Aspekte der Mathematik (Einheiten 3, 4, 5)

Geschichte(n) der Mathematik

Christian Schmeiser[1]

1 Zahlen

Das Zählen (Natürliche Zahlen)

Die kognitiven Fähigkeiten des Menschen (und verschiedener Tierarten) erlauben das unmittelbare Erfassen kleiner Anzahlen gleichartiger Objekte, wobei die Grenze wohl bei 4–5 liegt. Das heißt, man kann z.B. mit einem Blick (ohne zu zählen) erkennen, ob es sich um 2 oder 3 Objekte handelt. Die Tatsache, dass in menschlichen Gesellschaften, deren Entwicklungsstufe etwa der Steinzeit entspricht, nur Zahlwörter für *eins, zwei, einige* und *viele* existieren, deutet darauf hin, dass in diesen Kulturen nicht in unserem Sinne gezählt wird. Andererseits werden Funde von Knochen mit Einkerbungen, die 30.000 bis 20.000 Jahre alt sind, als erste Zeugnisse des Zählens interpretiert (siehe Fig. 1).

Figure 1: **Der Ishango-Knochen:** steinzeitliches Artefakt, gefunden 1950 in Zentralafrika, Alter ca. 20.000 Jahre, rechts die Einteilung der Kerben in Gruppen.

[1]Institut für Mathematik, Universität Wien, Oskar-Morgenstern-Platz 1, 1090 Wien, Austria. christian.schmeiser@univie.ac.at

Der Abstraktionsschritt, Zählen als einen von den gezählten Objekten unabhängigen Vorgang zu sehen, wird in der Verwendung von Zahlwörtern reflektiert. Dieser Vorgang ist wohl nicht in einem Schritt erfolgt. Ein verbleibender Hinweis darauf ist das Vorhandensein unterschiedlicher Zahlwörter je nach Art der gezählten Objekte auch in modernen Sprachen. Ein gutes Beipiel dafür ist das Japanische (jeweils 1–5):

- *ichi, ni, san, shi, go:* Abstraktes (wissenschaftliches) Zählen mit Hilfe chinesischer Lehnwörter
- *hitotsu, futatsu, mitsu, yotsu, itsutsu:* Unspezifische Gegenstände
- *hitori, futari, sannin, yonnin, gonin:* Personen
- *ichimai, nimai, sanmai, yonmai, gomai:* Flache Gegenstände
- *ippai, nihai, sanbai, yonhai, gohai:* Tassen (z.B. Tee)

Im Deutschen könnte man etwa die verschiedenen Begriffe *Zwei, Duett, Zwillinge, Paar* ähnlich interpretieren.

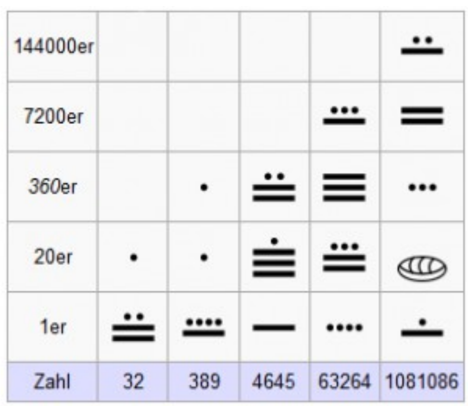

Figure 2: Zahlensystem der Mayas

Zahlensysteme:

- **Mayas** (wahrscheinlich von Olmeken (1400 v.Chr.) und Zapoteken (1500 v.Chr.) entwickelt): Basis 20 (bzw. 18); siehe Fig. 2.
- **China** (400 v.Chr.): Dezimales Positionssystem mit 2 Versionen der Ziffern 1–9 für gerade und ungerade Potenzen von 10. Rechnen mit Stäbchen auf schachbrettartigen Rechenbrettern (dadurch kein Problem durch fehlende Null).
- **Mesopotamien** (2000–1900 v.Chr.): Sexagesimales (Basis 60) Positionssystem, wobei die Ziffern 1–59 nur aus den beiden Keilschriftzeichen für 1 und für 10 durch entsprechende

Wiederholung kombiniert werden (siehe Fig. 3). Nullen werden durch Zwischenräume gekennzeichnet, ab ca. 600 v.Chr. durch ein Lückenzeichen. Kleines Einmaleins bis 60 mal 60 mit Hilfe von Zahlentafeln. Einflüsse bis in die Gegenwart: Voller Winkel 360 Grad, 1 Stunde zu 60 Minuten zu 60 Sekunden.

