer Fachbereichsarbeit	65
3.5	Themenfindung	67
3.6	Betreuung der Arbeit	68
3.7	Beurteilung einer Fachbereichsarbeit	69
3.8	Beurteilungskriterien für Fachbereichsarbeiten	70
4	Reifeprüfungsverordnung bezüglich der Durchführung von Fachbereichsarbeiten	72
4.1	Formen der Reifeprüfung	72
4.2	Umfang der Reifeprüfung	72
4.3	Anmeldung zur Reifeprüfung	73

4.4	Vorprüfungen in Form einer Fachbereichsarbeit	73
4.5	Umfang und Inhalt der dazugehörigen mündlichen Prüfung	73
4.6	Themenstellung und Durchführung der Vorprüfung in Form einer Fachbereichsarbeit	74
4.7	Aufgabenstellung für die mündlichen Teilprüfungen	74
4.8	Durchführung der mündlichen Teilprüfungen	75
4.9	Beurteilung der Vorprüfungen	75
4.10	Wiederholung der Prüfung	76
4.11	Verhinderung und Rücktritt des Prüfungskandidaten	76
4.12	Reifeprüfungszeugnis und ergänzende Bestimmungen	76
5	Themenvorschläge für Fachbereichsarbeiten	77
5.1	Prinzipielle Arten von Themenstellungen in Mathematik	77
5.1.1	Darstellen bekannter mathematischer Themen	77
5.1.2	Darstellen eines neuen Stoffgebietes	78
5.1.3	Bearbeiten eines inner- und/oder außermathematischen Problems .	79
5.1.4	Lösen schwieriger mathematischer Probleme	80
5.1.5	Erstellen und Dokumentieren eines Computerprogrammes	80
5.1.6	Geschichte und Philosophie der Mathematik	81
5.1.7	Dokumentieren von Lernsituationen	82
5.1.8	Komplette Ausarbeitung eines Kapitels aus einem Schulbuch . . .	83
5.1.9	Mathematische Knobeleyen	83
5.1.10	Anwendungen der Mathematik in außermathematischen Bereichen	84
5.2	Themen mit möglichen Gliederungen	84
5.2.1	Lösung „großer“ Gleichungssysteme	86
5.2.2	Kegelschnitte als einfachste Beispiele der nicht linearen Koordinatengeometrie	87
5.2.3	Die Methode „Branch and Bound“ aus der Wirtschaftsmathematik	88
5.2.4	Matrizenrechnung	89
5.2.5	Mathematik in der Bevölkerungsgeographie	90
5.2.6	Geldwesen und Kreditprobleme	90
5.2.7	Sphärische Trigonometrie und mathematische Erdkunde	91

5.2.8	Das vektorielle Produkt	92
5.2.9	Verschiedene Zugänge und Anwendungen des Skalarprodukts . . .	93
5.2.10	Grundbegriffe der Restklassenrechnung	94
5.2.11	Differentialgleichungen – Schwingungen	94
5.2.12	Wahrscheinlichkeitsrechnung bei Spielen	95
5.2.13	Ungleichungen und Ungleichungssysteme	96
5.2.14	Netzplantechnik	97
5.2.15	Eine Extremwertaufgabe und ihr Umfeld	98
5.2.16	Die „Monte-Carlo-Methode“	99
5.2.17	Differenzgleichungen	99
5.2.18	Wahrscheinlichkeitsrechnung und Beurteilende Statistik	101
5.2.19	Der SIMPLEX-Algorithmus	102
5.2.20	Polarkoordinaten – Eine Einführung und einfache Anwendungen .	103
5.2.21	Stetigkeit und Grenzwerte reeller Funktionen	104
5.2.22	Mathematik-Olympiade-Aufgaben	105
5.2.23	Mathematik in geschichtlicher Entwicklung	106
5.2.24	Mathematik und Philosophie	107
5.2.25	Rückblick und Ausblick auf Themen der Oberstufe	108
5.3	Vier Beispiele von Schülern erstellter Fachbereichsarbeiten	108
5.3.1	Mathematiker der Antike	109
5.3.2	Die Bedeutung der Differentialrechnung	110
5.3.3	Kurven und Flächen zweiten Grades	110
5.3.4	Kryptologie	111
5.4	Weitere Themen – ohne Gliederung und Literatur	112
BEISPIELE AUSGEARBEITETER FACHBEREICHSARBEITEN		115
6	Beschreibende Statistik	117
6.0	Vorwort	117
6.1	Daten und Merkmale	117
6.1.1	Qualitative – Quantitative Merkmale	118
6.1.2	Nominale – Ordinale – Kardinale Merkmale	118

