

FORM UND STIL MATHEMATISCHER TEXTE

B. Krön, Universität Wien, vorläufige Version 23.08.2011

ABSTRACT. Dies ist ein Ratgeber für das Schreiben mathematischer Texte, der sich an höhersemestrige Studierende und junge WissenschaftlerInnen richtet. Es werden häufige stilistische und formale Fehler besprochen und Verbesserungsvorschläge gemacht.

INHALTSVERZEICHNIS

1. Einleitung	2
2. Sinnhaftigkeit universitärer Abschlussarbeiten	3
3. Aufbau	4
3.1. Publikationsformen	4
3.2. Titel und Abstract	4
3.3. Widmungen und Danksagungen	4
3.4. Inhaltsangabe	4
3.5. Vorwort	4
3.6. Einleitung	4
3.7. Hauptteil	5
3.8. Bibliographie	5
3.9. Stichwortindex und andere Verzeichnisse	5
3.10. Sonstige Angaben	6
3.11. Spezielle Angaben bei Diplom-, Master- und Doktorarbeiten	6
3.12. Konklusion	6
4. Form	6
4.1. \LaTeX	6
4.2. Schriftarten	6
4.3. Schwarze Flecken	6
4.4. Bindestriche	7
4.5. Anführungszeichen	7
4.6. Umbrüche	7
4.7. Nummerierungen	7
4.8. Zitate	7
4.9. Fußnoten	8
4.10. Satzanfang und Überschriften	8
4.11. Beweise	8
4.12. Summenschreibweise	8
4.13. Verkettung von transitiven Relationen	8
5. Englische Sprache	9
5.1. Deutsch oder Englisch?	9
5.2. Groß- und Kleinschreibung im Englischen	9
5.3. Such that, so that	9
5.4. Abkürzungen	10
5.5. Sei Epsilon größer Null	10

6.	Stil als Frage der Vermittlung von Inhalten	10
6.1.	Zwischen Formalismus und reinem Text	10
6.2.	Kurzer Text, ausführliches Argumentieren	10
6.3.	„Das ist trivial“	11
6.4.	Unnötige Füllwörter	11
6.5.	Mathematischer Formalismus im Text	11
6.6.	Das „Wir“ in wissenschaftlichen Texten	11
6.7.	Neue Begriffe	12
6.8.	Variablenbezeichnung	12
6.9.	Mehrdeutigkeiten	12
6.10.	Allgemeine Abkürzungen	12
6.11.	Lateinische Abkürzungen	13
6.12.	Abbildungen	13
7.	Gemischte Beispiele	13
7.1.	Beispiel: Überflüssiger Text	13
7.2.	Beispiel: Formalismus im Text	13
7.3.	Beispiel: Formeln und Bezeichnungen	14
	Literatur	14

1. EINLEITUNG

Nach dem Erlernen der mathematischen Sprache im ersten Semester stehen Studierende bald vor der Aufgabe, Bakkalaureats- oder Seminararbeiten eigenständig zu verfassen. In dieser Phase muss das Schreiben von längeren mathematischen Texten erlernt werden. Nachdem ich als Betreuer festgestellt hatte, dass dabei bestimmte Punkte wiederholt besprochen wurden, begann ich, diese aufzuschreiben, um sie als Handout für Studierende bereitstellen zu können. So ist die vorliegende Arbeit als Sammlung von Ratschlägen entstanden. Sie ist jedoch kein umfassender Ratgeber, der alle eventuellen Probleme beim Schreiben solcher Arbeiten behandelt. Für allgemeinere Überlegungen zu inhaltlichem Aufbau oder verständlichem Argumentieren verweise ich auf die nachfolgende Literatur.

Es ist nicht möglich, ein vollständiges Regelwerk für Form und Stil mathematischer Texte zu schreiben, denn die allgemeinen Vorstellungen dazu sind nicht einheitlich und ändern sich immer wieder. AutorInnen sollten sich nicht scheuen, neue innovative Formen zu wählen, wenn dies sinnvoll erscheint.

Ästhetik ist in der Mathematik zwar kein Ziel an sich, allerdings können Texte Inhalte besser vermitteln, wenn sie als schön empfunden werden, sei es in Layout oder sprachlichem Stil.

Einige Punkte in der vorliegenden Arbeit wurden schon von anderen AutorInnen besprochen und sind allgemeiner Konsens. Manche der Standpunkte wie in 2, 5.5, 6.3, 6.10 oder 6.11 sind wohl (noch?) weniger verbreitet.

Der Aufsatz „How to write mathematics“ [3] von P.R. Halmos ist unterhaltsam geschrieben und gilt als Klassiker auf diesem Gebiet. Darin werden sowohl allgemeine Probleme diskutiert, die auch für das Verfassen beliebiger Fachartikel relevant sind, als auch spezielle mathematische Fragen wie Symbolismus und Terminologie. Eine deutsche Übersetzung findet sich in [4]. Der Artikel ist auch in der Sammlung [10] veröffentlicht worden, gemeinsam mit Aufsätzen zu diesem Thema von N.E.

Steenrod und M.M. Schiffer sowie einer darauf bezogenen kurzen Stellungnahme von J.A. Diedonne.

U. Daepf und P. Gorkin behandeln in [2] unter anderem mathematische Beweistechniken sowie verschiedene konkrete mathematische Themen. Dieses Buch enthält viele Beispiele und ist für StudienanfängerInnen geeignet, die auf beweisorientierte höhere Mathematik vorbereitet werden sollen.

Neben dem Stoff der Studieneingangsphase werden im Buch [9] von H. Schickl und R. Steinbauer auch einige Grundlagen der Sprache der Mathematik diskutiert.

A. Beutelspacher wendet sich in [1] ebenfalls an StudienanfängerInnen. Er erklärt Grundlegendes für das Schreiben mathematischer Texte sowie elementare mathematische Semantik.

S.G. Krantz diskutiert verschiedene Aspekte im Zusammenhang mit dem Publizieren von mathematischen Artikeln in Fachjournalen in [6]. Eine interessante Besprechung dieses Buchs durch P.R. Halmos findet sich in [5].

