Mathematik als Prozess durch Modellierungsaufgaben im Unterricht

Hans Humenberger, Universität Wien

1 Mathematik und Mathematikunterricht als Prozess

„Modellierungsaufgaben für den Unterricht – selbst Erfahrungen sammeln“ war das Motto von einigen Workshops, die der Autor gehalten hat, z. B. bei den ISTRON-Lehrerfortbildungstagungen im Herbst 2008 in Darmstadt und im Herbst 2010 in Hamburg. Der Beginn dieser „Serie“ (diese wird evtl. ja noch fortgesetzt) hängt also auch mit Regina Bruder zusammen, er war bei der von ihr organisierten ISTRON-Tagung in Darmstadt. Durch unglückliche Wendungen kam es dazu, dass der zugehörige schriftliche Beitrag in dem dafür vorgesehenen ISTRON-Band nicht erschienen ist. Umso mehr freut es mich persönlich, dass er in einer überarbeiteten Form nun in der Festschrift für Regina Bruder erscheinen kann.

Eine ganz wesentliche Voraussetzung, im Unterricht erfolgreich mit Modellierungsaufgaben als Lehrkraft umzugehen, ist sich selbst schon mal an einigen solchen Aufgaben probiert zu haben, d. h. selber Erfahrungen im Modellieren zu haben. Es war der Sinn und Zweck dieser Workshops, interessierten Lehrkräften eine Gelegenheit dazu zu geben und darüber zu reflektieren.

Bevor wir zu ausgewählten Beispielen für (nicht komplexe) Modellierungsaufgaben kommen, einige kurz gehaltene Bemerkungen allgemeiner Natur über Mathematik als Prozess und Realitätsbezüge im Mathematikunterricht. Kurz deswegen, weil entsprechende Ausführungen (auch längere) in vielen anderen Beiträgen (insbesondere auch im Werk von Regina Bruder) nachzulesen sind.

Seit vielen Jahren bemühen sich Fachdidaktiker/innen und viele aufgeschlossene Lehrkräfte eine neue Lehr- bzw. Lernkultur im Mathematikunterricht zu forcieren: Mathematik und Mathematikunterricht sollte mehr als Prozess und weniger als bloße Vermittlung von „Fertigprodukten“ gesehen werden, mehr Verständnis – weniger Kalkül, mehr Semantik – weniger Syntax. In den vergangenen Jahrzehnten stand die Lehrkraft sehr im Mittelpunkt des Unterrichts, diese in letzter Zeit geforderte Form des Unterrichts ist eine mehr schüler/innen/zentrierte: Mehr Eigenaktivität der Lernenden, Mathematik ist kein „Zuschauersport“ und nicht etwas, das man durch bloßes Nachvollziehen von Routinen und Verfahren besonders gut lernt. Das „aktive Tun“ ist dabei sehr wichtig, wie auch beim Erlernen eines Musikinstruments bzw. einer Sportart etc. – auch hier lernt man nicht besonders gut durch bloßes Zuschauen.

Das Betreiben von Mathematik hat Prozesscharakter und besteht aus Vermuten, Probieren, Entdecken, Erkennen, Verwerfen, Begründen, Verstehen, Überwinden von Schwierigkeiten etc. und nicht in der Reproduktion fertig vorgegebener Routinen. Dies ist auf allen Ebenen des Betreibens von Mathematik so (insbesondere auch in der

Forschung), und diese Aktivitäten müssen sich vermehrt auch in unserem Unterricht widerspiegeln!

Die folgende Tabelle enthält eine relativ plakative Gegenüberstellung von Produktorientierung vs. Prozessorientierung in Bezug auf einige Merkmale, in der deutlich wird, dass sich dahinter jeweils eine ganz andere Auffassung von Unterricht verbirgt („Nürnberger Trichter" vs. „vorwiegend konstruktivistische Auffassung von Lernen").

