

**Pfingsttagung 2002**

**Workshop 213**

**Univ. Doz. Dr. Franz Embacher**

## **Mathematik und Physik und Mathematik**

erstmalig veröffentlicht in:

Bärbel Barzel, Detlef Berntzen, Victor Manuel David Sendas: Neues Lernen. Neue Medien. Viele Projekte im Land. Tagungsdokumentation. Westfälische Wilhelms-Universität Münster. 21.-24. Mai 2002. Münster 2003 (=ZKL-Texte Nr. 25), ISBN 3-934064-30-2

# Mathematik und Physik und Mathematik

Workshop gegeben auf der  
6. Pfingsttagung  
der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

21. - 24. Mai 2002

Franz Embacher

Institut für Theoretische Physik der Universität Wien  
E-mail: [fe@ap.univie.ac.at](mailto:fe@ap.univie.ac.at)  
WWW: <http://www.ap.univie.ac.at/users/fe/>

## Abstract:

Weder die Behandlung physikalischer Anwendungsbeispiele im Mathematikunterricht noch die Verwendung mathematischer Techniken im Physikunterricht sind eine für SchülerInnen leichte Angelegenheit. Ressourcen im WWW und interaktive Techniken können hier helfen, Brücken zu bauen.

Webseite zum Workshop:  
<http://www.ap.univie.ac.at/users/fe/Pfingsttagung2002/>

Unter den vielen Aspekten, die den Unterricht der beiden Fächer Mathematik und Physik miteinander verbinden (oder verbinden sollten) möchte ich mich auf einige wenige beschränken. Sie alle beziehen sich auf den Unterricht in der Sekundarstufe II (Oberstufe). Die meisten der unten angeführten Beispiele – für beide Fächer – stammen aus dem Online-Lernhilfepool **mathe online** (<http://www.mathe-online.at>).

## 1. Physik im Mathematikunterricht

Physikalische Themen können im Mathematikunterricht zweierlei Rollen spielen: als Veranschaulichungen und als Anwendungsbeispiele.

### ***Physikalische Situationen als Veranschaulichungen***

Physikalische Sachverhalte werden oft zur Veranschaulichung – "Deutung", "Interpretation" – mathematischer Konzepte verwendet. Dabei handelt es sich meist um plausible Alltagssituationen, etwa Bewegungsabläufe und deren zeitliche Dimension. Paradebeispiele sind die Interpretation der Ableitung einer Funktion als zeitliche Änderungsrate (vor allem als Geschwindigkeit), die Deutung der zweiten Ableitung als Beschleunigung und die Deutung der Parameterdarstellung als Bewegung eines Punktes. Der Sinn solcher Veranschaulichungen besteht darin,

*Neues* und *Abstraktes* auf *Bekanntes* und *Konkretes* zurückzuführen, und dafür müssen die herangezogenen Situationen einfach sein – in der Regel ist für ihr Verständnis sehr wenig physikalisches Wissen nötig. Moderne Visualisierungs- und Interaktionstechniken können solche Situationen simulieren, auf das Wesentliche reduzieren (“mathematisieren“) und ihre mathematischen Aspekte deutlicher herausstreichen.

### **Beispiele**

- Funktionale Abhängigkeiten verstehen  
<http://www.mathe-online.at/galerie/fun1/fun1.html#FunktAbh>  
Dieses Applet dient der Einführung des Funktionsbegriffs und fördert das Verständnis des Kovariations-Aspekts (Abhängigkeit einer Größe von einer anderen). Es stellt eine “quasi-physikalische“ Situation dar, die in verschiedener Weise gedeutet werden kann.
- Parameterdarstellung von Geraden (in der Ebene)  
<http://www.mathe-online.at/galerie/geom1/geom1.html#param>  
Die Parameterdarstellung einer Geraden als Bewegung eines Punktes, wobei die zeitliche Dimension über einen Schieberegler gesteuert werden kann.