T. Tao gibt zahlreiche Ratschläge für das Verfassen und Publizieren von wissenschaftlichen Artikeln in Journals im online Blog [11].

In [7] widmet sich P.R. Halmos ausführlich der Diskussion von Satz und Layout mathematischer Texte in \LaTeX .

Halmos schließt seinen oben erwähnten Aufsatz [3] mit Worten, die wohl für die meisten Texte passen, in welchen vermeintlich kluge Ratschläge erteilt werden; so auch für den vorliegenden Artikel.

„You may criticize what I've said on many grounds, but I ask that a comparison of my present advice with my past action not be one of them. Do, please, as I say, and not as I do, and you'll do better. Then rewrite this essay and tell the next generation how to do better still.“

2. SINNHAFTHKEIT UNIVERSITÄRER ABSCHLUSSARBEITEN

Ziel einer Abschlussarbeit ist es nicht nur, dass Studierende beim Schreiben etwas lernen, die Arbeit selbst soll einen Nutzen haben, denn der Sinn eines Textes liegt darin, gelesen zu werden und den Lesenden nützlich zu sein.

Es ist Tradition, dass die meisten Studien mit schriftlichen Arbeiten abgeschlossen werden. Ein umfangreicher geschlossener Text, der für Lesende einen Wert hat, kann von Studierenden erst verfasst werden, wenn sie wissenschaftsnahes Arbeiten erlernt haben. Voraussetzungen dafür sind nicht nur ein fundiertes Fachwissen, sondern auch Erfahrung im Umgang mit wissenschaftlicher Literatur in Fachjournalen. Für kurze Studien oder Ausbildungen, die nicht genügend Zeit bieten, sich diese Kompetenzen anzueignen, kann die Sinnhaftigkeit von Abschlussarbeiten in Frage gestellt werden.

Wenn das Produzieren von beschriebenem Papier nur den Zweck hat, formale Kriterien für einen Studienabschluss zu erfüllen, ist es verlockend, Texte (insbesondere aus dem Internet) abzuschreiben oder sich darauf zu beschränken, vorhandene Publikationen umzuformulieren. Dieses Problem wird dadurch verstärkt, dass sich bei einer großen Anzahl von Abschlussarbeiten, von denen nicht erwartet wird, inhaltlich sinnvoll und neu zu sein, die vergebenen Themen wiederholen.

K.P. Liessmann hat in „Akademische Bildung - Ein Leitfaden für Eliten“ [8] nicht nur interessante Überlegungen über akademische Bildung im Allgemeinen angestellt, sondern auch speziell über universitäre Abschlussarbeiten und Plagiate.

Bei der Wahl des Themas sollte gefragt werden, was die zu schreibende Arbeit gegenüber bisherigen Veröffentlichungen leistet; oder anders gefragt: *Warum soll diese Arbeit geschrieben werden?* Auf diese Frage gibt es viele mögliche Antworten: Ziel könnte ein kleines Forschungsergebnis oder ein neuer Aspekt eines alten Themas sein. Zu manchen mathematischen Bereichen gibt es nur kurze, voneinander unabhängige Artikel. In derartigen Fällen sind Übersichtsarbeiten lohnend. Für andere Teilgebiete existieren keine guten Einführungen. Solche zu verfassen, kann auch eine sinnvolle Aufgabe für eine Abschlussarbeit sein.

3. AUFBAU

3.1. Publikationsformen. Die Struktur einer Arbeit ist von der Publikationsform mitbestimmt. Im Folgenden unterscheiden wir Artikel und Monographien. Monographien sind Bücher im klassischen Sinn oder universitäre Abschlussarbeiten. Mathematische Forschung wird hauptsächlich in Artikeln veröffentlicht, die in Fachjournalen oder gelegentlich in Sammlungen wie Konferenzproceedings erscheinen.

Wenn eine Abschlussarbeit eine reine Forschungsarbeit ist, empfiehlt es sich, anstelle einer monographischen Arbeit die veröffentlichten Artikel aneinanderzureihen. Solche akkumulativen Abschlussarbeiten sind in der Mathematik bei Habilitationsschriften Standard, bei Doktorarbeiten häufig und mittlerweile auch bei Master- und Diplomarbeiten durchaus erwünscht.

3.2. Titel und Abstract. Der Titel sollte kurz und dennoch vielsagend sein. Ein Artikel hat einen Abstract. Dieser ist keine Zusammenfassung der Arbeit, sondern eine kurze Beschreibung, worum es in ihr geht. Er hilft potentiellen LeserInnen zu entscheiden, ob sich die Lektüre der gesamten Arbeit für sie lohnt oder nicht. In Monographien sind Abstracts unüblich.

3.3. Widmungen und Danksagungen. Private Widmungen und allgemeine Danksagungen finden sich bei Monographien auf einer der ersten Seiten. Artikel werden gelegentlich anderen MathematikerInnen zu runden Geburtstagen gewidmet. Solche Widmungen finden sich dann auf der ersten Seite nach dem Titel.

Spezielle fachliche Danksagungen werden im Englischen als „Acknowledgement“ am Ende eines Artikels angeführt. Krantz empfiehlt in [6] (siehe auch [5]), eine Person zuerst zu fragen, bevor man sich bei ihr öffentlich bedankt.

3.4. Inhaltsangabe. Eine tabellarische Auflistung der Kapitel und Unterkapitel ist für Monographien verpflichtend, für Artikel optional.

3.5. Vorwort. In Monographien gibt es im Gegensatz zu Artikeln ein Vorwort. Darin werden Änderungen im Vergleich zu älteren Ausgaben eines Buchs diskutiert. In einem Vorwort können auch persönliche oder anekdotische Anmerkungen im Zusammenhang mit der Entstehungsgeschichte der Arbeit gemacht werden.