	Produkt- bzw. Kalkülorientierung	**Prozessorientierung**
Ablauf	Erklären – Musteraufgabe – Üben von Analogaufgaben	Problemstellung – Probieren – Berichten – Reagieren
Ziel, Schwerpunkt	Eindeutigkeit, Sicherheit, Rezept, Ergebnis, Produkt	Verstehen, Begreifen, Prozess, Weg, Methode
Aufgaben	„geschlossene Aufgaben", Drillen von Fertigkeiten, Regelorientierung, quantitativ umfangreiches Üben (viele Aufgaben zum selben Prinzip)	offenere Aufgaben, Entdecken, Experimentieren, Begründen, Formulieren, eigenständige Wege, Beispielorientierung, produktives Üben (qualitativ umfangreich)
L-S-Aktivität	Lehrkraft aktiv, Schülerinnen und Schüler (SuS) eher passiv Weg der Lehrkraft im Vordergrund	SuS aktiv, Lehrkraft zunächst eher passiv: reagiert dann auf Vorschläge der SuS Wege der SuS im Vordergrund
Sozialform	Lehrervortrag, fragend-entwickelnd, kleinschrittig, auf ein eindeutiges Ziel hin	Einzel-, Partner-, Gruppenarbeit, flexibel, offen
Vorbereitung	Gute Vorbereitung bis ins Detail der Darbietung	Überlegungen, wie man SuS zu Eigentätigkeit anregen kann (geeignete Aufgaben formulieren)
Erklärungen	sehr umfangreich, Lehrkraft muss von Beginn an alles erklären	weniger Erklärungen, mehr eigenes Nachdenken der SuS
Fehler	sind zu vermeiden, Unterricht als ständige Leistungssituation	zugelassen und sollen konstruktiv verarbeitet werden, deutliche Trennung zwischen Lern- und Leistungssituationen

Dies soll nicht bedeuten, dass Lehrervortrag, fragend-entwickelnder Unterricht, Üben etc. gar nicht mehr vorkommen sollten. Ein Unterricht, der rein konstruktivistisch ausgerichtet ist, ginge mir persönlich zu weit, er wäre auch wieder sehr extrem, nur das andere Extrem. Es sollte eine Ausgewogenheit zwischen Phasen im Unterricht geben, in denen Wissens-Instruktion bzw. -Konstruktion im Vordergrund steht. Und diese Ausgewogenheit ist im durchschnittlichen Unterricht unserer Erfahrung nach noch nicht erreicht, ist aber wichtig für guten Unterricht und für ein angemessenes Bild von Mathematik, das die Schülerinnen und Schüler (SuS) von ihrem Unterricht mitnehmen. Hier hat der Schulunterricht eine ganz große Verantwortung: Er ist für die meisten Personen ausschließlich dafür verantwortlich, welches Bild von Mathematik sie mit ins Leben nehmen, denn für sie ist der schulische Unterricht so ziemlich der einzige Ort, an dem sie explizit und bewusst mit Mathematik zu tun haben (implizit – aber meist unbemerkt – natürlich auch ständig im Alltag). D. h. das maßgebliche Bild von Mathematik in der Gesellschaft ist nur vom Schulunterricht geprägt. Und da wäre es ja wirklich schade, wenn als einziges Bild von Mathematik zurückbliebe: Mathematik ist ein Sammelsurium von Regeln, die von der Lehrkraft bzw. vom Schulbuch vorgegeben und nicht weiter hinterfragt werden. Wenige Leute verstehen diese Regeln, die anderen folgen diesen vorgegebenen „Spielregeln“ und wissen nicht wirklich, was sie dabei genau tun und auch nicht warum.

2 Realitätsbezüge im Unterricht

Es gibt zwei verschiedene Arten, wie Realitätsbezüge in den Mathematikunterricht einfließen können, „eingekleidete Aufgaben“ und „Modellierungsaufgaben“.

Die Standardversion, in der Realitätsbezüge Eingang in den Mathematikunterricht finden, sind so genannte eingekleidete Aufgaben (z. B. die meisten „Textaufgaben“ in Schulbüchern sind solche). Das Sachproblem bzw. dessen Lösung steht nicht ernsthaft im Mittelpunkt des Interesses; es sind nur Texteinkleidungen einer Formel oder eines Kalküls („Textgleichungen“), so dass diese zur gerade durchgenommenen Mathematik passen (um diese geht es primär!). Es handelt sich also um Übungsaufgaben zum gerade durchgemachten Stoff, wobei die Sachsituationen oft relativ künstlich konstruiert sind (dies aber nicht zwangsweise sein müssen).

