Liberalisierung der Energiemärkte:

Lange Zeit war der Wettbewerb im Bereich leitungsgebundener Energieversorgung erheblichen Einschränkungen unterworfen.

Da die Kosten für Einsatzenergie zunehmend an Bedeutung als Wettbewerbsfaktor gewinnt, soll durch Schaffung größerer und stärker integrierter Märkte
(i) Energiegewinnung, -transport und -verteilung effizienter gestaltet werden
(ii) die Versorgungssicherheit erhöht werden und
(iii) die Wahlmöglichkeiten der Kunden erweitert werden.

$\Rightarrow$ EU Kommission erläßt

- Richtlinie zur Preistransparenz (90/377/EEC, 29.6.1990)
  Veröffentlichungspflicht der Preisgestaltung für definierte Abnahmefälle $\Rightarrow$ Erhöhung der Markttransparenz.
- Richtlinie über den Transit von Stromlieferungen (90/547/EEC, 29.10.1990)
  Richtlinie über den Transit von Erdgaslieferungen (91/296/EEC, 31.5.1991):
  soll stärkeren grenzüberschreitenden Austausch zwischen den Netzen und den Unternehmen der Mitgliedstaaten ermöglichen.
- Binnenmarktrichtlinie Strom (96/92/EC, 30.1.1997) und Binnenmarktrichtlinie Erdgas (98/30/EC, Mai 1998).

  Die Richtlinien konzentrieren sich auf

  - Wettbewerb im Bereich der Elektrizitätserzeugung
  - Freien Zugang zu den bestehenden Leitungsnetzen für Strom und Gas
  - Management dieser Leitungsnetze
  - Unbundling und Transparenz der Buchführung: Netzbetreiber muss unabhängig von Erzeugungs- und Verteilungsaktivitäten sein (Trennung zumindest auf Verwaltungsebene).

  Ziele:

  - Elimination von Monopolen, Erhöhung des Wettbewerbs
  - Vermeiden der Diskriminierung externer Netzbenutzer

Konsequenzen der Liberalisierung:

- Energiepreise sind nun durch Wettbewerb bestimmt, und nicht durch tatsächlich entstandene Kosten
- starke Volatilität der Energiepreise. Beeinflusst durch: Wetter, Lagerbestände von Gas bzw. Öl. Starke Schwankungen der Strompreise auch innerhalb eines Tages, da Strom direkt nicht gespeichert werden kann.
- Lieferverträge werden über immer kürzere Zeitintervalle abgeschlossen.
- Auftreten von Energiehändlern, die weder Kraftwerke noch Übertragungsleitungen besitzen

- "Over the Counter"- Verträge: Individuelle Verträge zwischen zwei Vertragspartnern bezüglich der Lieferung von Energie. $\Rightarrow$ Hohe "Kosten" durch fehlende Transparenz, fehlende Liquidität bzw. Kreditrisiko.
- $\Rightarrow$ Auftreten von Energie-börsen
- Risikomanagement ist ein entscheidender Erfolgsfaktor für Energiehändler (z.B. 90-95% des in England physisch gehandelten Stroms wird mit Hilfe von Finanzinstrumenten abgesichert.)

Arten von Risiko:

Marktrisiko

umfasst Risiken eines potentiellen finanziellen Verlusts auf Grund von: Preisschwankungen (Strompreise, Rohstoffpreise), Aktienkursschwankungen, Währunskurse, Zinssätze, etc.

Basisrisiko: Risiko, dass sich der Wert eines Forward (bzw. Futures)-vertrages nicht parallel zum Wert des Gutes entwickelt, in dem man die abzusichernde physische Position besitzt.

(Ortsbasisrisiko, Produktbasisrisiko, ...)

Kreditrisiko:

Risiko, dass sich ein Vertragspartner nicht an seine Verpflichtungen hält.

Modellrisiko: Risiko, das besteht, wenn zur Beschreibung des Marktgeschehens bzw. zur Bewertung von Derivaten ungeeignete Modelle herangezogen werden.

Liquiditätsrisiko: Risiko einer Situation, in der es nicht möglich ist, eine Position glattzustellen, ohne den Marktpreis negativ zu beeinflussen.

Volumenrisiko:

bedeutenstes Zusatzrisiko auf Energie-märkten. Verursacht durch

- Kraftwerksausfälle
- unerwartet hohen/niedrigen Energieverbrauch durch Kunden (elektrische Energie kann nicht direkt gespeichert werden!!)
- Transportschwierigkeiten bzw. Netzauslastung

$$\text{Marktpreis-Änderungen} \quad \substack{\not\Rightarrow \\ \Leftarrow} \quad \text{Volumenrisiko}$$

Instrumente zum Preisrisiko-Management:

Derivate: Finanzkontrakt zwischen zwei oder mehreren Vertragspartnern, der vom *zukünftigen* Wert eines Wirtschaftsgutes (dem **Underlying**) *abgeleitet* wird.

- Forwards und Futures
- Swaps
- Optionen

Forward:

der Verkäufer verpflichtet sich gegenüber dem Käufer zur Lieferung einer festgelegten Menge eines bestimmten Wirtschaftsgutes zu einem festgelegten Zeitpunkt. Der Verkaufspreis wird im Vorhinein (beim Abschluss des Forwardvertrags) festgelegt. Solche Verträge sind nicht standardisiert, müssen nicht an Börsen gehandelt werden, und können unmittelbar zwischen juristischen Personen abgeschlossen werden (OTC-Geschäfte, i.e. Over-the-Counter Geschäfte).

Forwards beinhalten ein Kreditrisiko für die Vertragspartner.

Contango: der vereinbarte Preis liegt über dem aktuellen Spotpreis

Backwardation: der vereinbarte Preis liegt unter dem aktuellen Spotpreis

Bsp: Ein Ölproduzent schließt am 1. Juli mit einer Raffinerie einen Vetrag ab über die Lieferung von 10000 bbl Rohöl (bbl = barrel) am 15. Oktober zum Preis von 18 US$/bbl. Steigt der Spotpreis bis zum 15. Oktober auf 20 US$/bbl, hat der Forwardvertrag für die Raffinerie einen Wert von 20000 US$, fällt der Spotpreis auf 16 US$/bbl, so hat der Forwardvertrag für den Ölproduzenten einen Wert von 20000 US$.

- Short-Position: Position des Verkäufers, der zur Lieferung des Underlyings verpflichtet ist.
- physische Short-Position: Position eines Unternehmens, das das Handelsgut für seinen Produktionsprozess benötigt. z.B. Energieverbraucher sind in einer physischen Short-Position.
- Long-Position: Position des Vertragspartners, der zur Abnahme des Underlyings verpflichtet ist.
- physische Long-Position: Position eines Unternehmens, das über das Handelsgut verfügt und in der Lage ist, dieses zu verkaufen. Z.B. ein Energieproduzent ist in einer physischen Long-Position.

Future: ein standardisierter, börsenmäßig gehandelter Forward, der durch ein Clearing House zwischen Verkäufer und Käufer abgewickelt wird. Handelskonditionen (z.B. Preise) werden veröffentlicht.

Futures werden täglich bewertet (Marking-to-Market)

Das unmittelbare Handeln an der Börse ist nur für Mitglieder möglich. (Mitgliedschaft kann gekauft oder gemietet werden.) Börsenmitglieder handeln entweder in eigenem Namen oder sie fungieren als Broker im Auftrag von Kunden.

Aufgabe der Börse: Standardisierung des Futurevertrages

- Quantität und Qualität des Underlyings
- Lieferzeitpunkt und -ort
- Procedere der eventuellen physischen Lieferung
- minimal zugelassene Preisänderung (Tickgröße)

Clearing Member: Mitglieder der Börse, die Mitglieder des Clearing House sind. Futuregeschäfte können nur über Clearing Member abgewickelt werden.

Clearing house:

- erfasst alle durchgeführten Transaktionen
- ermittelt täglich die Nettoposition jedes Mitglieds
- übernimmt die Rolle des Zwischenhändlers bei jeder Transaktion und garantiert, dass alle Teilnehmer am Futuresmarkt ihren Verpflichtungen nachkommen.
- jeder Händler hat Verpflichtungen nur gegenüber dem Clearing house.
- Anzahl der gekauften Verträge = Anzahl der verkauften Verträge
- Anonymität des Handelns ist gewährleistet, da Käufer und Verkäufer nicht direkt in Kontakt treten.

Marking to Market:

Margin Account: Konto, das ein Broker für jeden Kunden führt.

Initial Margin: Betrag, der bei Abschluss eines Futures hinterlegt wird. Es ist ein von der Börse festgelegter Teilbetrag der offenen Position.

Am Ende jedes Handelstages wird das Margin Account emtsprechend den Preisveränderungen des Futuresvertrages angepasst.

Futurespreis steigt: $\Rightarrow$ Kontostand einer Partei mit Short-Position wird reduziert, Kontostand einer Partei mit Long-Position erhöht.

Futurespreis sinkt: $\Rightarrow$ Kontostand einer Short-Partei erhöht sich, der einer Long-Partei wird reduziert.

Maintenance Margin: liegt ca. 25 % unterhalb der Initial Margin. Fällt das Guthaben unter die Maintenance Margin, muss der Investor das Margin Account am nächsten Tag bis zur Initial Margin wieder auffüllen.

Zweck des Marking to Market: Reduzierung des Kreditrisikos für das Clearing House.