3.6. Einleitung. Dem Abstract eines Artikels folgt gewöhnlich eine Einleitung. Diese ist entweder das erste Kapitel des Hauptteils oder eine unabhängige Texteinheit. Abstract und Einleitung sollten besonders gut durchdacht und formuliert sein, da dies die Wahrscheinlichkeit erhöht, dass LeserInnen sich dem Hauptteil widmen.

Wenn die Einleitung eine unabhängige Texteinheit ist, hat dies den Vorteil, dass in ihr mathematische Details und genaue Definitionen ausgespart werden können. Sie bietet in diesem Fall Platz für eine Diskussion der historischen Entwicklung

des Forschungsgebiets und der aktuellen Literatur. Oft folgt eine Kurzfassung der Arbeit, in der Kapitel für Kapitel die wichtigsten Inhalte dargestellt werden. Der Hauptteil der Arbeit beginnt in dem Kapitel nach der Einleitung und ist ebenfalls eine in sich geschlossene Texteinheit, die insbesondere die Details der Begriffsbildung enthält.

Bei kurzen Artikeln kann die Einleitung als Teil des Hauptteils konzipiert werden. Sie kann in diesem Fall Definitionen enthalten, auf die später Bezug genommen wird, sowie die genaue Formulierung des Hauptresultats.

Akkumulative Arbeiten werden oft mit einer zusätzlichen längeren Einleitung versehen, in welcher der Zusammenhang der angefügten Arbeiten diskutiert wird. Für universitäre Abschlussarbeiten empfiehlt sich in jedem Fall eine Übersicht über den aktuellen Stand der Forschung im gewählten Teilgebiet sowie eine Diskussion der historischen Entwicklung, sei es in einer separaten Einleitung oder, bei akkumulativen Arbeiten, in zumindest einer der Einleitungen der aneinandergereihten Artikel.

3.7. Hauptteil. Unabhängig davon, ob die Einleitung im Hauptteil inkludiert ist oder nicht, bildet dieser einen inhaltlich und formal eigenständigen Text, für den die üblichen Regeln einer genauen und vollständigen mathematischen Argumentation gelten. Das heißt, falls die Einleitung nicht zum ihm gehört, muss er ohne sie verständlich sein.

3.8. Bibliographie. Literaturangaben werden in der Mathematik nicht in Fußnoten angegeben, sondern nur im Literaturverzeichnis am Ende der Arbeit. Es gibt mehrere Möglichkeiten für die Literaturliste. Wichtig ist, dass der Stil der Literaturliste einheitlich ist.

Vornamen werden oft, aber nicht immer abgekürzt. Erst- und ZweitauthorInnen gibt es in der Mathematik nicht. Die AutorInnen sind gleichberechtigt und werden alphabetisch gereiht. Arbeiten mit mehreren AutorInnen können zum Beispiel als „Lehnert et al.“ (et alii) zitiert werden, ohne alle Namen aufzuzählen.

Der Titel des Artikels ist in Normalschrift angeführt, der Titel eines Buchs bzw. der Name des Journals schräg gestellt. Die Abkürzungen der Journaltitel sind standardisiert. Die Nummer des Bandes des Journals wird oft fett geschrieben. Erscheinungsjahre können wahlweise durch ein Komma abgetrennt oder in Klammern geschrieben werden.

Es ist Tradition, bei Monographien den Erscheinungsort anzuführen, was jedoch als antiquiert angesehen werden kann, da diese Angabe bei neueren Publikationen weder bei der Literatursuche noch bei der Beschaffung hilft. Auch wenn das Anführen des Verlags bei der Suche im Internet überflüssig ist, erleichtert es immerhin die Suche im Bibliotheksregal, da die Buchrücken oft verlagstypische Farben und Formate haben. Hilfreich sind auch der Publikationscode der AMS-Mathreviews sowie bei Journalen die ISSN (International Standard Serial Number) und bei Büchern, insbesondere bei Bestellungen im Buchhandel, die ISBN (International Standard Book Number).

3.9. Stichwortindex und andere Verzeichnisse. Ein Stichwortverzeichnis bzw. Index ist bei Monographien üblich und wird von manchen Verlagen gefordert. Hilfreich für die LeserInnen ist auch ein Symbolverzeichnis. Abbildungs- und Tabellenverzeichnis sind optional.

3.10. Sonstige Angaben. Anschrift, Homepage oder auch nur die Emailadresse der AutorInnen werden gelegentlich in einer Fußnote auf der Titelseite angegeben. Diese Angaben am Ende der Arbeit zu machen, scheint in letzter Zeit immer mehr zum Standard zu werden. Gleiches gilt für das Erwähnen von Förderprogrammen, die das Zustandekommen der Arbeit ermöglicht haben.

Welchen mathematischen Teilgebieten eine Arbeit zuzuordnen ist, kann der Mathematics Subject Classification der AMS entnommen werden. Die entsprechenden Nummern werden in der Regel auf der Titelseite des Artikels angeführt.

3.11. Spezielle Angaben bei Diplom-, Master- und Doktorarbeiten. An manchen Universitäten bzw. in manchen Ländern sind bei Diplom-, Master- und Doktorarbeiten spezielle Angaben erforderlich oder üblich. Diese können Formeln wie „Zur Erlangung des Grades...“, Lebensläufe oder eidesstattliche Erklärungen sein, dass die Arbeit eigenständig verfasst wurde und zitierte Texte als solche angegeben sind. In der Praxis werden solche Formalia gelegentlich übernommen, weil sich Studierende alte Arbeiten als Vorlage nehmen. Es empfiehlt sich, im Zweifel bei den zentralen Universitätsverwaltungen nachzufragen, welche dieser Angaben tatsächlich erforderlich sind.

3.12. Konklusion. In vielen Natur- und Geisteswissenschaften ist es üblich, nach dem Hauptteil eine Konklusion oder Kurzfassung anzugeben oder eine separate Konklusion an den Beginn der Arbeit zu stellen. Dies ist in der reinen Mathematik unüblich. Die relevanten Informationen finden sich in Abstract und Einleitung.