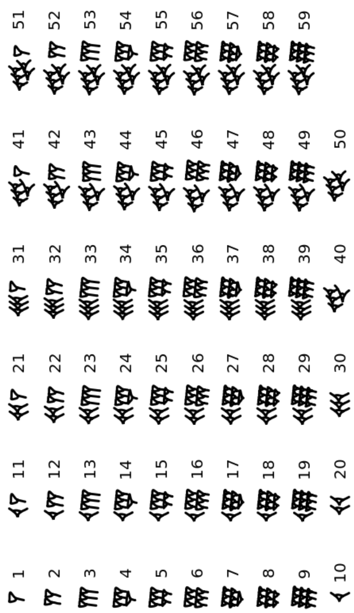

Figure 3: Ziffern der Babylonier

- **Ägypten** (Dokumente aus dem mittleren Reich, 2040–1790 v.Chr.): Dezimalsystem mit Symbolen für 10^n, $n = 0, \ldots, 6$, die jeweils 1–9 mal wiederholt werden; siehe Fig. 4.

- **Griechisch-hellenistische Mathematik** (700 v.Chr. – 500 n.Chr.): Das milesische System: Dezimalsystem mit Buchstaben (24 griechische + 3 semitische) für 1–9, 10–90, 100–900 (siehe Fig. 5); Zusatzzeichen für Tausender und Zehntausender.

- **Rom** (etruskische Wurzeln, vollständig im 1. Jh. v.Chr.): Additives (bzw. subtraktives) gemischtes 5er- bzw. 10er-System. Zahlzeichen: I=1, V=5, X=10, L=50, C=100, D=500, M=1000. Beispiel: MCMLXXXIV=1984.

- **Indien:** Zunächst (ab 3. Jh. v.Chr.) additives Dezimalsystem, dann (mit Hilfe der Null) Ausbildung des vollen dezimalen Positionssystems (7. Jh. n.Chr. schon weit verbreitet), wohl unter verschiedenen Einflüssen, z.B. aus Mesopotamien und China. Nullzeichen in Form eines Kreises ab 870. Ausbreitung in islamische Länder ab dem 8. Jh., in Europa ab dem 12. Jh. Die Zeichen gehen auf die indische *Devanagari*-Schrift zurück (siehe Fig. 6).

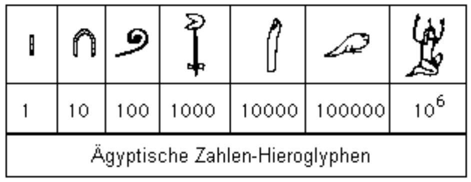

Figure 4: Ägyptisches Zahlensystem

Die bisher beschriebenen Entwicklungen sind von Bedeutung für das praktische Arbeiten mit Zahlen, d.h. das Rechnen bzw. die *Logistik*, nach der Sprechweise der griechisch-hellenistischen MathematikerInnen[2]. Für die *Arithmetik,* d.h. das wissenschaftliche Rechnen, und für Beweise von Eigenschaften der Zahlen (wie z.B. Rechenregeln) ist es notwendig, eine klare Festlegung des Zahlbegriffes zu haben.

- **Elemente des Euklid** (Buch VII, 300 v. Chr.):
  1. *Einheit ist das, wonach jedes Ding eines genannt wird.*
  2. *Zahl ist die aus Einheiten zusammengesetzte Menge.*
  Interessanterweise schlossen die griechischen Mathematiker (wie z.B. Aristoteles, 384–322 v. Chr.) daraus, dass 1 keine Zahl ist, sondern $2, 3, 4, \ldots$

- **Peano-Axiome** (1889):
  1. *Es gibt eine erste natürliche Zahl (genannt 1).*
  2. *Jede natürliche Zahl besitzt genau einen Nachfolger.*
  3. *1 ist kein Nachfolger.*
  4. *Natürliche Zahlen mit gleichem Nachfolger sind gleich.*
  5. *Durch das Bilden von Nachfolgern, beginnend bei 1, erreicht man alle natürlichen Zahlen.*
  Das ist die heute gebräuchliche Basis für die Mathematik der natürlichen Zahlen (man denke z.B. an die Beweismethode der *vollständigen Induktion*).