Bsp: Partei hält eine Long-Futureposition für Erdgas, und zwar für 5 Lots a 1000 therms/Tag. Initial Margin beträgt 600 Pfund/Lot $\Rightarrow$ 3000 Pfund, der Maintenance Margin beträgt 3000 (1-25%)= 2250 Pfund.

Handels-tage	Settlement Preis	Wert des Underlyings	Gewinn Verlust	Margin Account	Variation Margin
	15.00	22 500		3 000	
1	14.64	21 960	-540	2 460	
2	14.05	21 075	-885	1 575	
3	14.10	21 150	75	3 075	1 425
4	14.85	22 275	1125	4 200	
5	15.15	22 725	450	4 650	
6	15.80	23 700	975	5 625	
7	15.03	22 545	-1155	4 470	
8	14.14	21 210	-1335	3 135	
9	13.45	20 175	-1035	2 100	
10	13.00	19 500	-675	2 325	900
11	12.96	19 440	-60	2 265	
12	13.75	20 625	1185	3 450	
13	14.38	21 570	945	4 395	
14	14.90	22 350	780	5 175	
15	15.25	22 875	525	5 700	

Schliessen von Positionen:
Überwiegende Mehrheit von Futures führt nicht zur physischen Lieferung des Underlyings.
Die Parteien schließen ihre Positionen vor dem Lieferzeitpunkt durch das Eingehen einer entsprechenden Gegenposition.

Swap:
Physische Swaps: Vertragliche Vereinbarung über den Abtausch beispielsweise von Erdgas oder Heizöl an verschiedenen Lieferpunkten zwecks Einsparung von Transportkosten.
Finanzielle Swaps: Zwischen zwei Unternehmen vertragliche Vereinbarung über den Austausch von zukünftigen Zahlungsströmen.

- Swaps beinhalten ein Kreditrisiko
- Swaps bieten die Möglichkeit, dass Unternehmen ihren Kunden Fixpreise anbieten.
- Gewisse Beschränkungen an Börsen (eingeschränkte Auswahl von Produkten, Handelszeitraum, etc.) können durch Swaps umgangen werden
- Durch Swaps wird eine Struktur der Verpreisung in eine andere übergeführt.

plain vanilla swap: einfachste Form. Abtausch eines fliesenden Preises gegen einen Fixpreis.
Vereinbarung regelt: Zugrundeliegende Mengen, Dauer, Fixpreis, variabler Preis.
Meist übernehmen Banken oder Tradinggesellschaften die Rolle des Zwischenhändlers zwischen Marktteilnehmern, die sich vor fallenden bzw. steigenden Preisen schützen wollen.
Short-Swap: Das Unternehmen, das sich vor fallenden Preisen schützen will (z.B. Energieproduzent) erhält die Differenz zwischen fixem und variablem Preis, falls der variable Preis niedriger

ist vom Swapanbieter. Falls der variable Preis höher als der Fixpreis ist, muss die Differenz an den Swapanbieter gezahlt werden.

$$\text{Differenzzahlung} = \begin{cases} Q \times (p_F - p_v) & \text{aus der Sicht des Zwischenhändlers} \\ Q \times (p_v - p_F) & \text{aus der Sicht des Swapnachfragers} \end{cases}$$

$Q \cdots$ vereinbarte Menge/ Zeiteinheit $p_F \cdots$ Fixpreis $p_v \cdots$ variabler Preis

Long-Swap: Das Unternehmen, das sich vor steigenden Preisen schützen will (z.B. Energienachfrager) erhält die Differenz zwischen fixem und variablem Preis, falls der variable Preis höher ist vom Swapanbieter. Falls der variable Preis niedriger als der Fixpreis ist, muss die Differenz an den Swapanbieter gezahlt werden.

$$\text{Differenzzahlung} = \begin{cases} Q \times (p_v - p_F) & \text{aus der Sicht des Zwischenhändlers} \\ Q \times (p_F - p_v) & \text{aus der Sicht des Swapnachfragers} \end{cases}$$

Andere Arten:

Floating for Floating Swap: beide Referenzwerte sind im Zeitablauf veränderlich.
Unterform: Differential Swap. Abtausch der Differenz zwischen einem vereinbarten Unterschied zwischen zwei Preisen und den tatsächlich auftretenden Unterschieden, z.B. Heizölnotierung in Rotterdam + 15 Euro versus Heizölnotierung für Rheinschiene. Diese Swaps eignen sich zur Absicherung gegenüber dem Basisrisiko.

Swaps werden meist unter Bezug auf vorher abgeschlossene Rahmenverträge vereinbart. (International Swaps and Derivatives Association ISDA)

Swaps können durch folgende Begriffspaare charakterisiert werden:

- intracommodity vs. crosscommodity
- ortsgleich vs nicht ortsgleich
- zeitgleich vs. nicht zeitgleich
- ein Produkt vs. mehrere Produkte

In der Energiewirtschaft haben sich vor allem in den USA und in GB folgende Swaps als marktgängig erwiesen

	Commodity	Ort	Zeit	Produktanzahl
Plain Vanilla Swaps				
Flugbenzin Plain Vanilla	intra	gleich	gleich	eins/eins
Gaspreis Plain Vanilla	intra	gleich	gleich	eins/eins
Prepaid Swap	intra	gleich	gleich/ungleich	eins/eins
Cross Commodity Swap				
Aluminium-Gas Swap	cross	nicht relevant	gleich	eins/eins
Crack Spread Swap	cross	nicht relevant	gleich	eins/mehr
Spark Spread Swap	cross	nicht relevant	gleich	eins/eins
Frac Spread Swap	cross	nicht relevant	gleich	eins/mehr
Ortsbasisswap	intra	ungleich	gleich	eins/eins
Time Spread Swap	intra	gleich	ungleich	eins/eins

Verpreisung von Energie-swaps

- tatsächliche Kosten für Swaps sind schwierig zu ermitteln
- Kosten fallen an, da Swaps meist über Zwischenhändler abgewickelt werden.
- Idealsituation für Zwischenhändler: direkter Ausgleich eines Long-Swaps durch einen entsprechenden Short-Swap (Back-to-Back).
- Zwischenhändler sichern sich am Futuresmarkt gegen Preisrisiko ab. Die meisten Swaps haben jedoch eine weitaus höhere Laufzeit als Futuresverträge.
  ⇒ Marktrisiken müssen für eine gewisse Zeitspanne "zwischengelagert" werden , bevor diese z.B. durch Futures abgesichert werden können (Warehousing).
  ⇒ Swaphändler nehmen mehr und mehr Swaps in ihre Bücher auf und bestimmen das zusätzliche Risiko unter Berücksichtigung von Portfolioeffekten (Back to Book.)
- Swappreise lassen sich aus Futures- oder Forwardpreisen ableiten, zuzüglich einer Marge, die dem Bid-Ask-Spread entspricht. Diese kompensiert für:
  - Basisrisiko (in zeitlicher, räumlicher und produktmäßiger Hinsicht)
  - Kreditrisiko
  - Komplexität der Transaktion
  - Transaktionskosten
- Produkte, für die es keinen liquiden Markt gibt, werden mit Hilfe von Preiskurven ähnlicher Produkte verpreist.

Beispiele:
Flugbenzin-Swap: (plain vanilla swap)
Eine Fluggesellschaft kann auf diese Weise die Einkaufskosten für Flugbenzin fixieren. (Die Kosten für Flugbenzin entsprechen ca. 7 - 13 % der gesamten Betriebskosten einer Fluggesellschaft).

Ein Swaphändler verkauft nun einen Swap mit einer Laufzeit von 5 Jahren für eine fixierte Menge Flugbenzin an die Fluggesellschaft.

Verpreisung ohne Back-to-Back (d.h. ohne entsprechend entgegengesetzten Swap).

1. Erzeugen einer langfristigen Brent-Forwardkurve für den gewünschten Zeitraum von 5 Jahren. Da für Brent Swaps mit Laufzeiten bis 5 Jahren ein liquider Markt existiert, kann der Marktpreis relativ leicht bestimmt werden.
2. Ableiten einer langfristigen Gasoil-Forwardkurve. Dazu muss das Brent/Gasoil Differential (Crack Spread) bestimmt werden. Etwa durch Korrelationen auf Basis von historischen Daten möglich.
3. Bestimmen des Flugbenzin/Gasoil Differentials. ähnlich wie Bestimmen des Brent/Gasoil Differentials

Jahr	1	2	3	4	5
1. Schritt					
Brent Forwardpreis (US$/bbl)	17.40	17.50	18.00	18.50	18.50
2. Schritt					
Brent/Gasoil Differenz (US$/bbl)	5.10	5.15	5.20	5.25	5.30
Gasoil Preis (US$/bbl)	22.50	22.65	23.20	23.75	23.80
Gasoil Preis (US$/t) ($\times$7.45)	167.63	168.74	172.84	176.94	177.31
3. Schritt					
Gasoil/Flugbenzin Differenz (US$/t)	23.00	24.00	24.25	24.50	24.75
Flugbenzin Preis (US$/t)	190.63	192.74	197.09	210.44	202.06

Ohne Berücksichtigung von Zinseffekten ergibt sich ein Angebotspreis von 196.79 US$/t Flugbenzin. Da mit dem Umweg über Brent und Gasoil Basisrisiken verbunden sind, wird der Händler zusätzlich eine Sicherheitsprämie verlangen.