Solche nur eingekleideten Aufgaben haben auch Vorteile:

- Das so wichtige Übersetzen von Texten in die Sprache der Mathematik wird dabei gefördert und gefordert.
- Sie nehmen nicht so viel Zeit in Anspruch und wir brauchen beim Unterricht ja auch „Übungsaufgaben“, die nicht so lange dauern wie „authentischere Modellierungsaufgaben“.

Ich sehe in solchen eingekleideten Aufgaben unter gewissen Bedingungen durchaus etwas Positives (abgesehen davon, dass das Verstecken von Aufgaben in Texten eine Jahrtausende alte Tradition hat – schon bei den Babyloniern; Lesende bzw. Bearbeitende haben die Aufgabe, den mathematischen Kern herauszulesen bzw. die Situation wieder zu „entkleiden“ von ihrem Textgewand):

- Aufgaben müssen einen vernünftigen Kontext haben, dürfen nicht an den Haaren herbeigezogen sein, wobei die zugehörige „Grenze" natürlich subjektiv ist.
- Der Umgang mit ihnen muss ein ehrlicher sein: zugeben, dass es im Prinzip „nur eingekleidete" Aufgaben sind (keine authentischen Fragen bzw. Situationen, die uns wirklich so begegnen). Es darf also nicht der Anschein erweckt werden, dass im Lösen von z. B. „Mischungsaufgaben" der wahre Kern der Anwendungsorientierung von Mathematik bestünde, dass SuS diese lösen können müssten, um für das Leben nach der Schule gerüstet zu sein. Diese werden bewusst als (zeitsparendes) Übungsmaterial genommen, in dem das Übersetzen von Text in Mathematik im Vordergrund steht.
- Anwendungsorientierung/Realitätsbezug des Unterrichts darf sich in diesen eingekleideten Aufgaben nicht erschöpfen, d. h. es sollten auch realistischere, authentischere Aufgaben bzw. Probleme („Modellierungsaufgaben") behandelt werden, so dass man selber erfahren kann: Mathematik ist ein wichtiges Werkzeug und kann bei Problemen eine gute Hilfe sein.

Bei Modellierungsaufgaben steht die authentischere Realsituation im Mittelpunkt, das Strukturieren der Aufgabe, das tiefere und analysierende Nachdenken darüber, wie Mathematik helfen kann das Problem zu beschreiben, zu strukturieren, zu analysieren, …, zu lösen.

Dieses „Modellieren" braucht natürlich Zeit und Muße, es ist aber sicher gut investierte Zeit (Motivation, Sinnfrage, „richtiges Bild von Mathematik", etc.) und soll auf allen Ebenen des Sekundarstufenunterrichts verwirklicht werden. Anregungen dazu bieten z. B. alle ISTRON-Bände, aber auch viele andere Quellen (z. B. Greefrath, 2007, Maaß, 2007 etc.).

Es gibt viele schematische Darstellungen des Modellierungskreislaufes, die sich meist nur durch Nuancen unterscheiden (vgl. bekannte Arbeiten von Blum, Schupp, Kaiser, Maaß, etc.), in Abb. 1 eine aus 4 Stationen und 4 Schritten (Tätigkeiten):

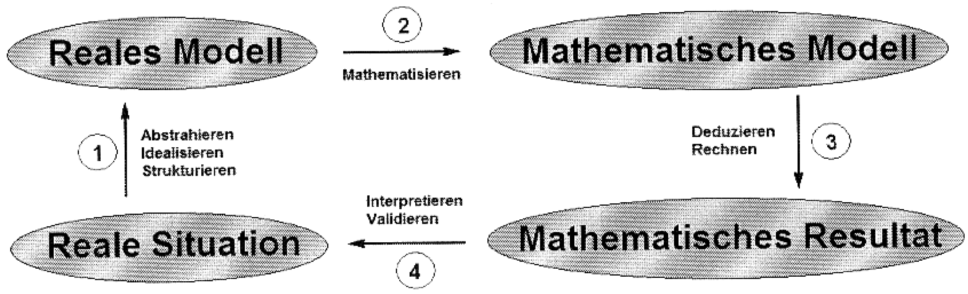

Abbildung 1

Anhand eines einfachen und bekannten Beispiels sollen diese Schritte beim Modellbilden kurz erklärt werden:

„Sichtweite auf das Meer": Wie weit sieht man von einem 20 m hohen Aussichtsturm am Strand auf das offene Meer?