6.1.3	Diskrete – kontinuierliche (stetige) Merkmale	118
6.2	Häufigkeitsverteilungen und ihre Darstellungen	118
6.2.1	Balkendiagramme	119
6.2.2	Stengel-Blatt-Diagramme	122
6.2.3	Manipulationen durch verschiedene Arten der Darstellung	123
6.3	Lageparameter	125
6.3.1	Das arithmetische Mittel \bar{x} (μ)	125
6.3.2	Der Zentralwert (Median) m	127
6.3.3	Der Modalwert (Modus) M	128
6.4	Streuparameter	129
6.4.1	Die Spannweite r	130
6.4.2	Die mittlere lineare Abweichung s_m	130
6.4.3	Die mittlere quadratische Abweichung s^2	131
6.5	Literatur	135
7	Lineare Optimierung	136
7.0	Vorwort	136
7.1	Mathematische Voraussetzungen	137
7.1.1	Konvexe Punktmenge	137
7.1.2	Lösungsmengen von linearen Ungleichungen bzw. Ungleichungssystemen	138
7.1.3	Extremwerte linearer Funktionen in zwei Variablen	141
7.1.4	Der Hauptsatz der Linearen Optimierung	143
7.2	Graphisches Verfahren zum Lösen von Linearen Optimierungsaufgaben	145
7.3	Ein algebraisches Verfahren	150
7.4	Zusammenfassung	152
7.5	Literatur	154

8	Rechnen mit Näherungswerten und fehlerbehafteten Größen	155
8.1	Einleitung	155
8.2	Fehler und Fehlerarten	156
8.2.1	Meßfehler	156
8.2.2	Rundungsfehler	156
8.2.3	Methodentypische Fehler	157
8.2.4	Absoluter und Relativer Fehler	158
8.2.5	Mittlerer Fehler von Einzelmessungen und von Mittelwerten	160
8.3	Fehlerabschätzungen	162
8.3.1	Fehlerabschätzung bei Funktionen zweier Variablen	163
8.3.2	Fehlerabschätzung bei Funktionen einer Variablen	166
8.4	Literatur	173
9	Numerische und graphische Näherungslösungen von Gleichungen	174
9.0	Vorwort	174
9.1	Ein motivierendes Beispiel	175
9.2	Graphische Näherungslösungen	177
9.3	Das Halbierungsverfahren	180
9.4	Das Sekantenverfahren („Regula falsi“)	184
9.5	Das NEWTONsche Näherungsverfahren	186
9.6	Die Fixpunktmethode	192
9.7	Literatur	201
10	Reihenentwicklungen – Potenzreihen	202
10.0	Vorwort	202
10.1	Geometrische Reihen	203
10.2	Potenzreihen	205
10.3	TAYLOR-Reihen	212
10.4	Beispiele für Reihenentwicklungen nach TAYLOR	214
10.4.1	Trigonometrische Funktionen	214
10.4.2	Die Exponentialfunktion	215
10.4.3	Die Binomialreihe	217
10.5	Literatur	221

WEITERFÜHRENDE ANREGUNGEN FÜR FACHBEREICHSARBEITEN	222
11 Parameterdarstellungen von Kurven und einfache Anwendungen	223
11.1 Einführung von Parameterdarstellungen und deren Vorteile	223
11.2 Parameterdarstellungen von Gerade, Ellipse und Parabel	225
11.3 Zykloiden	227
11.4 Epizykloiden	228
11.5 Hypozykloiden	230
12 Grundlegende mathematische Modelle in der Populationsökologie	236
12.0 Vorwort	236
12.1 Die Räuber-Beute-Gleichung von VOLTERRA	237
12.2 Einfachste Modelle zur Beschreibung von Konkurrenz und Symbiose . . .	243
12.3 Ein Räuber-Beute-Modell mit innerspezifischer Konkurrenz	244
12.4 Konkurrenz- und Symbiosemodelle mit innerspezifischer Konkurrenz . . .	246
12.5 Ausblick: Mögliche Verallgemeinerungen	249
12.6 Computersimulation von Lösungskurven	251
12.7 Literatur	252
13 Näherungsverfahren zur Bestimmung von Flächeninhalten	253
13.0 Vorwort	253
13.1 Graphische Integration	254
13.1.1 Graphische Integration einer konstanten Funktion	255
13.1.2 Graphische Integration von Treppenfunktionen	256
13.1.3 Graphische Integration von allgemeinen Funktionen	257
13.2 Numerische Integration	258
13.2.1 Die Rechtecksformeln	259
13.2.2 Die Trapezformeln	262
13.2.3 Die Formel von SIMPSON	265
13.3 Literatur	269

LITERATURVORSCHLÄGE ZUR AUSSTATTUNG VON SCHULBIBLIOTHEKEN	270
14.1 Lexika, Überblicke, Formelsammlungen	271
14.2 Aufgabensammlungen und ausländische Schulbücher für die Sekundar- stufe I	272
14.3 Aufgabensammlungen und ausländische Schulbücher für die Sekundar- stufe II	275
14.4 Mathematische Lehrbücher zum Oberstufenlehrstoff	277
14.5 Aufgabensammlungen für die Mathematischen Olympiaden	281
14.6 Computer im Mathematikunterricht	282
14.7 Unterhaltungsmathematik und mathematische Spiele	283
14.8 Geschichte der Mathematik	290
14.9 Didaktik des Mathematikunterrichts	291
14.10 Mathematisch-didaktische Zeitschriften	294
Literaturverzeichnis	296