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass im Rahmen der axiomatischen Mengenlehre die natürlichen Zahlen *definiert* werden können, d.h. nicht selbst durch Axiome beschrieben werden müssen.

Erweiterung des Zahlbegriffes

Die Grundrechnungsarten und das Lösen von Gleichungen führen auf natürliche Art auf Erweiterungen des Zahlenbegriffes.

[2] Das Binnen-I deutet hin auf die erste Mathematikerin der Geschichte, Hypatia von Alexandria (370–415)

EINER				ZEHNER				HUNDERTER			
Α	α	Alpha	1	Ι	ι	Iota	10	Ρ	ρ	Rho	100
Β	β	Beta	2	Κ	κ	Kappa	20	Σ	σ	Sigma	200
Γ	γ	Gamma	3	Λ	λ	Lambda	30	Τ	τ	Tau	300
Δ	δ	Delta	4	Μ	μ	My	40	Υ	υ	Ypsilon	400
Ε	ε	Epsilon	5	Ν	ν	Ny	50	Φ	φ	Phi	500
Ϛ	ϛ	Digamma	6	Ξ	ξ	Xi	60	Χ	χ	Chi	600
Ζ	ζ	Zeta	7	Ο	ο	Omikron	70	Ψ	ψ	Psi	700
Η	η	Eta	8	Π	π	Pi	80	Ω	ω	Omega	800
Θ	θ	Theta	9	Ϟ	ϙ	Koppa	90	Ϡ	ϡ	San	900

Figure 5: Milesisches Zahlensystem

- Negative Zahlen: **China**, z.B. im Buch *Jiuzhang suanshu* (etwa *Neun Bücher über arithmetische Techniken*, entstanden 200 v.Chr. – 300 n.Chr.); **Indien**, z.B. in *Siddhanta-siromani* (etwa *Kranz der Wissenschaften,* geschrieben ca. 1150 von Bhaskara II (1114–1185)); **Bagdad** (erste systematische Behandlung negativer Zahlen in der muslimischen Mathematik durch As-Samawal (–1175) in *Das glänzend schöne Buch über das Rechnen*).

- Brüche: **China**, ebenfalls in *Jiuzhang suanshu*; in **Mesopotamien** erlaubte das oben besprochene Sexagesimalsystem auch Nachkommastellen; aus **Indien** stammt die jetzt gebräuchliche Schreibweise für Brüche

Wie oben erwähnt, war in der griechisch-hellenistischen Mathematik der Begriff *Zahl* für die natürlichen Zahlen ohne die 1 reserviert. Brüche wurden *Verhältnisse* genannt, wobei man die Verbindung zur Geometrie hergestellt hat, indem man an Verhältnisse von Streckenlängen gedacht hat. Dabei ist man zunächst davon ausgegangen, dass beliebige Paare von Strecken *kommensurabel* sind, d.h. dass beide Streckenlängen ganzzahlige Vielfache einer dritten Streckenlänge sind. Das würde bedeuten, dass man mit Brüchen auskommt, wenn man geometrische Probleme rechnerisch

Europäisch	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Arabisch-Indisch	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Östliches Arabisch-Indisch (Persisch und Urdu)	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Devanagari (Hindi)	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
Tamil		௧	௨	௩	௪	௫	௬	௭	௮	௯

Figure 6: Indisch-arabische Ziffern

behandeln will.