Plain Vanilla Swap für heizölgebundenen Gaspreis

Ein Gaskäufer K bezieht eine Gasmenge von 120 Mio kWh/a über einen Zeitraum von 2 Jahren. Pro Monat werden 10 Mio. kWh geliefert.

Der Kunde will einen Fixpreis, der vom Verkäufer jedoch nicht angeboten wird.

Der Preis ist durch

$$AP_t = 0.89 + 0.67 * 0.077333(HEL_t - 21.225) + 0.33 * 0.006336(HSL_t - 95.41)$$

mit

AP_t: Arbeitspreis in c/kWh

HSL_t : Aktueller Preis von schwerem Heizöl, Rheinschiene, in $Euro/t$, monatliche Notierung des stat. Bundesamtes Wiesbaden, mit 6-0-3 Preisanpassungssystem (6 Monate Referenzzeitraum, kein Time lag, quartalsweise Anpassungszeitpunkte)

HEL_t : aktueller Preis Heizöl leicht, Rheinschiene, in $Euro/hl$, monatliche Notierung stat. Bundesamt Wiesbaden, 9-0-3 Preisanpassungssystem.

Ein Swapanbieter erklärt sich bereit, die Preisanpassungsformel für den gewünschten Zeitraum in einen Fixpreis umzuwandeln.

Ermittlung des Fixpreises unter folgenden Annahmen:

- Am Heizölmarkt seien die Forwardkurven für Gasoil Rotterdam sowie Heavy Fuel Oil Rotterdam bekannt. Ein Qualitätsunterschied zu den Produkten der Rheinschiene besteht nicht (i.e. kein Produktbasisrisiko).
- Der Preisunterschied zwischen Rotterdamer Notierung und Rheinschiene-Notierung wird als konstant und sicher angenommen. Er betrage für Heizöl leicht (HEL) 100$Euro/t$ und für schweres Heizöl (HSL) 20$Euro/t$.

- Zur Umrechnung zwischen t und hl wird ein Faktor von $0.085 t/hl$ verwendet (i.e. 0.85 kg je Liter).
- Der Nettobarwert der Zahlungsströme wird mit einem Kalkulationszinssatz von 0.5% pro Monat berechnet.

Daraus lässt sich eine Forwardkurve für Gas ableiten und der Nettobarwert berechnen.

Monat	Markt Forward Kurve Gasoil	Markt Forward Kurve Fuel Oil	abgel. Forward Kurve HEL	abgel. Forward Kurve HSL	Mittel HEL	Mittel HSL	Gas-preis	Gas-menge	Netto Bar Wert
	Euro/t	Euro/t	Euro/hl	Euro/t	Euro je hl	Euro je t	cent je kWh	Mio. kWh	Mio. cent
-8	158.83	74.00	22.00	94.00					
-7	141.18	72.10	20.50	92.10					
-6	141.77	72.10	20.55	92.10					
-5	152.94	73.00	21.50	93.00					
-4	150.00	72.00	21.25	92.00					
-3	134.12	69.95	19.90	89.95					
-2	137.15	72.00	20.16	92.00					
-1	137.35	73.00	20.17	93.00					
0	137.55	73.25	20.19	93.25					
1	137.75	73.40	20.21	93.40	20.69	92.20	0.8557	10	8.51
2	137.95	73.50	20.23	93.50			0.8557	10	8.47
3	138.60	73.60	20.28	93.60			0.8557	10	8.43
4	138.80	73.70	20.30	93.70	20.43	93.13	0.8441	10	8.27
5	139.00	73.80	20.32	93.80			0.8441	10	8.23
6	139.20	74.00	20.33	94.00			0.8441	10	8.19
7	139.40	74.10	20.35	94.10	20.24	93.67	0.8355	10	8.07
8	139.60	74.20	20.37	94.20			0.8355	10	8.03
9	139.80	74.30	20.38	94.30			0.8355	10	7.99
10	140.15	74.50	20.41	94.50	20.31	94.02	0.8395	10	7.99
11	140.15	74.60	20.41	94.60			0.8395	10	7.95
12	140.30	74.70	20.43	94.70			0.8395	10	7.91
13	140.45	74.55	20.44	94.55	20.37	94.40	0.8434	10	7.90
14	140.65	74.60	20.46	94.60			0.8434	10	7.87
15	140.80	74.70	20.47	94.70			0.8434	10	7.83
16	140.95	74.70	20.48	94.70	20.41	94.61	0.8462	10	7.81
17	141.10	74.80	20.49	94.80			0.8462	10	7.77
18	141.25	74.85	20.51	94.85			0.8462	10	7.74
19	141.40	74.90	20.52	94.90	20.45	94.70	0.8486	10	7.72
20	141.65	74.95	20.54	94.95			0.8486	10	7.68
21	141.80	75.00	20.55	95.00			0.8486	10	7.64
22	141.95	75.05	20.57	95.05	20.49	94.87	0.8510	10	7.63
23	142.10	75.10	20.58	95.10			0.8510	10	7.59
24	142.25	75.15	20.59	95.15			0.8510	10	7.55
									190.76

Der Swap-Fixpreis wird derart bestimmt, dass der Netto-Barwert übereinstimmt. i.e.

$$\sum_{t=1}^{24} \frac{10p_{fix}}{1.005^t} = 190.76$$

Da

$$\sum_{t=1}^{24} \frac{1}{1.005^t} = \frac{1}{1.005} \frac{1-\left(\frac{1}{1.005}\right)^{24}}{1-\frac{1}{1.005}} = 22.5629$$

ergibt sich $p_{fix} = 0.84546 c/kWh$.

Cross-Commodity Swaps

Aluminium-Gas Swap

Das Schmelzen von Aluminium erfordert einen hohen Energieaufwand (z.B. Erdgas zur Eigenstromerzeugung). In Deutschland betragen die Energiekosten ca. 38% der gesamten Produktionskosten.

⇒ Ein erhebliches Risiko besteht in steigenden Kosten durch anziehende Energiepreise und fallenden Verkaufserlösen durch sinkende Aluminiumpreise.

⇒ Absichern durch Cross-Commodity Swap möglich. Der heizölgebundene Gaspreis wird durch einen Gaspreis ersetzt, der an die Aluminiumpreise gebunden ist.

Dieser Swap kann theoretisch in 3 Teilschritte zerlegt werden:

1. Plain Vanilla Swap: Variabler heizölgebundener Gaspreis in Fixpreis
2. Plain Vanilla Swap: Variabler Aluminiumpreis in Fixpreis
3. Verknüpfen der Fixpreise

Crack Spread Swap

Sowohl auf der Beschaffungsseite als auch der Absatzseite sind Raffinerien mit volatilen Märkten für Energieträger konfrontiert.

Da in die Anlagen einer Raffinerie beträchtliche Kapitalinvestitionen fliesen, ist es für den Betreiber durchaus sinnvoll, die Marge der Raffinerie für einen gewissen Zeitraum zu fixieren.

Beim Crack Spread Swap wird eine bestimmte Differenz zwischen dem (mengengewichteten) Durchschnittspreis der Raffinerieprodukte und dem (mengengewichteten) Durchschnittspreis der eingesetzten Rohöle festgeschrieben.

Spark Spread Swap

Fixierung der Preisdifferenz zwischen dem Output (Strom) und dem Input (Kohle, Öl, Gas) eines Kraftwerks.

Ortsbasisswap

Dient zur Absicherung der Preisdifferenz zwischen zwei Orten. In der einfachsten Form wird der Preis für Gas am Henry Hub (Lieferpunkt des NYMEX Gas-Futuresvertrages) abzüglich einer Differenz gegen den Gaspreis an einem anderen Ort abgetauscht.

Als Henry Hub Preis wird üblicherweise der durchschnittliche Preis des NYMEX-Futuresvertrages der letzten drei Handelstage (L3D-Preis) herangezogen.

Bsp: Ein Gashändler verkauft zum festen Preis von 2 US$/MMBTU [1] für November 15000 MMBTU/Tag am Ort San Juan. Der Gashändler wird das zu liefernde Gas im November in San Juan zum dann aktuellen Spotpreis kaufen. Falls der Spotpreis über 2 US$ /MMBTU liegt, erleidet der Händler Verluste.

Um sich gegen das Festpreisrisiko abzusichern, kauft der Händler an der NYMEX 45 November Futuresverträge (entspricht 450000 MMBTU) zum Preis von 2.15 US$/MMBTU, die während der letzten drei Handelstage zum L3D-Preis verkauft werden.

Einnahmen	Zahlungen
Gasverkauf: 2.00 US$, Festpreis	Gaseinkauf: San Juan Spotpreis im November
Futuresverkauf im November: L3D-Preis	Futureskauf: 2.15 US$

Der Händler macht also einen Gewinn, sofern

$$(\text{L3D-Preis - San Juan Spotpreis}) > 0.15\text{US\$}$$

Es besteht jedoch das Basisrisiko, dass sich der San-Juan Preis und der L3D-Futurespreis nicht gleichartig entwickeln, die Differenz von 0.15 US$ sich veringert, und der Händler einen Verlust erleidet.