(Hinweis: Die Krümmung der Erdoberfläche begrenzt ja die Sichtweite.)

Diese Aufgabe kann auf verschiedene Arten im Unterricht behandelt werden:

1) Lehrkraft (Schulbuch) gibt die Skizze vor; Erdradius und Variablen in der Skizze vorgegeben (vgl. Abb. 2).

Dann ist diese Aufgabe eine weitere Übungsaufgabe zum Thema „Pythagoras", eine gute, aber nur eingekleidete Aufgabe. Sie dauert nicht allzu lange, solche Aufgaben können dann sogar mehrere in einer Stunde gemacht werden.

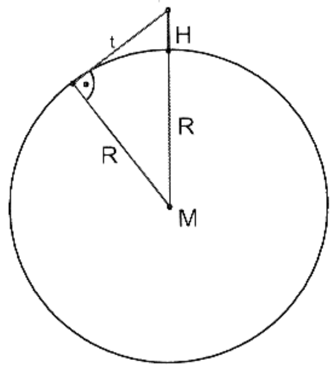

Abbildung 2

2) als Modellierungsaufgabe

Dieses Beispiel ist eine gute Gelegenheit, die einzelnen Modellierungsschritte zu identifizieren. Die Sachlage ist nicht sehr komplex und überschaubar, deshalb ist die Erfolgsquote bei den SuS sicher relativ hoch (Voraussetzung: Pythagoras). Diese Aufgabe ist aber nicht nur während des Kapitels *Lehrsatz von Pythagoras* oder unmittelbar danach gut einsetzbar, sondern vor allem auch irgendwann einmal später. Sie ist so nicht als Übungsaufgabe zu Pythagoras gedacht, sondern: Gegeben ist eine beschriebene Situation, ein Problem, eine Aufgabe (mit Realitätsbezug); was kann man mit mathematischen Mitteln zur Lösung beitragen?

Die Aufgabenstellung als Modellierungsaufgabe sollte ohne vorgegebene Skizze erfolgen, nur mit der obigen Fragestellung und evtl. dem Hinweis.

Die SuS müssen dann *selbst* nach einer geeigneten Beschreibung der Situation suchen, haben selbst Gelegenheit einmal die typischen Modellierungsschritte (Vereinfachungen, Idealisierungen) vorzunehmen, das Problem zu strukturieren etc.

1. Erde als Kugel (Kreis in der Zeichnung); Erkenntnis, dass die Fragestellung etwas mit dem Erdradius zu tun hat → dessen Wert selbst nachschlagen); Turm in Verlängerung eines Radius
2. Sichtweite hat etwas mit *Tangenten* zu tun, *rechtwinkliges Dreieck*, *Pythagoras*, Aufstellen der Gleichung
3. Berechnen der Sichtweite („Lösen der Gleichung")
4. Interpretieren: kann diese Lösung stimmen? Stimmen die Einheiten? Wenn nicht, noch mal zurück zu Schritt 1, 2 oder 3.

Natürlich brauchen die Schritte viel Zeit und müssen bei selbständiger Arbeit nicht in jeder Gruppe ideal ablaufen. Es können und werden Fehler gemacht werden, die aber vielleicht Gelegenheit bieten, sie produktiv aufzugreifen und zu thematisieren, um sie so in Zukunft besser zu vermeiden.

Bei Modellierungsaufgaben ist es immer möglich, dass SuS andere Wege als von der Lehrkraft gedacht einschlagen. Auch diese können interessant sein, SuS können dabei auch neue interessante Fragestellungen finden und diesen nachgehen. Lehrkräfte sollen bei Modellierungsaufgaben nicht stark eingreifen, ihre Intervention in den Lösungsprozess sollte

- der Situation und Gruppe angepasst, also **individuell**
- nur **minimal** (d. h. was unbedingt nötig ist)
- möglichst **selbständigkeitserhaltend** (nicht die SuS weitestgehend auf die eigene Lösung hintrimmen, sondern deren Selbständigkeit soll so weit wie möglich erhalten bleiben; die SuS sollen modellieren, nicht die Lehrkraft!)