Die *Pythagoräer* waren ein von Pythagoras von Samos (ca. 540–500 v.Chr.) gegründeter, sektenartiger Bund, dessen Lehre auf mathematischen Erkenntnissen aufgebaut war. Er existierte bis ins 4. Jh. v.Chr., und wurde im 1. Jh. v.Chr. neu belebt (Neupythagoräer). Dem Mitglied Hippasos von Metapont (um 450 v.Chr.) wird die Entdeckung zugeschrieben, dass es inkommensurable Streckenpaare gibt. Ein Beispiel sind Seite und Diagonale eines Quadrates, deren Längen durch den *pythagoräischen Lehrsatz* in Verbindung gebracht werden können und das Verhältnis $\sqrt{2}$ zueinander haben. Diese Entdeckung bedeutete für die Pythagoräer nichts weniger als den Zusammenbruch ihres Weltbildes. Die Neupythagoreer berichten, dass Hippasos durch Bekanntgabe dieses Resulats ihre Geheimhaltungspflicht verletzte und dass ihn durch seinen Tod bei einem Schiffbruch die gerechte Strafe ereilte.

In der Zeit danach wurde eine Art Wiederaufbau der griechischen Mathematik betrieben. Diese bestand zum Teil darin, die Verbindung zwischen Arithmetik und Geometrie teilweise aufzuheben und die Behandlung der Irrationalitäten als rein geometrisches Problem zu behandeln. Das hat auf sehr einfallsreiche geometrische Lösungsverfahren für verschiedene Klassen von Gleichungen geführt (Beispiel $ab = cx$).

Erst viel später wurde ein Zahlbegriff entwickelt, der die reellen Zahlen beinhaltet. Von Isaac Newton (1643–1727) stammt die Definition: *Eine Zahl ist das Verhältnis einer Größe zu einer anderen Größe derselben Art, die als Einheit gewählt wurde.*

Die Diskussion über den Zahlbegriff reicht bis in die Neuzeit. Zwei Aussagen von Leopold Kronecker (1823–1891):
Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht; alles andere ist Menschenwerk.
Und ich glaube auch, dass es dereinst gelingen wird, den gesamten Inhalt aller dieser mathematis-

chen Disziplinen zu arithmetisieren, d.h. einzig und allein auf den im engsten Sinn genommenen Zahlbegriff zu gründen, also die Modifikationen und Erweiterungen dieses Begriffs wieder abzustreifen, welche zumeist durch die Anwendungen auf die Geometrie und Mechanik veranlasst worden sind. Ich meine hier namentlich die Hinzunahme der irrationalen sowie der kontinuierlichen Größen.
Aus heutiger Sicht hat Kronecker wohl nicht Recht behalten, und zwar wohl weniger, weil sein Programm undurchführbar wäre, sondern weil es zu wenig Interesse gefunden hat.

Schließlich sollen noch zwei Zugänge zu einer modernen Definition der irrationalen Zahlen am Beispiel $\sqrt{2}$ erwähnt werden. Der erste ist der sogenannte *Dedekindsche Schnitt* (Julius Wilhelm Richard Dedekind, 1831–1916). Die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen lässt sich unterteilen in die beiden Mengen $A_1 = \{r \in \mathbb{Q} : r > 0,\, r^2 < 2\} \cup \{r \in \mathbb{Q} : r \leq 0\}$ und $A_2 = \{r \in \mathbb{Q} : r > 0,\, r^2 > 2\}$. Die Menge A_1 liegt auf der Zahlengeraden links von A_2, und der Abstand zwischen den beiden Mengen ist Null. Trotzdem *fehlt* dazwischen eine Zahl. Diese wird bezeichnet als $\sqrt{2}$. Abstrakt gesehen wird die neue Zahl mit dem Paar von Mengen (A_1, A_2) (einem Dedekindschen Schnitt) identifiziert.