Dagegen kann sich der Händler durch einen Basisswap absichern, in dem er einen Swaphändler den L3D-Preis abzüglich einer festen Differenz zahlt und dafür den San Juan Spotpreis für die im November verkaufte Gasmenge erhält. Angenommen, diese feste Differenz beträgt 0.20 US$/MMBTU, dann ergeben sich folgende Zahlungsströme:

Einnahmen	Zahlungen
Gasverkauf: 2.00 US$, Festpreis	Gaseinkauf: San Juan Spotpreis im November
Futuresverkauf im November: L3D-Preis	Futureskauf: 2.15 US$
Einnahmen aus Swap: San Juan Spotpreis	Ausgaben für Swap: L3D-0.20 US$

Unabhängig von der Entwicklung des L3D-Preises und des San Juan Spotpreises hat der Händler einen Gewinn von 0.05US$/MMBTU.

Option: das Recht, eine bestimmte Menge eines bestimmten Wirtschaftsgutes (z.B. Energie) zu einem im Voraus festgesetzten Preis (exercise price) zu kaufen (Call Option) oder zu verkaufen (Put Option).

[1] 1MMBTU $=10^6$ BTU, 1 BTU (british thermal unit) = Energiemenge, um 1 Pfund Wasser von 60°F auf 61° F bei einem Druck von 1 at zu erwärmen, 1 bbl Rohöl entspricht etwa 5.5-5.8 MMBTU

- **Long-Call:** Long-Position für eine Call-Option (Kauf einer Kauf-Option)
- **Long-Put:** Long-Position für eine Put-Option (Kauf einer Verkauf-Option)
- **Short-Call:** Short-Position für eine Call-Option (Verkauf einer Kauf-Option)
- **Short-Put:** Short-Position für eine Put-Option (Verkauf einer Verkauf-Option)

Vertragspartner in der Long-Position $\cdots$ Halter der Option
Vertragspartner in der Short-Position $\cdots$ Stillhalter der Option

Call-Option: Der Halter hat das Recht, ein zugrundeliegendes Gut (das Underlying) (bis) zu einem bestimmten Zeitpunkt (dem Exercise Date) vom Stillhalter zu einem vorab festgesetzten Preis (Exercise Preis) zu kaufen.

Put-Option: Der Halter hat das Recht, das Underlying (bis) zu einem bestimmten Zeitpunkt dem Stillhalter zu einem vorab festgesetzten Preis zu verkaufen.

(Eine Call Option wird nur dann ausgeübt, wenn der Spot Preis über dem festgesetzten exercise price liegt, eine Put Option wird dann ausgeübt, wenn der Spot Preis unter dem exercise price liegt.)

Amerikanische Optionen: Der Kauf bzw. Verkauf kann innerhalb einer bestimmten Frist durchgeführt werden.

Europäische Optionen: Der Kauf bzw. Verkauf kann nur zu einem bestimmten Zeitpunkt durchgeführt werden.

Optionsprämie: Zahlung des Halters der Option an den Stillhalter

Eine Call-Option (Put-Option) befindet sich **in-the-money**, wenn der Spotpreis größer (kleiner) als der Exercise Preis ist; i.e. der Halter hat durch die Option einen Preisvorteil.

Eine Option befindet sich **at-the-money**, wenn Spotpreis und Exercise Preis übereinstimmen.

Eine Call-Option (Put-Option) befindet sich **out-of-the-money**, wenn der Spotpreis kleiner (größer) als der Exercise Preis ist; i.e. der Halter hat durch die Option keinen Preisvorteil.

Beispiel für Long-Call:

Ein Gaskraftwerksbetreiber will sich vor steigenden Gaspreisen schützen. Gegen Zahlung einer Optionsprämie von 1 pence/therm erwirbt er eine Call-Option mit einem Exercise-Preis von 15 pence/therm.

Gasspotpreis pence/therm	Optionsprämie pence/therm	Erlös aus Option pence/therm	Gesamtkosten pence/therm
10	1	0	11
11	1	0	12
12	1	0	13
13	1	0	14
14	1	0	15
15	1	0	16
16	1	1	16
17	1	2	16
18	1	3	16
19	1	4	16
20	1	5	16

Bewertung von Optionen:

- Mathematisch geschlossene Formeln

Black Modell

Fisher Black und Myron Scholes (1973): Berechnung des theoretisch fairen Preises von börsengehandelten europäischen Optionen auf Wertpapiere ohne Dividendenzahlung.

Weiterentwicklung um mathematische Modelle auf andere Optionstypen auszuweiten. Das **Black-Modell** dient zur Ermittlung des fairen Preises von europäischen Optionen auf Futures.

Annahmen des Black Modells:

- Es gibt weder Transaktionskosten noch Steuern
- der risikolose Zinssatz ist während der Optionslaufzeit konstant
- die Preisvolatilität ist während der Optionslaufzeit konstant
- die Marktpreise bewegen sich zufällig, zeigen keine massiven Sprünge und unterliegen einer Log-Normalverteilung
- risikofreie Arbitrage ist unmöglich

Unter diesen Annahmen liefert das Modell von Black für den Preis eines Calls bzw. Puts

$$p_c = e^{-rT}\left[F\Phi(d_1) - X\Phi(d_2)\right]$$
$$p_p = e^{-rT}\left[X\Phi(-d_2) - F\Phi(-d_1)\right]$$

wobei

$$d_1 = \frac{\log(F/X) + \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}}, \quad \text{und } d_2 = \frac{\log(F/X) - \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

dabei bezeichnet

F	=	aktueller Futurespreis
X	=	Exercise Preis
T	=	Restlaufzeit (in Jahren)
r	=	risikofreier Zinssatz (p.a.)
$\Phi(x)$	=	CDF der Standardnormalverteilung
log	=	natürlicher Logarithmus
σ	=	(erwartete) jährliche Volatilität des Futurepreises

Bestimmung der Volatilität aus historischen Daten:

Sei S_i der Preis des Underlyings zum Zeitpunkt i über $n+1$ Zeitpunkte, i.e. $i = 0, \cdots n$. S_i ist etwa der Settlement Preis [2] pro Handelstag.

[2] Der Settlement Preis ist der offizielle Preis, der am Ende eines Handelstages von der Börse ermittelt wird. Er dient als Grundlage für Marking-to-Market.

Man bestimmt zunächst

$$u_i = \log\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right), \quad i = 1, \cdots n$$

i.e. den Logarithmus der relativen Änderungen und berechnet davon die Stichprobenvarianz

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)}\left(\sum_{i=1}^{n} u_i\right)^2$$

Die Schätzung der jährlichen Volatilität erfolgt dann mittels

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\tau}}$$

wobei τ die Länge der Intervalle des Beobachtungszeitraumes in Jahren bezeichnet.

Schätzt man etwa die Volatilität aus täglichen Beobachtungen und rechnet man mit 250 Handelstagen bekommt man $\tau = 1/250$.

Bsp:

Bestimme den fairen Preis einer Call-Option (auf einen Brent-Futurevertrag) mit einer Restlaufzeit von 0.08 Jahren, einem Exercise Preis von $X = 66\$$. Am Tag der Bewertung liegt der Futurepreis bei $F = 61.60\$$, der risikolose Zinssatz liegt bei $r = 5.65\%$.

Die Volatilität wird aus der Entwicklung der Settlement-preise des Future-vertrages über einen Zeitraum von 21 Handelstagen geschätzt.

i	S_i	S_i/S_{i-1}	u_i	u_i^2
0	70.08			
1	71.44	1.01941	0.01922	0.00037
2	70.64	0.98880	-0.01126	0.00013
3	69.52	0.98414	-0.01598	0.00026
4	69.72	1.00288	0.00287	0.00001
5	69.60	0.99828	-0.00172	0.00000
6	67.12	0.96437	-0.03628	0.00132
7	67.24	1.00179	0.00179	0.00000
8	66.84	0.99405	-0.00597	0.00004
9	66.32	0.99222	-0.00781	0.00006
10	63.92	0.96381	-0.03686	0.00136
11	63.32	0.99061	-0.00943	0.00009
12	62.72	0.99052	-0.00952	0.00009
13	63.20	1.00765	0.00762	0.00006
14	62.28	0.98544	-0.01466	0.00022
15	61.68	0.99037	-0.00968	0.00009
16	61.60	0.99870	-0.00130	0.00000
17	61.44	0.99740	-0.00260	0.00001
18	60.84	0.99023	-0.00981	0.00010
19	61.88	1.01709	0.01695	0.00029
20	63.32	1.02327	0.02300	0.00053
$\sum$			-0.10144	0.00500

Man erhält $s^2 = 0.000236365$ bzw. $s = 0.015374$. Unter der Annahmen von 250 Handelstagen erhält man als geschätzte jährliche Volatilität

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{1/250}} = s\sqrt{250} = 0.243 \text{ bzw. } 24.3\%.$$

Die obigen Formeln liefern

$$d_1 = -0.9690, d_2 = -1.0378, \Phi(d_1) = 0.1663, \Phi(d_2) = 0.1497$$

und damit

$$p_c = e^{-0.0565*0.08}\,[61.60 * 0.1663 - 66 * 0.1497] = 0.3622$$

Implizite Volatilität und "Volatility Smile"

Unter der **impliziten Volatilität** versteht man die Volatilität, die unter Zugrundelegen eines theoretischen Modells zu dem beobachteten Marktpreis der Option führt. Die impliziten Volatilitäten steigen an, je weiter man sich vom "at-the-money Bereich" entfernt. Dies führt zum Volatility smile.