4. FORM

4.1. \LaTeX . Mathematische Texte werden in \LaTeX geschrieben. Es ist empfehlenswert, mit pdf- \LaTeX direkt ein pdf-File zu produzieren, anstatt wie früher zuerst ein dvi-File zu generieren. Für das Layout ist es hilfreich, sich \LaTeX -Files anderer Arbeiten als Vorlage zu nehmen. Word und andere Textverarbeitungsprogramme werden nicht verwendet.

Auch für LehrerInnen an Schulen ist \LaTeX zu empfehlen. Dieses kostenlose Programm auf einem Computer zu installieren und zu erlernen, ist kein großer Aufwand. Übungsblätter und Schularbeitsangaben können dadurch in perfektem mathematischen Layout gestaltet werden.

Nummerierungen und Zitate im Text sowie Tabellen wie Inhaltsverzeichnisse, Bibliographien oder Stichwortverzeichnisse werden nicht von Hand, sondern mit den entsprechenden \LaTeX -Befehlen und -Hilfsprogrammen angelegt.

4.2. Schriftarten. Unterschiedliche Schriftgrößen und -arten sollten möglichst sparsam eingesetzt werden. Neu definierte Begriffe werden eher durch Schrägschrift als durch fette Schrift gekennzeichnet. Der Text in Theoremen kann, muss aber nicht schräg gestellt werden. Der Typewriterstil (`\tt`) wird nur für Email- und Internetadressen verwendet. Unterstrichenen Text gibt es keinen.

4.3. Schwarze Flecken. Das gesamte Erscheinungsbild des Textes sollte harmonisch sein und unnötig große, fettgedruckte Schrift vermieden werden. Selten werden Graphiken zu blass und schlecht erkennbar abgebildet. Öfter ist das Gegenteil der Fall. Knoten eines Graphen in einer Abbildung sollten zum Beispiel nicht fetter als notwendig dargestellt werden. Das Symbol \blacksquare am Ende eines Beweises wirkt aus der Distanz wie ein störender Fleck, besser ist daher \square .

4.4. Bindestriche. Bei Zusammensetzungen wie „Cayley-graph“ wird ein einfacher Bindestrich verwendet. Für eine Von-bis-Angabe wird in \LaTeX ein doppelter Bindestrich verwendet, also zum Beispiel „pages 23 to 46“ wäre im Literaturverzeichnis als „23–46“ anzuführen. Im pdf-File erscheint das dann als „23–46“ und nicht als „23-46“. Bei erklärenden Einschüben oder längeren Pausen wird der Gedankenstrich als dreifacher Bindestrich (---) geschrieben, welcher im pdf-File als „—“ erscheint.

4.5. Anführungszeichen. Im Deutschen werden die sogenannten Gänsefüßchen „...“ (in \LaTeX „`...`“) verwendet. Dazu muss das \LaTeX -Paket „german“ aufgerufen werden. Die englischen Anführungszeichen sind „...“ (in \LaTeX „`'...'`“).

4.6. Umbrüche. Um zum Beispiel bei „Theorem 2.3“ einen Zeilenumbruch zwischen „Theorem“ und „2.3“ zu verhindern, wird das Leerzeichen durch eine Tilde ersetzt, welche im pdf-File als gewöhnliches Leerzeichen erscheint. Man schreibt also „Theorem~2.3“.

Ziehen sich Gleichungen (oder Ungleichungen) im zentriert abgesetzten mathematischen Text über mehrere Zeilen, steht das Gleichheitszeichen am Anfang der neuen Zeile und nicht am Ende der alten.

4.7. Nummerierungen. Für Nummerierungen und Zitate werden die entsprechenden Hilfsbefehle und \LaTeX -Umgebungen verwendet. Auf keinen Fall wird von Hand durchnummeriert. Die Nummerierung von Kapiteln, Unterkapiteln, Sätzen usw. ist in der Regel fortlaufend und verwendet nur arabische Ziffern, zum Beispiel: Kapitel 1, Unterkapitel 1.1, Definition 1.1.1, Satz 1.1.2, Definition 1.1.3 usw. In neueren Texten ist es weniger gebräuchlich, Kapitel mit Buchstaben oder römischen Ziffern zu nummerieren. Sätze mit 1, 2, 3 usw. und Definitionen mit 1, 2, 3 usw. zu nummerieren, ist nicht zu empfehlen, weil das die Suche nach einer bestimmten Nummer erschwert.

4.8. Zitate. Im Text wird mit dem `\cite`-Befehl zitiert. Zum Beispiel bezeichnet [9] die neunte Arbeit der Bibliographie. Ein alternativer Zitierstil ist [Le01] beispielsweise für eine Arbeit von Lehnert aus dem Jahr 2001. Dieser Stil ist jedoch wieder aus der Mode gekommen. Wenn möglich, sollte bei den Zitaten auch die Nummer des zitierten Satzes angegeben werden, zum Beispiel „Lemma 2.3 in [9]“ oder [Lemma 2.3, 9]. Wenn die Arbeit [9] zum ersten Mal zitiert wird, müssen die AutorInnen genannt werden. Es ist üblich, dass AutorInnen ihren Namen nicht erwähnen, wenn sie sich selbst zitieren. Statt des eigenen Namens ist in diesem Fall von „the author“ die Rede oder bei mehreren AutorInnen von „the second author“, wenn beispielsweise der alphabetisch Zweitgereichte gemeint ist.

Ein in vielen Wissenschaften verbreiteter Zitierstil ist der sogenannte Haward-Stil. In runden Klammern werden Nachname des Autors und Jahreszahl angeführt, gefolgt von einem Komma und der Seiten- oder Kapitelangabe, also zum Beispiel (Lehnert 2001, p. 21). Die genauen Angaben finden sich in der Bibliographie. In der reinen Mathematik ist dieser Stil unüblich, jedoch ist er in der Fachdidaktik verbreitet. Alternativ dazu werden in manchen Wissenschaften Literaturangaben auch in Fußnoten gemacht. Diese Zitierweise findet sich in alten mathematischen Arbeiten, sie wird aber heute in der Mathematik nicht mehr verwendet.