Der zweite Zugang geht auf Georg Cantor (1845–1918) zurück. Man beginnt mit der Feststellung, dass die gesuchte Zahl zwischen 1 und 2 liegen muss, weil $1^2 < 2 < 2^2$. Nun bildet man das arithmetische Mittel $3/2$ zwischen 1 und 2 und stellt fest, dass $1^2 < 2 < (3/2)^2$. Man hat also den Bereich, in dem man suchen muss, auf die Hälfte reduziert. Dieses Verfahren kann man natürlich immer weiter fortsetzen. Die nächsten beiden Schritte ergeben $(5/4)^2 < 2 < (3/2)^2$ und $(11/8)^2 < 2 < (3/2)^2$. Setzt man das Verfahren fort, so ergeben die kleineren Werte $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $a_2 = 5/4$, $a_3 = 11/8$ usw. eine sogenannte Cauchyfolge von rationalen Zahlen, d.h. dass in einem gewissen Sinn die Werte immer näher zusammenrücken. Würde sie konvergieren, d.h. einem Grenzwert zustreben (was das genau bedeutet, lernen Sie bald), müsste der Grenzwert eine Zahl sein, deren Quadrat gleich 2 ist. Eine solche rationale Zahl gibt es aber nicht. Ähnlich zum Dedekindschen Schnitt erfinden wir also die neue Zahl $\sqrt{2}$, die in einer abstrakten Sicht mit der konstruierten Folge identifiziert wird.

Eine ebenso von Cantor behandelte Frage könnte man naiv formulieren als: *Wie viele Zahlen gibt es eigentlich?* Um darüber sinnvoll sprechen zu können, definiert er zunächst den Begriff der *Mächtigkeit* von Mengen. Er sagt: *Zwei Mengen sind gleich mächtig, wenn zwischen ihren Elementen eine ein-eindeutige Zuordnung besteht.* Daraus ergibt sich z.B. eine scharfe Definition der Aussage: Die Menge A hat n Elemente, nämlich: A ist gleich mächtig wie $\{1, 2, \ldots, n\}$. Aus der Cantorschen Definition folgen zunächst überraschende Resulate, wie z.B. dass die Menge der natürlichen Zahlen und die Menge der geraden Zahlen gleich mächtig sind (Hilbertsches Hotel), oder, noch überraschender, dass auch die Menge der rationalen Zahlen dieselbe Mächtigkeit (genannt *abzählbar*) besitzt. Schließlich beweist Cantor das sensationelle Resulat, dass die Menge der irrationalen Zahlen nicht abzählbar ist, d.h. dass die Anzahl der Lücken, die die rationalen Zahlen auf der Zahlengeraden frei lassen im Cantorschen Sinn viel größer ist als die Anzahl der rationalen Zahlen selbst.

Die letzte bedeutende Erweiterung des Zahlsystems betrifft die Einführung der *imaginären* bzw. komplexen Zahlen. Motiviert durch die von Girolamo Cardano (1501–1576) publizierten Lösungsformeln für Gleichungen dritten und vierten Grades, wird dieser Schritt von dem Ingenieur Rafael Bombelli (1526–1572) durchgeführt. Die Verwendung des Symbols i für die imaginäre Einheit geht auf Leonhard Euler (1707–1783) und die endgültige Etablierung der komplexen Zahlen auf Carl Friedrich Gauß (1777–1855) zurück. Georg Frobenius (1849–1917) bewies, dass der Körper der komplexen Zahlen der größtmögliche Erweiterungskörper der reellen Zahlen ist, was einen Abschluss der Entwicklung des Zahlensystems bedeutet.

Schließlich sei noch William Rowan Hamilton (1805–1865) erwähnt, der die Sichtweise komplexer Zahlen als Paare reeller Zahlen etabliert hat. Dadurch motiviert schuf er später die Theorie der *Quaternionen*, ein Rechensystem für Quadrupel reeller Zahlen, wobei er allerdings auf die Kommutativität der Multiplikation verzichten musste.

2 Personen

Euklid (360?–290? v.Chr.) und David Hilbert (1862–1943): Der Untertitel *Axiomatische Geometrie* für diesen Abschnitt erklärt, warum diese beiden Personen hier als Paar genannt werden.

Die *Elemente des Euklid* sind eines der wichtigsten (wenn nicht das wichtigste) mathematischen Werke der Geschichte. Bezüglich ihres Autors gibt es viele Unklarheiten bis hin zur Fragwürdigkeit seiner Existenz. Vermutlich hat er im 3. Jh. v.Chr. im *Museion von Alexandria* gelehrt. Das Museion könnte man als die erste staatliche (von den Ptolemäern, den Herrschern Ägyptens, gegründete) Universität bezeichnen. Es beherbergte eine außerordentliche Bibliothek (ca. 400 000 Papyrusrollen), deren Zerstörung in den Kriegen mit den Römern als einer der größten Verluste von Kulturgut in der Geschichte der Menschheit gilt.