Preisentwicklung von Energie

log-normales Modell

$$\begin{array}{rcl} S_t & \cdots & \text{Spotpreis zum Zeitpunkt } t \\ \mu & \cdots & \text{Drift-parameter} \\ \sigma & \cdots & \text{Volatilität} \\ d\tilde{z}_t & \cdots & \text{normalverteilt,} N(0, dt) \end{array}$$

$$d\tilde{S}_t = \mu S_t dt + \sigma S_t d\tilde{z}_t$$

Unter diesem Modell sind die Spotpreise log-normalverteilt, (i.e. $\log S_t$ ist normalverteilt.) Energiepreise werden jedoch besser durch einen "Mean-Reversion-Process" beschrieben.

Mean Reversion:

$$\begin{array}{rcl} \bar{S} & \cdots & \text{Gleichgewichtspreis} \\ \alpha & \cdots & \text{Rate of mean reversion} \\ \tilde{x}_t & \cdots & \text{natürlicher Logarithmus des Spotpreises, i.e.} \tilde{x}_t = \log \tilde{S}_t \\ d\tilde{z}_t & \cdots & \text{normalverteilt, } N(0, dt) \end{array}$$

$$d\tilde{x}_t = \alpha(\bar{x} - \tilde{x}_t)dt + \sigma d\tilde{z}_t$$

Die beiden obigen Modelle können auch zu einem 2-Faktoren-Modell kombiniert werden:

2-Faktoren Modell:

$$\begin{array}{rcl} L_t & \cdots & \text{"Gleichgewichtspreis"} \\ \mu & \cdots & \text{Drift des Gleichgewichtspreises} \\ \zeta & \cdots & \text{Volatilität des Gleichgewichtspreises} \\ d\tilde{w}_t & \cdots & \text{normalverteilt,} N(0, dt) \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} d\tilde{S}_t & = & \alpha(L_t - S_t)dt + S_t \sigma d\tilde{z}_t \\ d\tilde{L}_t & = & \mu L_t dt + L_t \zeta d\tilde{w}_t \end{array}$$

Saisonalität:

$$S_t^{\text{saison}} = S_t + \overbrace{= \underbrace{\beta_A \cos(2\pi(t - t_A))}_{\text{jährlich}} + \underbrace{\beta_{SA} \cos(4\pi(t - t_{SA}))}_{\text{halbjährlich}}}^{\text{Saisoneffekte}}$$

Schätzung der Modelle

z.B. durch lineare Regression:

$$d\tilde{x}_t = \alpha(\bar{x} - x_t)dt + \sigma d\tilde{z}$$

Durch Differenzenbildung der beobachteten Preise erhält man

$$\Delta x_t = \underbrace{\alpha_0}_{\alpha\bar{x}\Delta t} + \underbrace{\alpha_1}_{-\alpha\Delta t} x_t + \sigma\epsilon_t$$

- Numerische Verfahren

- **Control Variate Technique**

  In der Regel führt bei Europäischen Optionen der geschlossene Ansatz nach der Forme von Black (bzw. Black Scholes) zu einem besseren Ergebnis als der numerische Ansatz mittels Binomialbäumen. Der Fehler der bei der numerischen Bewertung von amerikanischen Optionen gemacht wird kann durch die sogenannte "Control Variate Technique" eliminiert werden. Dabei verwendet man folgende Formel

$$a_C = a_N + e_B - e_N$$

  Dabei ist

a_C	$\cdots$	Preis der amerikanischen Option nach der Control Variate Technique
a_N	$\cdots$	Preis der amerikanischen Option nach dem numerischen Ansatz
e_B	$\cdots$	Preis der europäischen Option nach der Formel von Black
e_N	$\cdots$	Preis der europäischen Option nach dem numerischen Ansatz

Die Griechen

Der Wert einer Option wird wesentlich durch die folgenden Faktoren bestimmt :

- aktueller Preis des Underlyings F
- Exercise Preis X
- Restlaufzeit T, i.e. Zeitraum bis zum Verfall der Option
- Volatilität des Preises des Underlyings σ
- risikofreier Zinssatz r

Die Sensitivität des Wertes der Option bezüglich dieser Faktoren wird durch "die Griechen" beschrieben.

- Δ ("Delta") beschreibt die Änderung des Wertes der Option bei einer Änderung des Wertes des Underlyings.

  Legt man der Bewertung der Option das Modell von Black zugrunde, so erhält man für eine europäische Call-Option

$$\Delta_c = \frac{\partial c}{\partial F} = e^{-rT}\left[\Phi(d_1) + \underbrace{F\phi(d_1)\frac{\partial d_1}{\partial F} - X\phi(d_2)\frac{\partial d_2}{\partial F}}_{=0}\right] = e^{-rT}\Phi(d_1)$$

  und für eine europäische Put-Option

$$\Delta_p = \frac{\partial p}{\partial F} = e^{-rT}\left[-\Phi(-d_1) + \underbrace{F\phi(-d_1)\frac{\partial d_1}{\partial F} - X\phi(-d_2)\frac{\partial d_2}{\partial F}}_{=0}\right] = e^{-rT}(\Phi(d_1) - 1)$$

  $\phi(.)$ bezeichnet dabei die Dichte (= die erste Ableitung der Verteilungsfunktion $\Phi(.)$) der Standardnormalverteilung, i.e. $\phi(x) = \exp\{-x^2/2\}/\sqrt{2\pi}$.

$$F\phi(d_1)\frac{\partial d_1}{\partial F} = X\phi(d_2)\frac{\partial d_2}{\partial F}$$

  Da $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$ und daher $\partial d_1/\partial F = \partial d_2/\partial F$ ist, genügt es zu zeigen, dass $F\phi(d_1) = X\phi(d_2)$ ist. Einsetzen und Multiplizieren mit $\sqrt{2\pi}$ ergibt

$$F\exp\left[-\frac{(\log(F/X) + T\sigma^2/2)^2}{2T\sigma^2}\right] = X\exp\left[-\frac{(\log(F/X) - T\sigma^2/2)^2}{2T\sigma^2}\right]$$

  Dividieren liefert:

$$\frac{F}{X} = \exp\left[\underbrace{\frac{(\log(F/X) + T\sigma^2/2)^2}{2T\sigma^2} - \frac{(\log(F/X) - T\sigma^2/2)^2}{2T\sigma^2}}_{=\log(F/X)}\right]$$

  Zur Berechnung von Δ_p nützt man folgende Eigenschaften der Standardnormalverteilung aus: $\phi(-x) = \phi(x)$ und $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$.

- Θ ("Theta") beschreibt die Änderung des Wertes der Option bei einer Abnahme der Restlaufzeit (es handelt sich also um das Negative der ersten Ableitung des Wertes nach T). Für das Modell von Black erhält man daher:

$$\Theta_c = -\frac{\partial c}{\partial T} = re^{-rT}[F\Phi(d_1) - X\Phi(d_2)] - e^{-rT}\left[\underbrace{F\phi(d_1)\frac{\partial d_1}{\partial T} - X\phi(d_2)\frac{\partial d_2}{\partial T}}_{=F\phi(d_1)\frac{\partial(d_1-d_2)}{\partial T}}\right]$$

Da

$$\frac{\partial(d_1 - d_2)}{\partial T} = \frac{\partial \sigma\sqrt{T}}{\partial T} = \frac{\sigma}{2\sqrt{T}}$$

gilt also

$$\Theta_c = -e^{-rT} F\phi(d_1)\frac{\sigma}{2\sqrt{T}} + re^{-rT}[F\Phi(d_1) - X\Phi(d_2)]$$

Für eine europäische Put-Option gilt:

$$\Theta_p = -e^{-rT} F\phi(d_1)\frac{\sigma}{2\sqrt{T}} + re^{-rT}[X\Phi(-d_2) - F\Phi(-d_1)]$$

- Γ ("Gamma") beschreibt die Änderung von Δ bei einer Änderung des Preises des Underlyings; es ist also die zweite Ableitung des Preises der Option bezüglich F.

$$\Gamma = \frac{\partial \Delta_c}{\partial F} = \frac{\partial \Delta_p}{\partial F} = e^{-rT}\phi(d_1)\frac{\partial d_1}{\partial F} = e^{-rT}\frac{\phi(d_1)}{F\sigma\sqrt{T}}$$

- Λ ("Lambda", bzw. "Vega" oder "Kappa" genannt) beschreibt die Änderung des Wertes einer Option bei Änderung der Preisvolatilität des Underlyings.

$$\Lambda = \frac{\partial c}{\partial \sigma} = e^{-rT}\left[\underbrace{F\phi(d_1)\frac{\partial d_1}{\partial \sigma} - X\phi(d_2)\frac{\partial d_2}{\partial \sigma}}_{=F\phi(d_1)\frac{\partial(d_1-d_2)}{\partial\sigma}}\right] = e^{-rT}F\phi(d_1)\sqrt{T}$$

Diese Formel gilt auch für eine europäische Put-Option (sofern man das Modell von Black zugrundelegt).

- ρ ("rho") beschreibt die Änderung des Wertes einer Option bei Änderung des risikofreien Zinssatzes. Für eine europäische Call-Option erhält man:

$$\rho_c = \frac{\partial c}{\partial r} = -Te^{-rT}[F\Phi(d_1) - X\Phi(d_2)]$$

und für eine europäische Put-Option

$$\rho_p = \frac{\partial p}{\partial r} = -Te^{-rT}[X\Phi(-d_2) - F\Phi(-d_1)]$$

Caps, Floors, Collars

Caps, Floors, Colars: Swaps mit Options-charakter.