### **Physikalische Themen als Anwendungsbeispiele mathematischer Verfahren**

Andererseits können physikalische Themen im Gewand von "Anwendungsbeispielen" auftreten. Die Palette reicht von einfachen Umformungen (etwa: "Das Ohmsche Gesetz lautet:  $U = R I$ . Drücke den Widerstand  $R$  durch die Stromstärke  $I$  und die Spannung  $U$  aus!") bis zur Modellierung komplexer physikalischer Sachverhalte. Im Idealfall sollen Sie das Interesse der SchülerInnen sowohl auf das jeweilige Thema als auch auf die Vorgangsweise bei der Anwendung mathematischer Methoden lenken. Erst wer eine Reihe derartiger Beispiele kennen gelernt hat, bekommt einen Begriff von der eigentlichen Stärke der Mathematik, ihrer Universalität. Die Problematik dieser Anwendungsbeispiele besteht oft darin, dass die für eine Einarbeitung in ein neues Thema nötige Zeit (oder Motivation) fehlt. Hier können entsprechend aufbereitete multimediale Darstellungen helfen, indem sie das Verstehen des Übersetzungsvorgangs

physikalische Situation → mathematisches Problem  
→ Rückübersetzung des Ergebnisses

fördern. Dabei ist es gleichgültig, ob die verwendeten Ressourcen ursprünglich zur Verwendung im Mathematik- oder im Physikunterricht konzipiert sind. Es nicht einmal unbedingt nötig, dass sie entsprechende Erläuterungen (Hilfstexte, Beschriftungen,...) aufweisen, wenn diese im Unterricht beigesteuert oder entwickelt werden.

Im Prinzip sind physikalische Bezüge dieses Typs im Mathematikunterricht frei wählbar. Insofern bestehen hier kaum “Pflichtthemen“, und die Auswahl kann sich an den Interessen von SchülerInnen und LehrerIn orientieren.

## Beispiele

- Strahlengang im Hohlspiegel  
<http://www.ap.univie.ac.at/users/fe/Kostproben/Hohlspiegel/>  
Dieses Applet kann helfen, den Begriff des Brennpunkts und seine Beziehung zu optischen Linsen zu schärfen. Wenn SchülerInnen aufgefordert werden, den Brennpunkt einzustellen, machen sie in der Regel zunächst einen interessanten Fehler...
- Penrose-Diagramm  
<http://www.mathe-online.at/galerie/struct/struct.html#PenroseDiagramm>  
Obwohl es hier um ein nicht einfach zu verstehendes Thema der Relativitätstheorie geht, kann dieses Applet fortgeschrittenen und interessierten SchülerInnen helfen, mit dem Begriff abstrakter mathematischer Räume und Strukturen etwas anzufangen.

Das Hohlspiegel-Beispiel stammt aus dem Physlets-Programm von Wolfgang Christian (Davidson College, USA; <http://webphysics.davidson.edu/Applets/Applets.html>), das die Gestaltung eigener interaktiver Anwendungen mit Hilfe einer einfachen, in den HTML-Code eingebetteten Syntax gestattet. Es wurde für die Physik-Lehre entwickelt, enthält aber zahlreiche Objekte, die mathematischer Natur sind bzw. zur Visualisierung mathematischer Vorgänge verwendet werden können.

## 2. Mathematik im Physikunterricht

Gänzlich anders verhält es sich mit der Rolle der Mathematik im Physikunterricht. Da die Mathematik eine zentrale methodische Stellung in der Physik einnimmt, ist die Verwendung formaler Konzepte ein nicht wegzudenkender Bestandteil dieses Fachs. In der Praxis äußert sich das für viele SchülerInnen aber lediglich in der "Verwendung von Formeln". Wird die Rolle mathematischer Argumentation in der Physik ausgeblendet, verkürzt sich damit aber auch das Verständnis physikalischen Denkens. Die mit der Verwendung mathematischer Methoden im Physikunterricht verbundenen Schwierigkeiten rühren unter anderem vom formalen Charakter der beiden Fächer und dem Problem der "notwendigen Voraussetzungen" her. In beiden Fächern ist es schwer, das algorithmische Abarbeiten von Regeln nicht zum Ersatz für das Verstehen werden zu lassen.