Die Sonderstellung der *Elemente* beruht darauf, dass sie zum ersten Mal einen axiomatischen Zugang zu einem Teilgebiet der Mathematik, nämlich der Geometrie, beinhalten. Es gibt z.B. *Definitionen* (heute würde man sagen *Beschreibungen*) wie
Ein Punkt ist, was keine Teile hat. Eine Linie ist breitenlose Länge.

Was wir heute als *Axiome* bezeichnen, wurde *Postulate* genannt. Unter ihnen ragt in seiner Bedeutung das letzte und fünfte, das *Parallelenpostulat,* heraus, aus dem folgt, dass es zu jeder Geraden und jedem Punkte genau eine zur Geraden Parallele durch den Punkt gibt. Erst im 19. Jh. wurde durch die Entdeckung nichteuklidischer Geometrien gezeigt, dass dieses Postulat notwendig ist, um die ebene, euklidische Geometrie festzulegen.

Das führt uns zu David Hilbert, einem der bedeutendsten Mathematiker im späten 19. und beginnenden 20. Jh., der wohl einer der letzten war, die die Mathematik ihrer Zeit in ihrer Gesamtheit erfassten. Er verbrachte die ersten 33 Jahre seines Lebens in oder nahe Königsberg (heute Kaliningrad), wo er Mathematik studierte und seine wissenschaftliche Laufbahn begann, die ab 1895 bis zu ihrem Ende 1930 in Göttingen stattfand. Zu seinen vielen einflussreichen Werken gehören die *Grundlagen der Geometrie* (1899), in denen die Axiomatisierung der Geometrie vervollständigt wurde. Bemerkenswert ist, dass darin die vagen *Definitionen* Euklids von Punkten, Geraden und anderen Elementen der Geometrie ersatzlos gestrichen und durch Axiome über ihre Interaktion ersetzt werden.

Als Beispiel für seine anderen Leistungen sei das Gebiet der *Variationsrechnung* genannt, zu dem z.B. die Aufgabe gehört zu zeigen, dass die Kugel bei gegebener Oberfläche das Volumen maximiert, ein Resultat, das schon die Mathematiker des Museions formulierten.

Auf dem Mathematikerkongress 1900 in Paris formulierte Hilbert in seinem Vortrag 23 ungelöste Probleme, die er (zu Recht, wie sich im Nachhinein herausstellte) als Kernprobleme der weiteren Entwicklung der Mathematik sah. Daran knüpfte das 2000 in Paris stattgefundene *Millennium Meeting* an, auf dem eine Gruppe herausragender Mathematiker 7 bedeutende Probleme identifizierte, die präzise definiert sind und für deren Lösung das neugegründete *Clay Institute* einen Preis von jeweils 1 Million Dollar aussetzte.

Muhamad Ibn Musa Al-Hwarizmi (780?–850?) und Evariste Galois (1811–1832): Die Geschichte der *Algebra* ist der gemeinsame Nenner bei diesen beiden.

Al-Hwarizmi, der vermutlich aus dem heutigen Usbekistan stammte, war im 9. Jh. in Bagdad im *Haus der Weisheit* tätig. Er schrieb das Buch *al-Kitab al-muhtasar fi hisab al-gabr wa-l-muqabala,* das sich hauptsächlich mit dem Lösen quadratischer Gleichungen und deren Anwendungen beschäftigt. Gleichungen werden verbal und mit konkreten Zahlen als Koeffizienten formuliert, und für ihre Lösung werden Algorithmen angegeben. Sprachgeschichtlich interessant ist, dass sich das Wort *Algebra* aus *al-gabr* im Titel von Al-Hwarizmis Buch ableitet und das Wort *Algorithmus* aus seinem Namen.

