Universität Wien
Doz. Dr. D. Burde

Analytische Zahlentheorie

— Test-Examen —

Wintersemester 2003/04

---

1. Arithmetische Funktionen. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) Für teilerfremde natürliche Zahlen n, m sind auch $\varphi(n)$ und $\varphi(m)$ teilerfremd.
(b) Aus $n \mid m$ folgt $\varphi(n) \mid \varphi(m)$.
(c) Es gilt $\sum_{d|n} \mu(d)\varphi(d) = \prod_{p|n}(2-p)$, wobei das Produkt über alle positiven Primteiler von n läuft.

(5 Punkte)

2. Eulers Summationsformel. Man beweise mit Hilfe der Eulerschen Summationsformel, daß es eine Konstante A gibt, so daß für alle $x \geq 2$ gilt:

$$\sum_{n \leq x} \frac{\log n}{n} = \frac{1}{2}(\log x)^2 + A + O\left(\frac{\log x}{x}\right)$$

(5 Punkte)

3. Dirichlet-Charaktere. Man stelle eine Tabelle auf, die alle Werte aller Dirichlet-Charaktere modulo 7 enthält.

(5 Punkte)

4. L-Reihen. Es sei $\chi(n)$ ein Dirichletscher Charakter modulo k und $L(s,\chi) = \sum_{n=1}^{\infty} \chi(n) n^{-s}$ die L-Reihe zu χ für $\sigma > 1$. Man zeige, daß für $\sigma > 1$ gilt

$$\frac{L'(s)}{L(s)} = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi(n)\Lambda(n)}{n^s}$$

(5 Punkte)

Besprechung: Dienstag, 20. Jänner 2003