Cap:

Durch einen **Long-Cap** hat der Konsument eines Gutes die Möglichkeit, sich über einen gewissen Zeitraum gegen Preissteigerungen abzusichern. Liegt der aktuelle Preis über dem vereinbarten Cap-Niveau erfolgt eine Ausgleichszahlung durch den Cap-Anbieter (in der Regel eine Bank).

Dafür ist eine Prämie zu zahlen.

Im Prinzip handelt es sich um eine Aneinanderreihung (einen Strip) von Long-Call Optionen mit gleichem Exercise-preis.

⇒ Prämie für den Cap entspricht der Summe der Prämien der einzelnen Optionen.

Floor:

Durch einen **Long-Floor** hat ein Energieanbieter die Möglichkeit, sich über einen vorab bestimmten Zeitraum gegen Preissenkungen abzusichern. Eine Ausgleichszahlung erfolgt durch den Floor-Anbieter (z.B. Bank), sobald der Preis unter dem Floor-Niveau liegt.

Bei einem Floor handelt es sich um einen Strip von Long-Put Optionen mit identem Exercise-Preis.

Collar:

Bei einem **Collar** handelt es sich um einen Swap mit einem mittleren Preisbereich, in dem keine Ausgleichszahlungen, i.e. keine Absicherung erfolgt.

- **Konsumenten-Collar** (Long-Collar)

  Ein Energienachfrager möchte sich gegen Preissteigerungen absichern und vereinbart einen maximalen Preis (Cap-Niveau). Oberhalb dessen erhält er Ausgleichszahlungen durch den Collar-Anbieter. Im Gegenzug akzeptiert der Energienachfrager einen minimalen Preis (Floor-Niveau) und verpflichtet sich seinerseits zu Ausgleichszahlungen an den Collar-Anbieter.

  Entspricht dem gleichzeitigen Kauf eines Caps mit hohem Cap-Niveau und Verkauf eines Floors mit niedrigem Floor-Niveau.

- **Produzenten-Collar** (Short-Collar)

  Ein Anbieter möchte sich vor sinkenden Preisen absichern und bekommt daher Ausgleichszahlungen vom Collaranbieter, falls der Spot-Preis unter einem vereinbarten minimalen Preis liegt. Im Gegenzug leistet der Collar-Nachfrager Ausgleichszahlungen an den Collaranbieter, falls der Spot-Preis über einem gewissen Niveau liegt.

  Ein Produzenten-Collar entspricht dem gleichzeitigen Verkauf eines Caps mit hohem Cap-Niveau und dem Kauf eines Floors mit niedrigem Floor-Niveau.

Die Verpreisung setzt sich aus der Prämie für den Cap und dem Floor zusammen. Entspricht der Wert des Caps dem Wert des Floor entstehen keine Kosten (**Zero Cost Collars**).

Exotische Optionen

- Pfadabängige Optionen: Auszahlung hängt nicht nur vom Preis des Underlyings am Expiration Date ab, sondern von der Preisentwicklung ̈ber einen bestimmten Zeitaum.

- Multiple Commodity Options: Auszahlung hängt nicht nur vom Preis eines Underlyings ab, sondern von den Preisen mehrerer Underlyings.

- Compound Options: Underlying ist selbst eine Option.

- Digitale oder binäre Optionen:

  Auszahlung besteht aus einem festgelegten Betrag. Auszahlung erfolgt, wenn in bestimmtes Ereignis eingetreten ist.

Bewertung von exotischen Optionen:

Fall 1: Falls sich die exotische Option aus mehreren Plain-Vanilla Optionen zusammensetzen lässt, genügt es die einzelnen Preis zu ermitteln und zu addieren.

Fall 2: Falls Fall 1 nicht durchführbar ist, versucht man geschlossene math. Löungen zu finden (statistisch sehr anspruchsvoll)

Fall 3: Falls auch dies nicht mögich ist greift man auf numerische Methoden zurück. z.B. Binomiale (oder multinomiale) Bäume, Monte Carlo Simulationen.

Asiatische Optionen:
Am Ende der Laufzeit wird der Exercise Peis X mit einem Mittelwert der Preise (F) des Underlyings, die über einen bestimmten Zeitraum aufgetreten sind, verglichen.

Ausgleichszahlung für Call:	$\max(0; \text{Mittelwert } (F) - X)$
Put:	$\max(0; X - \text{Mittelwert } (F))$

Da die Volatilität des Mittelwertes kleiner ist, als die Volatilität von F, sind asiatische Optionen in der Regel günstiger.
Average Strike Optionen:
Der Exercise Preis wird während der Optionslaufzeit als Mittelwert der Preise des Underlyings bestimmt.

Ausgleichszahlung für Call:	$\max(0; F(T) - \text{Mittelwert } (F))$
Put:	$\max(0; \text{Mittelwert } (F) - F(T))$

($F(T) \cdots$Preis des Underlyings zum Fäligkeitsdatum T der Option.)
Lookback Optionen:
Diese Option gewährt das Recht, das Underlying zum günstigsten Preis während der Optionslaufzeit zu kaufen bzw. zu verkaufen.

Ausgleichszahlung für Call:	$F(T) - \text{Minimum } (F)$
Put:	$\text{Maximum } (F) - F(T)$

Lookback Optionen sind am Verfallsdatum immer "in-the-money" oder "at-the-money", i.e. die Ausgleichszahlungsfunktion kann keinen Wert kleiner als 0 annehmen.
$\Rightarrow$ Lookback Optionen sind teurer als verleichbare europ. Optionen.

Wetterderivate

Liquider Markt für Wetterderivate in den USA seit 1997.
Besonderheit: Wert der Wetterderivate hängt nicht vom Preis eines gehandelten oder handelbaren Underlyings ab.
Relevanz für Energiewirtschaft:

- Wetter stellt die wichtigste unabhängige Variable bezüglich der Energienachfrage dar

- Wetter hat auch entscheidenden Einfluss auf Verfügbarkeit von Energie (Wasserkraftwerke, Kühlung für Atomkraftwerke, Windparks)

Wetterderivate bieten Energieversorgern Schutz vor negativen Folgen, wenn tatsächlich realisierte Temperaturverläufe oder Niederschlagsmengen von den erwarteten Werten abweichen.

- Auswahl von Wetterindizes; z.B. Gradtagszahlen, Regen-, Schnee- oder Sonnenstundenindizes. Um Ortsbasisrisiko möglichst gering zu halten sollten die gewählten Indizes für die geographische Region relevant sein.

- Entwicklung einer Funktion, die basierend auf dem gewählten Index die wetterabhängige Energienachfrage (bzw. Angebot) widerspiegelt. Das Versorgungsunternehmen ermittelt dadurch die Menge von Strom oder Gas, die mit dem gewählten Index korreliert.

- Zuweisung eines Geldbetrages beispielsweise für jede Gradtagszahl entsprechend dem marginalen Wertes.

Wetterderivate werden als forwardbasierte Derivate (Swaps) oder als optionsbasierte Derivate (Caps, Floors, Collars) gehandelt.
Bsp: Swap für Gradtagszahlen (GTZ)
Energieversorger will sich vor zu warmem Wetter schützen.
Swapanbieter und Nachfrager (Energieversorger) vereinbaren SWAP-GTZ sowie festen Geldbetrag pro tatsächlich realisierter GTZ
Ist die tatsächlich ermittelte GTZ < Swap-GTZ (i.e. es ist wärmer als erwartet): Swapanbieter zahlt an Nachfrager
vereinbarten Geldbetrag * (Swap-GTZ - ermittelte GTZ)
Ist es kälter, i.e. GTZ > Swap-GTZ, zahlt der Nachfrager an den Anbieter.

Portfoliotheorie

Bsp: Ein risikoscheuer Investor kann in 2 unsichere Wertpapiere A und/oder B investieren.

	A	B
Mittelwert	$\mu_A = 0.08$	$\mu_B = 0.14$
"Risiko"	$\sigma_A = 0.10$	$\sigma_B = 0.09$

B scheint optimal, da höhere erwartete Rendite und kleineres Risiko. Betrachten jetzt jedoch das Portfolio $P = \alpha A + \beta B, \alpha + \beta = 1$.

$\mu_P = \alpha\mu_A + \beta\mu_B$

$\sigma_P^2 = \alpha^2\sigma_A^2 + \beta^2\Sigma_B^2 + 2\alpha\beta \underbrace{Cov(A, B)}_{=\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}}$

$\rho_{AB} \cdots$ Korrelationskoeffizient, $-1 \leq \rho_{AB} \leq 1$.
Dies hat folgende Konsequenzen:

- Das Risiko in einem Portfolio darf nicht isoliert erfasst werden, da Kovarianz in das Risiko des Portfolios eingeht.

- stärkste Risikominderung für $\rho_{AB} = -1$. (i.e. Preise verhalten sich genau entgegengesetzt.)

- keine Risikominderung bei $\rho_{AB} = 1$.
- Absicherung der Einzelpositionen kann zu "over-hedging" und daher zu höheren Absicherungskosten führen, wenn Portfolioeffekte unberücksichtigt bleiben.