sein (vgl. Leiß, 2007). In der Steuerung und Planung dieser selbständigen Modellierungsprozesse besteht ein besonders wichtiges Geschick der Lehrkraft: Bei starken Schwierigkeiten weiter anspornen durch Hinweise, Fragen und behutsame Hilfen. Natürlich, wenn etwas komplett falsch ist, und die SuS dies auch nach längerer Zeit nicht selbständig merken, so muss dies auch gesagt werden. Man kann oft Hinweise auch in Fragen verpacken und damit SuS anregen sich weiterhin selbständig mit der Aufgabe zu beschäftigen. Solche strategischen Hinweise und Fragen allgemeiner Natur wären z. B.: Lest die Aufgabe genau durch und stellt euch die Situation vor! Macht euch eine Skizze! Überlegt genau was eigentlich gesucht ist! Was wollt ihr mit eurem Vorgehen erreichen? Habt ihr schon alle Informationen verwertet? Wo könnte man ggf. fehlende Informationen herbekommen? Ist dieses Ergebnis sinnvoll? Passt es zur Ausgangssituation? etc.

Die SuS holen sich auch bei anderen Gruppen vielleicht Hilfe, es gibt Diskussionen, es wird über Mathematik geredet. Sie müssen sich verständlich machen, Argumente und Ansichten austauschen und Mathematik wird mehr als Prozess betrieben.

Plant man noch die nötigen Kurzpräsentationen der einzelnen Gruppen ein, so wäre für die obige Aufgabe (Sichtweite) sicher ein Zeitbedarf von zwei bis drei Unterrichtsstunden zu veranschlagen. So prägt sich der jeweilige Inhalt (hier: Sichtweite) sicher besser ein, ist lebendiger, sinnvoller, spannender. Es kann dabei unmittelbar erlebt werden: „Mathematik kann helfen." (Sinnfrage, Motivation).

Ein ganz besonderes Anliegen von Freudenthal war bekanntlich: SuS sollen nicht so sehr „Angewandte Mathematik" lernen, sondern eher „wie man Mathematik anwendet". Einer Klasse als Lehrkraft „angewandte Mathematik" vorzumachen ist meist etwas anderes als die SuS selber zum Anwenden von Mathematik zu befähigen – eine schwierige aber edle und wichtige Aufgabe!

Viele Lehrkräfte beklagen zu Recht, dass Modellieren in ihrer Ausbildung gar nicht vorgekommen ist. „Woher sollte man das denn können?" ist manchmal zu hören. Neben den wichtigen didaktischen Fragen, die mit Modellierungsaufgaben zusammenhängen, muss man vor allem selbst einmal Gelegenheiten nutzen mathematisch zu modellieren. Diesen Sinn hatten die genannten Workshops auf den ISTRON-Tagungen primär. Im Folgenden werden einige Modellierungsaufgaben vorgestellt, die im Workshop präsentiert und von Lehrkräften in Gruppen bearbeitet wurden.

Es sind meist nicht alle benötigten Daten gegeben. Ein wesentlicher Teil der Aufgabe besteht eben darin, selbst herauszufinden, welche Angaben hier denn überhaupt benötigt werden („unterbestimmte Aufgaben"). So müssen die SuS die Aufgabe selbst „strukturieren" und einiges selbst recherchieren (Internet). Das Weglassen von Informationen wird oft auch als Möglichkeit bezeichnet, Aufgaben zu „öffnen", d. h. aus einer eher „geschlossenen" Aufgabe eine „offen(er)e" zu machen. Andere Prinzipien zum Öffnen von Aufgaben wären z. B. „Umkehren der Aufgabenstellung" oder „Verändern (Variieren) der Angabe". Für eine Klassifizierung offener Aufgaben siehe z. B. Bruder (2000, S. 70).

3 Ausgewählte Modellierungsaufgaben der Workshops

3.1 Super Size Me[1]

In seinem berühmten Film hat sich Morgan Spurlock einem Selbstversuch ausgesetzt: 30 Tage Ernährung ausschließlich bei McDonald's, und zwar durchschnittlich 5000 kcal pro Tag, wobei er sich so gut wie keiner körperlichen Belastung aussetzte (weniger als 2000 Schritte pro Tag).

Das Ergebnis des Versuchs war eine Gewichtszunahme von 84 kg auf 95,5 kg.

- Wie kann die ungefähre Entwicklung des Gewichts in diesen 30 Tagen vor sich gegangen sein? Ist das im Film dargestellte Ergebnis des Experiments realistisch? Falls ja, hätte man die Gewichtszunahme von Morgan Spurlock auch im Vorfeld prognostizieren können?