4.9. **Fußnoten.** Mathematische Argumentationen sollten in einem linearen Gedankengang formuliert werden. Daher empfiehlt es sich, Fußnoten in mathematischen Texten zu vermeiden.¹ Wenn dennoch Fußnoten gesetzt werden, sollten sie zumindest nicht Teil einer mathematischen Argumentation sein, sondern andere Anmerkungen enthalten. Früher wurden die Adressen von AutorInnen oder Referenzen zu Förderprogrammen oft als Fußnote zu den Namen der AutorInnen auf der Titelseite angeführt. Heute werden diese Angaben in der Regel am Ende der Arbeit gemacht.

4.10. **Satzanfang und Überschriften.** Kein Satz darf mit einem mathematischen Zeichen beginnen. Gleiches gilt für Überschriften. Symbole und Zitate in Überschriften und Abstracts sollten vermieden werden.

4.11. **Beweise.** Für Beweise wird die proof-Umgebung verwendet. Diese beginnt einen Beweis mit „**Proof.**“ bzw. „**Beweis.**“. Am Ende des Beweises steht das Kästchen-Symbol \square , siehe auch Kapitel 4.3. Es ist antiquiert, das Ende eines Beweises durch „Q.E.D.“ (quod erat demonstrandum) oder „w.z.z.w.“ (was zu zeigen war) zu kennzeichnen.

Wenn ein Beweis nicht unmittelbar nach einem Satz steht, muss zu Beginn des Beweises die entsprechende Referenz angeführt werden. Falls zum Beispiel nach Theorem 2.4 erst ein Beispiel diskutiert wird und der Beweis des Satzes später folgt, beginnt der Beweis nicht mit „**Proof.**“, sondern mit „**Proof of Theorem 2.4.**“.

4.12. **Summenschreibweise.** Wird über mehrere Indices summiert, werden sie oft unter dem Summenzeichen aufgelistet und darunter eventuelle Summationsbedingungen genannt. Zum Beispiel

$$\sum_{\substack{x,y \\ 1 \leq x \leq y}} xy.$$

Einfacher und eleganter ist die Konvention, dass jene Variablen die Summationsvariablen sind, die im Text vor der Formel oder in der Formel außerhalb des Summenzeichens nicht vorkommen. Also ist

$$\sum_{1 \leq x \leq y} xy = \sum_{\substack{x,y \\ 1 \leq x \leq y}} xy$$

und

$$y \sum_{1 \leq x \leq y} xy = y \sum_{1 \leq x \leq y} xy.$$

4.13. **Verkettung von transitiven Relationen.** Bestimmte Aneinanderreihungen transitiver Relationen wie auf- oder absteigende Inklusionen,

$$A_1 \subset A_2 \subsetneq A_3, \quad A_3 \supsetneq A_2 \supset A_1,$$

Ungleichungen,

$$x_1 \leq x_2 < x_3, \quad x_3 > x_2 \geq x_1,$$

oder Funktionspfeile,

$$G_1 \hookrightarrow G_2 \rightarrow G_3,$$

¹Dies ist eine erlaubte Fußnote, da die vorliegende Arbeit kein mathematischer Text ist.

sind gebräuchlich. Es ist Konvention, diese bei anderen transitiven Relationen wie beispielsweise bei der Teilerrelation zu vermeiden. Statt

$$2|4|12$$

wird

$$2|4, 4|12$$

geschrieben. Stilistisch schlecht sind

$$A \subset \mathbb{R} \supsetneq \mathbb{Z}$$

und

$$2xy \leq x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 \geq 0,$$

weil diese Ketten nicht monoton auf- oder absteigend sind. Ebenfalls ungünstig sind

$$8 \in A \subset \mathbb{Z}$$

und

$$0 \leq 2|8 \in \mathbb{N},$$

weil hier binäre Relationen unterschiedlicher Art aneinandergereiht werden.

5. ENGLISCHE SPRACHE

5.1. Deutsch oder Englisch? Noch vor wenigen Jahrzehnten wurden viele wissenschaftliche Arbeiten auf Deutsch, Französisch oder Russisch veröffentlicht. Heute muss in englischer Sprache publiziert werden, um ein internationales Publikum zu erreichen. Fachdidaktische Arbeiten können jedoch auf Deutsch verfasst werden, insbesondere dann, wenn es einen Bezug zum heimischen Schulsystem gibt. Universitäre Lehrbehelfe und mathematische Texte, die nicht für eine wissenschaftliche Publikation gedacht sind, dürfen ebenfalls auf Deutsch geschrieben werden. Konkret heißt das, dass mathematische Doktorarbeiten auf Englisch geschrieben werden müssen. Masterarbeiten sollten dann auf Englisch geschrieben werden, wenn die VerfasserInnen wissenschaftlich ambitioniert sind. Auch für Bachelor- und Seminararbeiten empfiehlt sich die englische Sprache zu Übungszwecken.

5.2. Groß- und Kleinschreibung im Englischen. In Titeln von Monographien (zum Beispiel im Titel einer Doktorarbeit) werden im Englischen alle Wörter groß geschrieben, ausgenommen Wörter wie „of“, „the“ oder „in“. Dies gilt jedoch nicht für Überschriften von Kapiteln oder für Titel von Publikationen in Journalen. Wenn ein Theorem oder Lemma einen Namen oder eine Nummer hat, wird es groß geschrieben, zum Beispiel „in Theorem 2.3“ oder „by Zorn’s Lemma“. Ansonsten wird es klein geschrieben, zum Beispiel „we obtain the following theorem“.

5.3. Such that, so that. Während „such that“ eine Eigenschaft von etwas zuvor Genanntem spezifiziert bzw. auf eine nachfolgende Bedingung abzielt, bezieht sich „so that“ auf eine nachfolgende Absicht. Als Beispiel: „Let n be an integer such that n is greater than 10“ und „We split the proof up into several parts so that it becomes clearer“.