$\Delta-$Hedging, $\Gamma-$Hedging

Dynamisches Hedging:
Δ gilt nur für hinreichend kleine Preisänderungen. Daher bleibt eine $\Delta-$neutrale Position nur kurze Zeit bestehen. $\Rightarrow$ immer wieder Anpassung der Absicherung notwendig, um eine $\Delta-$neutrale Position zu erreichen.

Je größer Γ ist, desto sensibler reagiert Δ auf Änderungen des Underlyings.

Ein $\Gamma-$neutrales Portfolio schützt daher vor großen Preisänderungen in Phasen zwischen der Anpassung beim dynamischen Hedging.

Risiko-Maßzahlen:

VaR (Value at Risk)
ursprünglich für Finanzmärkte entwickelt.

VaR mißt den mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit eintretenden größtmöglichen Verlust eines Portfolios über eine gegebene Zeitperiode (unter "normalen" Marktbedingungen).

VaR hängt ab von

- dem betrachteten Zeithorizont
- dem Konfidenzniveau α (meist $\alpha = 95\%$ bzw. 99%.)

PaR (Profit at Risk)
VaR ist als Risiko-maß für Energiemärkte eher ungeeignet.

- VaR ist **kein** kohärentes Risikomaß (Vgl. Artzner et al., 1997).

  VaR ist nicht notwendigerweise subadditiv, d.h. es gibt Beispiele, dass die Summe der VaR-Werte von Sub-Portfolios kleiner ist, als der VaR des Gesamt-portfolios.

Value at Risk VaR

Def: VaR (Value at Risk) gibt den größtmöglichen Verlust an, den ein Portfolio mit einem vorgegebenen Grad an Sicherheit innerhalb eines festgelegten Zeitraums (unter "normalen" Marktsituationen) erleiden kann.

Bemerkung: VaR war ursprünglich ein Instrument für Finanzinstitute, wird aber zunehmend auch in der Energiebranche verwendet (BP, Mobil, Enron seit 1992, ...)

Bsp.: Angenommen, bei einem Wert von 1 Mio Euro beträgt der VaR zu 95% für einen Tag 10000 Euro.
$\Rightarrow$ erwarte an 95 von 100 Tagen einen Verlust von höchstens 10000 Euro.
$\Rightarrow$ erwarte an 5 von 100 Tagen einen Verlust von mehr als 10000 Euro.
$\Rightarrow$ allerdings hat man **keine** Aussage, über die Höhe des Verlustes, an diesen 5 Tagen !!

Verfahren zur Bestimmung von VaR

grundsätzliches Vorgehen:

- Festlegen des Zeithorizontes (Tage, Wochen, Monate), hängt von der Liquidität des Marktes ab; geringe Liquidität $\Rightarrow$ längerer Zeithorizont.
- Festlegen des Signifikanz-niveaus (95%, 99%)
- Bestimmen der Wahrscheinlichkeitsverteilung der zukünftigen Erträge/Verluste. Alle Kalkulationen beruhen auf historischen Daten.
  - Identifizierung aller relevanter Marktfaktoren, die den Wert der einzelnen Positionen innerhalb des Portfolios bestimmen (Forwardpreise, Volatilitäten, etc.)
  - Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilung für Änderungen der Marktfaktoren. Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten von Bewegungen eines bestimmten Ausmaßes.
  - Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen für Änderungen des Marktwertes aller Einzelfaktoren des Portfolios.
  - Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen für Änderungen des Marktwertes des Gesamt-portfolios.
- Ablesen des VaR Wertes.

Analytische Methode

Risk Metrics von J.P. Morgan, 1994.

1. Zerlegen der Einzelpositionen in Instrumente, die nur von einem einzigen Marktfaktor abhängen, z.B. zerlege Swaps in einfache Forwardverträge, die jeweils nur vom Preis eines Gutes abhängen.
2. Annahme: Marktfaktoren sind normalverteilt. Aus historischen Daten werden Mittelwert, Varianz, Kovarianzen geschätzt.
3. Wertänderungen des Portfolios sind ebenfalls normalverteilt. Die Varianz des Gesamtportfolios setzt sich folgendermaßen aus den (Ko-)Varianzen der Einzelpositionen zusammen:
$$\sigma_P^2 = \sum i\alpha_i^2\sigma_i^2 + \sum_i \sum_{j,j\neq i} \alpha_i\alpha_j\sigma_i\sigma_j\rho_{ij}$$
4. Signifikanzniveau 90% $\Rightarrow$ in 10 von 100 Fällen wird der Wert des Portfolios den VaR-Wert $=$ Mittelwert$-1.282\sigma_P$ unterschreiten.

   Signifikanzniveau 95% $\Rightarrow$ in 5 von 100 Fällen wird der Wert des Portfolios den VaR-Wert $=$ Mittelwert$-1.645\sigma_P$ unterschreiten.

   Signifikanzniveau 99% $\Rightarrow$ in 1 von 100 Fällen wird der Wert des Portfolios den VaR-Wert $=$ Mittelwert$-2.326\sigma_P$ unterschreiten.

Bsp: Wert= 1 Mio Euro, $\sigma = 100000$Euro, Signifikanzniveau = 90% $\Rightarrow$ in 10 von 100 Fällen ist der Wert kleiner als $1000000 - 100000 \times 1.282$, d.h. der Verlust beträgt mehr als 128200 Euro.

Vorteil: einfach zu handhaben

Nachteil: Methode nicht geeignet für optionsbasierte Instrumente, es gibt aber Erweiterungn ($\Delta - \Gamma$-VaR Methode).

Historische Simulation:

Keine Annahme über Form der Verteilung.

Bestimme z.B. VaR für einen Tag aufgrund der letzten 101 Handelstage auf dem Signifiknzniveau von 95%..

1. Aus dem Vektor der Werte des $i-$ten Marktfaktors ($i = 1, \cdots m$) wird der Vektor der beobachteten Änderungen berechnet, i.e.

$$\begin{pmatrix} W(i)_{-101} \\ W(i)_{-100} \\ \vdots \\ W(i)_{-1} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \Delta W(i)_{-100} \\ \Delta W(i)_{-99} \\ \vdots \\ \Delta W(i)_{-1} \end{pmatrix}$$

   mit $\Delta W(i)_k = W(i)_{-k} - W(i)_{-(k+1)}$. $W(i)_{-k}$ ist dabei der Wert des $i-$ten Marktfaktor vor k Tagen.

2. Bilde für jeden Marktfaktor, ausgehend vom heutigen Wert $W(i)_0$ und den in der Vergangenheit beobachteten Wertänderungen $\Delta W(i)_k$ alternative Werte $AW(i)_k$, i.e.

$$\begin{pmatrix} AW(i)_1 \\ \vdots \\ AW(i)_k \\ \vdots \\ AW(i)_{100} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W(i)_0 + \Delta W(i)_{-1} \\ \vdots \\ W(i)_0 + \Delta W(i)_{-k} \\ \vdots \\ W(i)_0 + \Delta W(i)_{-100} \end{pmatrix}$$

3. Berechne Wert des Portfolios aus Werten der m Marktfaktoren, sowohl aus den aktuellen Werten als auch aus den alternativen Werten:

$$\begin{aligned} W(1)_0, \cdots, W(m)_0 \quad &\Rightarrow \quad WP_0 \\ \cdots \quad & \quad\quad \cdots \\ AW(1)_k, \cdots, AW(m)_k \quad &\Rightarrow \quad WP_k, \quad k = 1, \cdots 100 \end{aligned}$$

4. Bilde Differenzen $\Delta WP_k = WP_k - WP_0, k = 1, \cdots, 100$. ΔWP_k gibt die möglichen Wertänderungen des Portfolios von heute auf morgen an.

   Das 5%- Quantil der ΔWP_n-Werte ist dann der $VaR_{0.95}$.

Bsp:

Ein Unternehmen hat ein Portfolio aus drei offenen Long-Positionen (jeweils im IPE-Vertrag für Novemberlieferung):

	IPE-Erdgas	IPE-Brent	IPE-Heizöl
Menge	1 Mio therms	10000 bbl	1000 t
Preis	15.58 pence/therm	18.63 US$/bbl	161.00 US$ /t
Wert	155800 Pfund	186 300 US$	161 000 US$

Bei einem Umrechnungskurs von 1.50 US$/Pfund ergibt dies einen Gesamtwert von 387333.33 Pfund. Im weiteren soll der VaR zum Signifikanzniveau von 90% berechnet werden.