Evariste Galois stammte aus einer liberalen und antiklerikalen Familie. Sein politisches Engagement bescherte ihm seinen Ausschluss aus der Ecole Normale und später zwei Gefängnisaufenthalte. Kurz nach dem zweiten fiel er einem (vermutlich inszenierten) Duell zum Opfer. Die Entwicklung der Algebra wurde über lange Zeit getrieben von der Frage nach der expliziten Lösbarkeit polynomialer Gleichungen. Die Arbeiten von Galois legten die Grundlage zur endgültigen Antwort, insbesondere zum Resultat, dass Gleichungen der Ordnung 5 und höher im Allgemeinen nicht explizit lösbar sind. Einige der wesentlichen Gedanken schrieb er am Vorabend seines Duells an einen Freund.

Pierre de Fermat (1607–1665) und Andrew John Wiles (1953–): Fermat war einer der bedeutendsten Mathematiker des 17. Jh. mit Beiträgen zu verschiedenen mathematischen Teilgebieten, insbesondere der Zahlentheorie. Erwähnt werden sollen hier zwei seiner Aussagen, die im Nachhinein beide den Rang von Vermutungen besitzen. Die erste war falsch. Er behauptete, dass jede Zahl der Form $2^{(2^k)} + 1$ eine Primzahl ist. Allerdings zeigte schon Euler im 18. Jh., dass 641 ein Teiler von $2^{32} + 1$ ist. Mit großem Computeraufwand wurde auch $2^{(2^9)} + 1$ (eine Zahl mit 155 Stellen) faktorisiert.

Viel berühmter wurde die zweite Vermutung, die zumeist *großer Fermatscher Satz* genannt wird. Fermat behauptete, beweisen zu können, dass die Gleichung $x^n + y^n = z^n$ mit $n \geq 3$ keine ganzzahligen Lösungen besitzt. Es wurde allerdings in seinen Schriften kein Beweis gefunden. Über 3 Jahrhunderte hinweg wurde versucht, diese Aussage zu beweisen oder zu widerlegen. Dabei wurde die Gültigkeit für immer größere Potenzen n gezeigt. Den Mathematiker Paul Friedrich Wolfskehl (1856–1906) hat angeblich die Beschäftigung mit diesem Problem von einem geplanten Selbstmord abgehalten, was ihn dazu motivierte, einen Preis von 100 000 Mark für die Lösung auszusetzen. Die Versuche, den großen Fermatschen Satz zu beweisen, haben zur Entwicklung bedeutender mathematischer Theorien geführt, die über die eigentliche Fragestellung weit hinausgehen. Schließlich wurde die Antwort reduziert auf den Beweis der sogenannten *Shimura-Taniyama-Weil-Vermutungen.* Das gelang Andrew Wiles im Jahr 1993 nach siebenjähriger verbissener einsamer Arbeit in Princeton. Die Begutachtung der mehr als 100-seitigen Arbeit dauerte 2 Jahre, sodass sie erst 1995 veröffentlicht wurde. Im Jahr 1997 schließlich erhielt Andrew Wiles den Wolfskehl-Preis.

Isaac Newton (1642–1727) und Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716): Newton und Leibniz verbindet der Prioritätsstreit um die Erfindung der Infinitesimalrechnung. Differential- und Integralrechnung sind allerdings nicht von Newton bzw. Leibniz aus dem Nichts heraus erfunden worden, sondern sie sind das Resultat einer langen Entwicklung, die Ende des 17. Jahrhunderts kulminierte.

Isaac Newton ist einer der bedeutendsten Naturwissenschafter aller bisherigen Zeiten, wobei seine wichtigsten Leistungen der Physik zuzurechnen sind. Er war ab 1669 Inhaber des sogenannten *Lucasischen Lehrstuhls* an der Universität Cambridge (bis vor kurzem besetzt von Stephen W. Hawking). Was wir heute als glatte zeitabhängige Funktionen bezeichnen würden, nannte Newton *Fluenten* und ihre Ableitungen nach der Zeit *Fluxionen.*

Leibniz war von unglaublicher Vielseitigkeit. Er war nicht nur bedeutender Mathematiker, Philisoph und Historiker, sondern produzierte auch Beiträge zur Mechanik, Biologie und Logik. Er war tätig als Ingenieur, Jurist und Diplomat. Er entwickelte die Differential- und Integralrechnung vermutlich unabhängig von Newton. Auf ihn geht die heute zum größten Teil verwendete Notation zurück.