  Etwas konkreter: $G_0 = 84\,kg \rightarrow G_{30} = 95{,}5\,kg$; *gebt eine Formel an, wie man ausgehend von* G_n *(Gewicht in kg nach n Tagen) zu* G_{n+1} *kommen kann! Berechnet ausgehend von* $G_0 = 84\,kg$ *und eurer Formel euren Wert von* G_{30} *und vergleicht mit dem obigen Wert.*

- Wie würde eine andere Person (z. B. mit Ausgangsgewicht 70 kg) unter vergleichbaren Umständen zunehmen?
- Wie könnte die Gewichtsentwicklung bei dieser Ernährung weitergehen? Würde sich das Gewicht bei einem bestimmten Wert „einpendeln"? Wenn ja, bei welchem?

3.2 Klopapier-Werbung

Das Format ist 10 cm breit, ziemlich lang und insgesamt natürlich etwas gewöhnungsbedürftig. Trotzdem haben Pharma-, Putzmittel- und Reinigungsunternehmen das Klopapier als neues Werbemedium entdeckt.

Auf vielen Großpackungen steht die Anzahl der Blätter, meist $n = 200$ oder $n = 250$ Blatt, so dass die Gesamtlänge auf einer Rolle einfach als $n \cdot$ Blattlänge zu bekommen wäre. Auf einzelnen Rollen steht allerdings n nicht (Abb. 3).

- Wie könnte man die Gesamtlänge des Klopapiers auf einer vorliegenden Rolle mathematisch begründet abschätzen? Findet dafür mindestens zwei verschiedene Möglichkeiten!

1 Nach einer Idee von Prof. Dr. P. Galbraith, Universität Queensland, Australien

- Was müsste der Meter Werbung auf einer Rolle kosten, damit die Rolle für die Verbraucher kostenlos ist?
- Wie viele € müssten in Deutschland schätzungsweise für Werbung auf Klopapier ausgegeben werden, damit alle Verbraucher/innen in Deutschland ihr Klopapier kostenlos bekämen?
- Lasst euch selbst noch weitere spannende Fragen zu diesem Themenkreis einfallen und beantwortet diese, wenn auch nur näherungsweise!

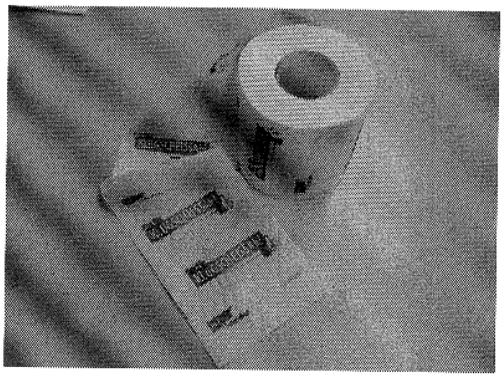

Abbildung 3

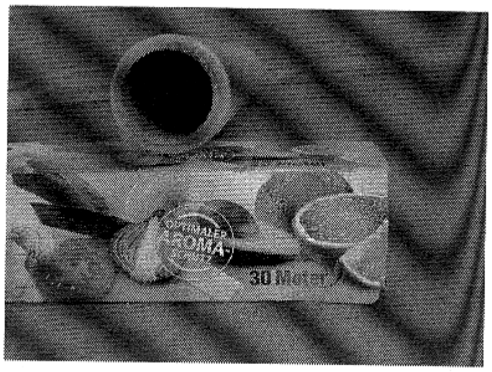

Abbildung 4

3.3 Dicke einer Frischhaltefolie

Wie kann man näherungsweise bestimmen, wie dick (bzw. besser gesagt „dünn") eine Frischhaltefolie ist? Beschreibe eine mögliche Vorgehensweise und gib das Ergebnis an (Abb. 4).

4 Mögliche Lösungen bzw. Hinweise

4.1 Super Size Me

Ein mögliches erstes Modell wäre vielleicht lineare Gewichtszunahme: $G_n = 84 + \frac{11,5}{30} \times n$; aber die Zunahme nach diesem Modell wäre unbeschränkt!