Ganz besonders schwierig ist die Situation in Bezug auf Themen und Theorien der modernen Physik. Besonders das Fehlen der mathematischen Grundlagen für ein tieferes Verständnis der beiden wichtigsten Theorien der Physik des 20. Jahrhunderts, der Relativitätstheorie und der Quantentheorie, verleitet oft dazu, auf formale und quantitative Methoden überhaupt zu verzichten. Dadurch besteht die Gefahr, dass gerade diese Gebiete als Ansammlungen phantastischer Spekulationen verstanden werden.

An dieser Stelle möchte ich einen besonderen Aspekt des Computereinsatzes für den Physikunterricht ins Spiel bringen. Visualisierungen und Online-Werkzeuge stellen in einem gewissen Ausmaß einen *Ersatz* für analytische Berechnungen dar.

Sie gestatten eine "quasi-mathematische" Sichtweise, in der einerseits über mathematische Konzepte gesprochen, andererseits aber komplizierte Berechnungen dem Computer überlassen werden können. Wichtig ist dabei, dass "im Prinzip" verstanden werden kann, was der Computer tut, und dass die Darstellungsform schülerInnengerecht ist. Ich möchte hier nicht auf eine Liste sinnvoller Gestaltungselemente (wie Schieberegler, begleitende Zahlenausgaben usw.) eingehen, und auch keine lange Aufzählung von Ressourcen vornehmen, sondern anhand einiger Beispiele zeigen, wie sich der Einsatz derartiger Lernhilfen gestalten kann. Wiederum ist es gleichgültig, ob die verwendeten Ressourcen ursprünglich zur Verwendung im Mathematik- oder im Physikunterricht konzipiert sind.

### **Beispiele**

- Lorentztransformation  
<http://www.mathe-online.at/galerie/struct/struct.html#lorentz>  
Ein besonderer Wesenszug der Speziellen Relativitätstheorie ist die geometrische Interpretation der Raumzeit. Vom rechnerischen Standpunkt aus betrachtet, ist es eine zeitaufwendige Angelegenheit, zu interessanten Fragestellungen vorzudringen. Ein dynamisches Diagramm wie dieses erlaubt eine wesentlich tiefere Durchdringung des Themas als es möglich wäre, wenn die SchülerInnen jeden Schritt rechnerisch nachvollziehen müssten.
- Heisenbergsche Unschärferelation (Fourierreihe)  
<http://www.mathe-online.at/galerie/fourier/fourier.html#fourier>  
Die Heisenbergsche Unschärferelation ist der Ursprung tiefergehender Missverständnisse. Diese können leichter vermieden werden, wenn die mathematische Ursache des berühmten Satzes – eine im Grunde recht einfache Eigenschaft trigonometrischer Polynome – klargelegt ist. Dadurch erscheinen auch Konzepte wie das Superpositionsprinzip und die Beziehung von de Broglie in einem neuen Licht.

### **Nachbemerkung**

Obwohl die Themen "Physik im Mathematikunterricht" und "Mathematik im Physikunterricht" hier getrennt besprochen wurden, ist der Idealfall natürlich die gemeinsame Abstimmung des Unterrichts oder zumindest einzelner Themenschwerpunkte. Indem bestimmte elektronische Ressourcen in beiden Fächern bearbeitet werden, jeweils unter dem Blickwinkel des entsprechenden Unterrichtsstoffs, kann der Einsatz Neuer Medien auch in diesem Sinn eine Klammer darstellen.

Weitere interaktive Beispiele finden sich auf der Webseite  
<http://www.ap.univie.ac.at/users/fe/Pfingsttagung2002/>.