Newton entwickelte seinen Kalkül etwa 10 Jahre vor Leibniz, begann aber erst sehr spät, ihn zu veröffentlichen. Diese Situation führte zu einem offenen, sehr hart ausgetragenen Streit, in dem auch gegenseitige Plagiatsvorwürfe geäußert wurden und der erst mit dem Tod von Leibniz endete.

Emmy Noether (1882–1935) und Olga Taussky-Todd (1906–1995): Bisher wurden in diesen Vorlesungen fast keine Frauen erwähnt. Wie in anderen Bereichen verhinderte das erst langsam zurückgedrängte patriarchalische Gesellschaftssystem vor dem 20 Jh. fast vollständig bedeutende Beiträge von Frauen zur Mathematik.

Emmy Noether hatte zwar als Tochter eines Mathematikprofessors und Mitglied einer wohlhabenden Familie einen gewissen Startvorteil, der allerdings durch ihr Geschlecht und ihre jüdische Herkunft mehr als aufgehoben wurde. Trotzdem schaffte sie die für Frauen sonst kaum zugänglichen Ausbildungsschritte Reifeprüfung, Mathematikstudium (in Göttingen) und Promotion. Ihr erster Versuch sich zu habilitieren scheiterte an ihrem Geschlecht (trotz Unterstützung von Hilbert: *Wir sind an einer Universität und nicht in einer Badeanstalt*), gelang aber schließlich nach bahnbrechenden Resultaten und nach dem Ende des Kaiserreiches doch (1919). Ihre weiteren Karriereschritte waren eine a.o. Professur ohne Bezahlung und schließlich, nach der Emigration in die USA (1933), eine Gastprofessur an einer Frauenhochschule. Sie wird als eine der wesentlichen Neugestalterinnen der Algebra gesehen.

In Göttingen traff Noether mit Olga Taussky-Todd zusammen, die in Wien studiert und promoviert hatte. Sie war ebenso von jüdischer Herkunft, musste daher auch emigrieren und bestritt ihre weitere Laufbahn in Großbritannien und den USA. Ihre Arbeitsgebiete waren die algebraische Zahlentheorie und, als Pionierin, die Numerik von Matrizen. Sie wurde und wird als österreichische Mathematikerin gefeiert (1978 Österreichisches Ehrenkreuz für Wissenschaft und Kunst 1. Klasse).

Martin Hairer (1975–) und Maryam Myrzakhani (1977–) Die *Fields Medal* wird seit 1936 alle 4 Jahre an 2–4 MathematikerInnen verliehen, und zwar an Personen unter 40 Jahren[3] für besondere Einzelleistungen (Lösung eines schwierigen Problems oder Formulierung einer neuen Theorie).

Im Jahr 2014 hat sich endlich das Binnen-I als angebracht herausgestellt, weil zum ersten Mal eine der 4 Auszeichnungen an eine Frau ging, und zwar an die aus dem Iran stammende *Maryam Myrzakhani,* die seit 2008 an der Stanford University tätig ist. Ihre Arbeiten gehören zum Gebiet der Hyperbolischen Geometrie und der Modulräume Riemannscher Flächen.

Eine zweite Premiere war eine Fields Medal für einen Österreicher, und zwar *Martin Hairer* (University of Warwick), der allerdings seine gesamte bisherige berufliche Laufbahn in der Schweiz

[3] Die Altersbeschränkung verhinderte knapp die Vergabe an Andrew Wiles.

und in Großbritannien verbrachte. Er arbeitet auf dem Gebiet der stochastischen partiellen Differentialgleichungen.

References

[1] H. Wußing, *6000 Jahre Mathematik, von den Änfängen bis Leibniz und Newton,* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.

[2] H. Wußing, *6000 Jahre Mathematik, von Euler bis zur Gegenwart,* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.