5.4. Abkürzungen. Abkürzungen wie „don't“ oder „let's“ gelten im Englischen als umgangssprachlich und sind zumindest in der höheren Schriftsprache unzulässig. Krantz spricht sich in [6] gegen solche Abkürzungen in mathematischen Arbeiten aus. Halmos, der solche Abkürzungen selbst verwendet, widerspricht Krantz jedoch in seiner darauf bezogenen Buchbesprechung [5] und stellt die Frage nach dem Grund eines solchen Verbots.

Ich halte beide Ansichten für vertretbar, sofern ein gewählter Stil (mit bzw. ohne Abkürzungen) in einer Arbeit durchgehend verwendet wird. Grundsätzlich macht ein sprachlicher Stil, mit dem die LeserInnen gut vertraut sind, den Text leichter lesbar. Da obige Abkürzungen in gedruckten Texten eher unüblich sind, verwende ich sie derzeit nicht.

5.5. Sei Epsilon größer Null. Die Formulierung „Sei $\epsilon > 0$ “ ist zwar in der Mathematik verbreitet, im allgemeinen Sprachgebrauch außerhalb der Mathematik ist die Verwendung des Konjunktivs in dieser Weise jedoch unüblich. Vermutlich ist die Formulierung „Sei $\epsilon > 0$ “ kein antiquiertes Relikt, sondern aus dem Englischen übernommen.

Ich empfehle, entweder ein „Es“ voranzustellen („Es sei $\epsilon > 0$ “) oder besser noch, eine Umschreibung zu verwenden, wie zum Beispiel: „Wenn ϵ eine positive reelle Zahl ist, dann...“ oder „Für alle positiven reellen Zahlen ϵ ist...“. AutorInnen von mathematischen Facharbeiten sollten sich bemühen, eine allgemein gebräuchliche Sprache zu etablieren; wenn sich im Laufe der Zeit eine mathematische Kunstsprache entwickelt, erschwert dies sowohl den Einstieg für StudienanfängerInnen als auch die Kommunikation mit der nicht-mathematischen Außenwelt.

6. STIL ALS FRAGE DER VERMITTLUNG VON INHALTEN

6.1. Zwischen Formalismus und reinem Text. Der Zweck des mathematischen Formalismus liegt darin, Sachverhalte einfacher vermitteln zu können. Es wäre unsinnig, Ausdrücke wie

$$\sum_{k=1}^n k^4$$

durch Worte zu umschreiben. Mathematischer Formalismus muss jedoch ständig kritisch hinterfragt werden. Auf keinen Fall sollten Formalisierungen akzeptiert werden, „weil sich das in der Mathematik so gehört“. Gerade geometrische Zusammenhänge lassen sich oft einfacher in Worten als in Formalismen erklären.

So wie vor hundert Jahren sollte eine mathematische Arbeit auch heute noch eine in sich geschlossene Einheit darstellen, die aus syntaktisch vollständigen Sätzen besteht. Mathematische Formeln im Fließtext werden als Teile des Satzes behandelt. Dies ist nicht primär eine Frage der Ästhetik, sondern der Verständlichkeit, denn das menschliche Gehirn ist daran gewöhnt, in ganzen Sätzen zu lesen, und vollständige Sätze erleichtern die Lektüre.

Da auch zentriert abgesetzte Formeln Teil des Gesamttexts sind, muss an ihrem Ende das jeweils richtige Satzzeichen stehen (kein Satzzeichen, Punkt, Beistrich).

6.2. Kurzer Text, ausführliches Argumentieren. Überflüssige Füllwörter, sprachlich ausschweifende Darstellungen und unnötig komplizierte Schachtelsätze sind nicht hilfreich. In der Mathematik kann durch eine Verkomplizierung der Sprache nicht der Eindruck von Wissenschaftlichkeit erweckt werden.

Argumente und Zwischenrechnungen sollten jedoch eher ausführlich angegeben werden. Im Zweifelsfall haben die LeserInnen lieber eine Erklärung zu viel als eine zu wenig, denn sie wollen den Text ohne lange Nachdenkpausen oder Nebenrechnungen verstehen.

6.3. „Das ist trivial“. Halmos spricht sich zwar nicht grundsätzlich gegen Formulierungen dieser Art aus, er warnt jedoch in [3, Section 9]:

„There is another rule, the major rule, and everybody knows it, the one whose violation is the most frequent source of mathematical error: make sure the word ‘obvious’ is used correctly.“

Ich gehe noch einen Schritt weiter und meine, dass Formulierungen wie „It is easy to see that“ oder „das ist trivial“ aus zwei Gründen generell vermieden werden sollten:

Erstens gibt es praktisch keine mathematische Aussage, die für alle Mathematikstudierenden offensichtlich ist. Verbreitet und oft berechtigt sind Beschwerden von Studierenden über Vortragende, die in Vorlesungen Sachverhalte als trivial bezeichnen, die für sie nicht sofort verständlich sind. Das von Halmos beschriebene Problem kennen wir vom Schulunterricht bis hin zur Lektüre wissenschaftlicher Arbeiten.

Zweitens, wenn eine Aussage tatsächlich für alle LeserInnen unmittelbar verständlich ist, gibt es keinen Grund, dies zu kommentieren, siehe Beispiel 7.1.

6.4. Unnötige Füllwörter. Ob in mathematischen oder anderen Texten, überflüssige Wörter sollten vermieden werden. Ein Wort ist wegzulassen, wenn durch das Weglassen die Aussage des Satzes nicht verändert wird, siehe Beispiel 7.1.

6.5. Mathematischer Formalismus im Text. Logische Quantoren und Implikationspfeile (\forall , \exists , \Rightarrow , \Leftrightarrow) werden im Fließtext nicht verwendet. Zeichen für „Element aus“ (\in) oder „Teilmenge von“ (\subset) sind zwar im Fließtext nicht verboten, es empfiehlt sich aber, zu überlegen, in welchen Fällen es besser ist, diese Zeichen mit „in“, „aus“, „Teilmenge von“ oder Ähnlichem zu umschreiben.