Besseres Modell:

Man braucht einen so genannten Grundumsatz, um sein Gewicht (bei keiner bis nur ganz geringer körperlicher Belastung) zu halten: Zwei bekannte Faustregeln lauten (Internetrecherche):

- 24 × Gewicht in kg = „Grundumsatz" in kcal [pro Stunde entspricht der „Grundumsatz" (in kcal) ca. dem eigenen Körpergewicht (in kg)]
- Für 1 kg Gewichtszunahme braucht man ca. 7800 überschüssige kcal. [1 kg Körperfett hat ca. 7800 kcal; es sind hier aber auch andere Werte zu finden: z. B. 7000 kcal]

Damit: $G_{n+1} = G_n + \frac{5000 - 24 \times G_n}{7800}$; mit dem „Grenzwert" bei $G = \frac{5000}{24} = 208\frac{1}{3}$ kg (unabhängig vom Anfangsgewicht).

4.2 Klopapierwerbung

Abschätzungen für die Länge des Klopapiers:

Papiervolumen ausrechnen („Hohlzylinder"; Abmessen von Innen- und Außendurchmesser, Breite der Rolle); den Dickebedarf einer Schicht kann man bestimmen, indem man die Dicke von z. B. 10 oder 20 Schichten misst (oder zählt, wie viele Lagen sich in einer Dicke von z. B. 5 mm befinden). Wenn man sich das Papier dann „abgewickelt" vorstellt, so kann man die Länge berechnen, indem das Volumen durch „Breite" und „Dicke" dividiert wird.

Oder: Mittleren Umfang bestimmen (Abmessen des mittleren Radius) und Anzahl der Schichten auf der ganzen Rolle näherungsweise bestimmen (siehe oben).

4.3 Dicke einer Frischhaltefolie

Man könnte mittels der in Abb. 4 sichtbaren Angabe über die Länge (30 m) die Dicke einer einzelnen Schicht näherungsweise z. B. über das „Folienvolumen" bestimmen: Die Breite steht einerseits kleingedruckt auch auf der Verpackung, andererseits kann diese leicht gemessen werden (29 cm) – eigentlich ist sie aber gar nicht nötig, siehe unten. Das nicht abgewickelte Folienvolumen entspricht einem Zylinder über einem Kreisring, dessen innerer und äußerer Durchmesser an der realen Rolle gemessen werden kann. Somit kann man mit der Breite der Rolle als Höhe des Zylinders das Volumen berechnen. Nun stellt man sich die Folie abgewickelt vor und dividiert das Volumen durch die Länge (30 m) und die abgemessene Breite der Folie (29 cm), so ergibt sich die fehlende Dicke. Dabei merkt man dann vielleicht auch, dass sich die Breite (29 cm) „herausdividiert", es kommt auf sie gar nicht an. Als Alternative böte sich an, mit einem mittleren Durchmesser einer Folienumwicklung zu arbeiten, auch dieser kann am realen Objekt leicht bestimmt werden. Dividiert man die 30 m durch den zugehörigen mittleren Umfang einer Wicklung, so erhält man näherungsweise die Anzahl der Wicklungen. Mit dieser Anzahl kann man aus der Dicke der gesamten Folienaufwicklung (abzumessen an der Rolle) leicht auf die „Dicke einer Wicklung", d. h. auf die Foliendicke schließen. Gleichwertig dazu ist die Bestimmung einer Ober- bzw. Untergrenze für die Dicke, indem man statt mit dem mittleren Umfang mit dem äußeren bzw. inneren Umfang arbeitet. In jedem Fall ergibt sich schlussendlich eine Foliendicke von ca. 13 – 14 µm.

Literatur

Bruder, R. (2000). Akzentuierte Aufgaben und heuristische Erfahrungen. In W. Herget & L. Flade (Hrsg.): Mathematik lehren und lernen nach TIMSS. Anregungen für die Sekundarstufen. Berlin: Volk und Wissen.

Greefrath, G. (2007). Modellieren lernen mit offenen realitätsnahen Aufgaben. Köln: Aulis.

Leiß, D. (2007). Hilf mir es selbst zu tun – Lehrerinterventionen beim mathematischen Modellieren. Hildesheim: Franzbecker.

Maaß, K. (2007). Mathematisches Modellieren. Aufgaben für die Sekundarstufe 1. Berlin: Cornelsen.

Bildquellen:

Abbildung 3: http://www.toilettenpapier-24.de (mit freundlicher Genehmigung)