Mathematische Bezeichnungen oder Zahlen sollten im Fließtext durch mindestens ein Wort voneinander getrennt sein, da ansonsten Missverständnisse entstehen können. Besser als „Für beliebige k n -Tupel aus...“ ist beispielsweise „Für k beliebige n -Tupel aus...“, denn sonst könnte man glauben, es sei von „ (kn) -Tupeln“ die Rede.

Langer Formalismus im Fließtext ist unübersichtlich. Mit abgesetzten Formeln sollte nicht aus Platzgründen gespart werden.

6.6. Das „Wir“ in wissenschaftlichen Texten. In der Regel werden mathematische Texte in der dritten Person verfasst. Eine Ausnahme bildet das in wissenschaftlichen Texten verbreitete „Wir“. Dabei handelt es sich weder um einen Pluralis Majestatis noch meinen mehrere AutorInnen sich selbst, sondern es werden die LeserInnen angesprochen. Sie sollen eingeladen werden, sich aktiv an der Argumentation zu beteiligen. Eine Ausnahme ist die Danksagung (Acknowledgement). Hier kann sogar in der Ichform geschrieben werden. Allerdings ist es verbreitet, auch dort in der dritten Person zu bleiben. Zum Beispiel: „The author wishes to thank...“.

6.7. Neue Begriffe. Es kann hilfreich sein, neu definierten mathematischen Objekten einen Namen zu geben. Bevor sich AutorInnen neue Namen ausdenken, sollten sie allerdings gut recherchieren, ob ähnliche Bezeichnungen nicht schon in der Literatur existieren. Wenn der definierte Begriff neu ist, es aber ähnliche oder verwandte Konzepte in der Literatur gibt, sollte die neue Terminologie sich an der alten orientieren. Neue Terminologie kann die Lektüre erschweren. Daher sollten neue Begriffe nur eingeführt werden, wenn es notwendig ist.

6.8. Variablenbezeichnung. Es ist wichtig, sich gut zu überlegen, welche mathematischen Objekte mit welchen Buchstaben bezeichnet werden, vergleiche auch [3, 4, Section 5]. Gleichartige Objekte werden wenn möglich mit alphabetisch aufeinanderfolgenden Buchstaben des gleichen Alphabets bezeichnet. Universelle Regeln gibt es dazu keine, jedoch sollte die Wahl der Variablen möglichst einheitlich innerhalb einer Arbeit sein und sich an der Literatur des jeweiligen Fachbereichs orientieren. Oft stehen zum Beispiel G, H für Gruppen, x, y für Knoten eines Graphen, ϕ, ψ für Morphismen usw.

In der klassischen Graphentheorie werden Graphen in der Regel mit G bezeichnet. In der Gruppentheorie werden Gruppen ebenfalls mit G bezeichnet. Wenn mit Graphen und Gruppen gleichzeitig gearbeitet wird, kann sich dadurch beispielsweise ein notationelles Problem ergeben. Eine sorgfältige Planung der gesamten Notation ist vor allem bei umfangreicheren Arbeiten notwendig.

Generell sollten Objekte nur bezeichnet werden, wenn dies erforderlich ist. Im folgenden Satz ist das zum Beispiel nicht notwendig: „Ein zusammenhängender Graph X hat genau dann einen geschlossenen Euler-Weg π , wenn alle Ecken x geraden Grad $\deg(x)$ haben.“ Besser ist: „Ein zusammenhängender Graph hat genau dann einen geschlossenen Euler-Weg, wenn alle Ecken geraden Grad haben.“

6.9. Mehrdeutigkeiten. Manche mathematischen Begriffe werden nicht einheitlich verwendet. Kompakte Mengen werden gelegentlich als hausdorffsch vorausgesetzt, oft jedoch nicht. Zu empfehlen ist, sich an der Literatur zu orientieren, die dem eigenen Arbeitsgebiet am nächsten steht, und in der Arbeit klarzustellen, welche Definitionen verwendet werden.

Auch mathematische Symbole werden gelegentlich nicht einheitlich verwendet. Zum Beispiel bezeichnet entweder \subset eine echte Teilmenge und \subseteq eine beliebige Teilmenge oder es bezeichnet \subsetneq (bzw. \subsetneq) eine echte Teilmenge und \subset eine beliebige Teilmenge. Da meistens beliebige Teilmengen und nicht echte Teilmengen verwendet werden und \subset das einfachste dieser Symbole ist, findet sich häufiger letztere Notation. Das heißt, es wird meistens \subset für beliebige Teilmengen geschrieben.

6.10. Allgemeine Abkürzungen. Manche Abkürzungen wie „z.B.“ oder „etc.“ sind sehr gebräuchlich. Andere wie „o.B.d.A.“ (ohne Beschränkung der Allgemeinheit), „w.z.z.w.“ (was zu zeigen war) oder „s.t.“ (such that) sind meist nur erfahrenen MathematikerInnen vertraut. Solche Abkürzungen sollten daher vermieden werden, wenn sich der Text an ein breiteres Publikum richtet.

Jedes Mal, wenn wir beim Lesen eines Textes auf eine Abkürzung stoßen, die nicht oft vorkommt, muss das Gehirn diese in das eigentliche Wort übersetzen und kann sie erst in einem zweiten Schritt in den Satz einordnen, was den Lesefluss behindert. Daher sollten Abkürzungen im Zweifel ausgeschreiben werden.

6.11. Lateinische Abkürzungen. Latein hatte bis ins 19. Jahrhundert als Wissenschaftssprache die Funktion, weltweite Kommunikation unabhängig von den Landessprachen zu ermöglichen. Auch heute sollten wissenschaftliche Publikationen für möglichst viele Menschen verständlich sein, daran hat sich nichts geändert; geändert hat sich jedoch die Weltsprache der Wissenschaft.

Es gibt lateinische Abkürzungen, die insbesondere in englischsprachigen Texten verwendet werden, deren tatsächliche Bedeutung aber langsam in Vergessenheit gerät, wie zum Beispiel „e.g.“ als Abkürzungen für „*exempli gratia*“ oder „i.e.“ für „*id est*“. Interessanterweise werden sie beim Lesen oft sofort ins Englische übertragen und „e.g.“ als „for example“ beziehungsweise „i.e.“ als „that is“ gelesen.

Abkürzungen wie „s.t.“ und „c.t.“ können grundsätzlich verwendet werden, da sie entweder tatsächlich als „s.t.“ bzw. „c.t.“ ausgesprochen werden oder unabgekürzt als „*sine tempore*“ und „*cum tempore*“. Wenn lateinische Ausdrücke nicht mehr gebräuchlich sind, sollten auch deren Abkürzungen nicht verwendet werden, denn leichte Verständlichkeit ist wichtiger als das Aufrechterhalten einer Tradition der Tradition zuliebe.

6.12. Abbildungen. Graphiken sind erwünscht und oft eine Hilfe für LeserInnen. Mit dem Graphikpaket Tikz können Koordinaten innerhalb des L^AT_EX-Files flexibel programmiert werden. Solange es sich nicht um Artikel für Journale handelt, die von einem Verlag vervielfacht werden, können beliebige Bilder als Files integriert werden, auch von Hand gezeichnete und eingescannte Abbildungen. Farbliche Darstellungen in Texten, die gedruckt werden, sollten nur verwendet werden, wenn es notwendig ist.

7. GEMISCHTE BEISPIELE

7.1. Beispiel: Überflüssiger Text. „We will now call a maximal connected set of vertices a *component* of the graph. It is easy to see that the set of all vertices is a disjoint union of components.“ Besser ist die kompakte Formulierung „A maximal connected set of vertices is called a *component* of the graph. The set of all vertices is a disjoint union of components.“ Vergleiche dazu 6.2 und 6.3.

7.2. Beispiel: Formalismus im Text. Im Fließtext wäre „Sei nun $x \in \mathbb{R}$. $x > 1 \Rightarrow x^2 > x$ “ aus folgenden Gründen ungünstig:

- (i) Die Formulierung „Sei...“ ist im allgemeinen Sprachgebrauch außerhalb der Mathematik unüblich.
- (ii) Das Wort „nun“ ist hier ein überflüssiges Füllwort.
- (iii) Kein Satz darf mit einem mathematischen Symbol („ $x > 1 \dots$ “) beginnen.
- (iv) Implikationspfeile sollten im Fließtext vermieden werden.

Besser ist: „Für reelle Zahlen x , $x > 1$, ist $x^2 > x$.“ (sprich: „Für reelle Zahlen x , die größer als 1 sind, ist x^2 größer als x .“) Wenn aus dem Textzusammenhang hervorgeht, dass x eine reelle Zahl ist, dann passt auch: „Wenn $x > 1$, dann ist $x^2 > x$.“ (sprich: „Wenn x größer als Null ist, dann ist x^2 größer als x .“). Reiner Text ist auch guter Stil: „Reelle Zahlen, die größer als 1 sind, sind kleiner als ihr Quadrat.“ Als abgesetzte Formel ist

$$\forall x \in \mathbb{R} : x > 1 \Rightarrow x^2 > x$$

akzeptabel.

7.3. Beispiel: Formeln und Bezeichnungen. Der Satz „Die Spezies $E_{n \geq 1}$ der Mengen mit $n \geq 1$ Elementen hat die erzeugende formale Potenzreihe $\sum_{k=1}^{\infty} z^k/k!$.“ ist schlechter Stil.

- (i) Sofern die Bezeichnung $E_{n \geq 1}$ nicht definiert wird, um sie im späteren Text zu verwenden, muss sie hier nicht genannt werden.
- (ii) Die Beschreibung der nicht leeren Mengen ist zu kompliziert.
- (iii) Der Satz wird als „...Mengen mit n größer gleich eins Elementen...“ gelesen, was eine unnatürliche technische Formulierung ist.
- (iv) Abgesetzte Formeln sollten nicht aus Platzgründen vermieden werden.

Besser ist daher: „Die Spezies der nicht leeren Mengen hat die erzeugende formale Potenzreihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k!}.$$

LITERATUR

- [1] A. Beutelspacher. *Das ist o.B.d.A. trivial! Eine Gebrauchsanweisung zum Schreiben mathematischer Texte für Studenten der Mathematik und Informatik*. Verlag Vieweg 1991, 8. Auflage, 2006.
- [2] U. Daepf, P. Gorkin. *Reading, writing and proving. A closer look at mathematics*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, 2003.
- [3] P.R. Halmos. *How to write mathematics*, L'Enseignement Mathématique, **16**, 123–152, 1970.
- [4] P.R. Halmos. *Wie schreibt man mathematische Texte*. Teubner, 1977.
- [5] P.R. Halmos. Bookreview on „S.G. Krantz. ‘A Primer of Mathematical Writing: Being a Disquisition on Having Your Ideas Recorded, Typeset, Published, Read, and Appreciated’“. AMS, 1998“ in *Notices Amer. Math. Soc.* **44** (1997), Issue 5, 571–573. Online available at <http://www.ams.org/notices/199705/comm-halmos.pdf> 25.07.2011.
- [6] S.G. Krantz. *A Primer of Mathematical Writing: Being a Disquisition on Having Your Ideas Recorded, Typeset, Published, Read, and Appreciated*. AMS, 1997.
- [7] S.G. Krantz. *Handbook of typography for the mathematical sciences* Chapman & Hall/CRC, 2001.
- [8] K.P. Liessmann. *Akademische Bildung. Ein Leitfaden für neue Eliten*. Recherche. Zeitung für Wissenschaft. 2/2011. Online verfügbar unter <http://www.recherche-online.net/liessmann-akademische-bildung.html> 18.07.2011.
- [9] H. Schichl, R. Steinbauer. *Einführung in das mathematische Arbeiten*. Springer, 2009.
- [10] N.E. Steenrod, P.R. Halmos, M.M. Schiffer, J.A. Diedonne. *How to Write Mathematics*. AMS, 2000.
- [11] T. Tao. *On writing*. Online Blog. <http://terrytao.wordpress.com/advice-on-writing-papers/> 08.03.2011.