	IPE-Erdgas Pence/therm	IPE-Brent US$/bbl	IPE-Heizöl US$/t	IPE-Erdgas Pence/therm	IPE-Brent US$/bbl	IPE-Heizöl US$/t
t	$W(1)$	$W(2)$	$W(3)$	$\Delta W(1)$	$\Delta W(2)$	$\Delta W(3)$
-31	14.00	18.30	160.00			
-30	15.66	19.82	160.50	+1.66	+1.52	+0.50
-29	15.69	19.56	163.00	+0.03	-0.26	+2.50
-28	14.37	19.21	162.00	-1.32	-0.35	-1.00
-27	16.38	20.08	161.50	2.01	0.87	-0.50
-26	15.68	18.82	161.50	-0.70	-1.26	0.00
-25	16.80	19.22	161.75	1.12	0.40	0.25
-24	16.62	19.65	162.00	-0.18	0.34	0.25
-23	14.43	18.77	158.00	-2.19	-0.79	-4.00
-22	16.93	19.69	160.25	2.50	0.92	2.25
-21	16.89	19.66	160.50	-0.04	-0.03	0.25
-20	15.15	20.20	164.00	-1.74	0.54	3.50
-19	15.28	18.50	162.50	0.13	-1.70	-1.50
-18	16.16	19.84	164.00	0.88	1.34	1.50
-17	15.36	18.76	161.25	-0.80	-1.08	-2.75
-16	16.22	19.31	162.00	0.86	0.55	0.75
-15	15.90	18.63	161.00	-0.32	-0.68	-1.00
-14	16.50	19.56	162.00	0.60	0.93	1.00
-13	14.72	18.81	161.25	-1.78	-0.75	-0.75
-12	16.59	18.64	161.25	1.87	-0.17	0.00
-11	16.05	18.56	161.00	-0.54	-0.08	-0.25
-10	16.83	19.14	162.00	0.78	0.58	1.00
-9	14.59	19.49	162.25	-2.24	0.35	0.25
-8	16.54	19.05	161.75	1.95	-0.44	-0.50
-7	14.25	19.52	162.00	-2.29	0.47	0.25
-6	14.81	18.69	160.75	0.56	-0.83	-1.25
-5	15.35	18.86	160.50	0.54	0.17	-0.25
-4	15.02	19.63	162.00	-0.33	0.77	1.50
-3	15.91	18.52	160.00	0.89	-1.11	-2.00
-2	14.64	19.96	162.00	-1.27	1.44	2.00
-1	16.13	19.16	161.50	1.49	-0.80	-0.50
0	15.58	18.63	161.00	-0.55	-0.53	-0.50

Unter der Annahme, dass die in der Vergangenheit beobachteten Preisänderungen auch von Heute auf Morgen auftreten können, erhält man folgende mögliche Werte:

	IPE-Erdgas Pence/therm	IPE-Brent US$/bbl	IPE-Heizöl US$/t	Erdgas Pfund	Brent Pfund	Heizöl Pfund	Summe Pfund
k	$AW(1)$	$AW(2)$	$AW(3)$				
30	17.24	20.15	161.50	172 400	134 333.33	107 666.67	414 400.00
29	15.61	18.37	163.50	156 100	122 466.67	109 000.00	387 566.67
28	14.26	18.28	160.00	142 600	121 866.67	106 666.67	371 133.33
27	17.59	19.50	160.50	175 900	130 000.00	107 000.00	412 900.00
26	14.88	17.37	161.00	148 800	115 800.00	107 333.33	371 933.33
25	16.70	19.03	161.25	167 000	126 866.67	107 500.00	401 366.67
24	15.40	18.97	161.25	154 000	126 466.67	107 500.00	387 966.67
23	13.39	17.84	157.00	133 900	118 933.33	104 666.67	357 500.00
22	18.08	19.55	163.25	180 800	130 333.33	108 833.33	419 966.67
21	15.54	18.60	161.25	155 400	124 000.00	107 500.00	386 900.00
20	13.84	19.17	164.50	138 400	127 800.00	109 666.67	375 866.67
19	15.71	16.93	159.50	157 100	112 866.67	106 333.33	376 300.00
18	16.46	19.97	162.50	164 600	133 133.33	108 333.33	406 066.67
17	14.78	17.55	158.25	147 800	117 000.00	105 500.00	370 300.00
16	16.44	19.18	161.75	164 400	127 866.67	107 833.33	400 100.00
15	15.26	17.95	160.00	152 600	119 666.67	106 666.67	378 933.33
14	16.18	19.56	162.00	161 800	130 400.00	108 000.00	400 200.00
13	13.80	17.88	160.25	138 000	119 200.00	106 833.33	364 033.33
12	17.45	18.46	161.00	174 500	123 066.67	107 333.33	404 900.00
11	15.04	18.55	160.75	150 400	123 666.67	107 166.67	381 233.33
10	16.36	19.21	162.00	163 600	128 066.67	108 000.00	399 666.67
9	13.34	18.98	161.25	133 400	126 533.33	107 500.00	367 433.33
8	17.53	18.19	160.50	175 300	121 266.67	107 000.00	403 566.67
7	13.29	19.10	161.25	132 900	127 333.33	107 500.00	367 733.33
6	16.14	17.80	159.75	161 400	118.666.67	106 500.00	386 566.67
5	16.12	18.80	160.75	161 200	125 333.33	107 166.67	393 700.00
4	15.25	19.40	162.50	152 500	129 333.33	108 333.33	390 166.67
3	16.47	17.52	159.00	164 700	116 800.00	106 000.00	387 500.00
2	14.31	20.07	163.00	143 100	133 800.00	108 666.67	385 566.67
1	17.07	17.83	160.50	170 700	118 866.67	107 000.00	396 566.67
0	15.03	18.10	160.50	150 300	120 666.67	107 000.00	377 966.67

Ordnet man nun die 31 Werte des Portfolios in aufsteigender Reihenfolge erhält man:
$\{357500.00, 364033.33, 367433.33, 367733.33, 370300.00, 371133.33, 371933.33, 375866.67, \cdots\}$
Das 10%−Quantil dieser Verteilung liegt nun zwischen 367 433.33 und 367 733.33.
Der Strahlensatz liefert nun die Beziehung

$$\left(\frac{4}{31} - \frac{3}{31}\right) : (367733.33 - 367433.33) = \left(\frac{1}{10} - \frac{3}{31}\right) : (x - 367433.33)$$

Als Lösung erhält man $x = 367463.33$. D.h. mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% erwartet man einen Verlust von weniger als 387 333.33-367 463.33=19 870.00 US$, bzw. mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% liegt der Verlust über 19 870.00 US$.

Stochastische Simulation:

historischer Ansatz: Berechnung beruht auf **einem** historischen Pfad.

Monte Carlo Simulation: Komplexität der Interaktion der Marktfaktoren wird durch Vielzahl (etwa 10000) von simulierten Pfaden erfasst. VaR wird realistischer, da Kalkulation auf dem Durchschnitt von vielen möglichen Pfaden beruht.

Mittels eines stochastischen Ansatzes wird die Entwicklung der Marktfaktoren simuliert. Dazu erforderlich

1. Spezifizierung des stochastischen Prozesses für jeden Marktfaktor
2. Schätzung der statistischen Parameter für den stochastischen Prozess.

ad (1) Meist wird Normalverteilung oder LogNormalverteilung unterstellt.

ad (2) Korrelationen werden durch stochastishe Simulation ermittelt.

Vergleich der Methoden

	Risk Metrics	Historische Simulation	Stochastische Simulation
Annahmen zur Verteilung der Erträge	Normalverteilung	keine Annahme	flexibel
Verwendung tatsächlicher Volatilitäten	ja	ja	möglich
Präzision der Risikomessung	abhängig von der Validität der Annahmen (Normalverteilung, stabile Korrelationen und Varianzen)	gut, wenn der historische Pfad repräsentativ für die Zukunft ist	größte Präzision, da Portfoliodetails und Marktinteraktionen am besten berücksichtigt werden
Genaue Berücksichtigung von Optionen	ja (in der neuesten Version)	ja	ja
Sensitivitätsanalyse	teilweise möglich	nein	ja
Schnelligkeit	abhängig von der Größe der(Ko-)Varianz Matrix	mittelmäßig	langsam
Programmieraufwand	mittlmäßig	reativ gering	hoch

Extreme Value Theory

Methode zur Bewertung seltener, aber extrem hoher Verluste. Durch VaR nicht möglich.

Sei $\tilde{X}$ eine Zufallsvariable, die den Verlust beschreibt.

Ein Risikomaß ρ ist konsistent, falls gilt:

1. monoton, i.e. $\tilde{X} > \tilde{Y} \Rightarrow \rho(\tilde{X}) > \rho(\tilde{Y})$
2. subadditiv, i.e. $\rho(\tilde{X} + \tilde{Y}) \leq \rho(\tilde{X}) + \rho(\tilde{Y})$.
3. homogen, i.e. $\rho(h\tilde{X}) = h\rho(\tilde{X})$
4. translationsinvariant, i.e. $\rho(a + \tilde{X}) = a + \rho(\tilde{X})$.

Kritikpunkte an VaR:

- VaR ist kein konsistentes Risikomaß
- VaR trifft keine Aussage über mögliche Größe des Verlustets, wenn VaR überschritten wird.

Sei $F(.)$ die Verteilungsfunktion des möglichen Verlustes $\tilde{X}$

$VaR_q = F^{-1}(q)$, das $q-$te Quantill von F.

$\Rightarrow$ expected shortfall $ES_q = \mathrm{E}(\tilde{X}|\tilde{X} > Var_q)$

Ziel: Schätzen von Var_q sowie ES_q.

Schätzen der Ränder der Verteilung , i.e. für große Schäden. verallgemeinerte Pareto-Verteilung

$$G_{\zeta,\beta}(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \zeta x/\beta)^{-1/\zeta} & \zeta \neq 0 \\ 1 - \exp(-x/\beta) & \zeta = 0 \end{cases}$$

mit $\beta > 0$. $x \geq 0$ falls $\zeta \geq 0$, $0 \leq x \leq -\beta/\zeta$ falls $\zeta < 0$.

Verteilung des übermäßigen Verlustes:

wähle Schranke u.

$$F_u(y) = P\{\tilde{X} \leq y + u|\tilde{X} > u\}$$

$$F_u(y) = \frac{F(u + y) - F(u)}{1 - F(u)}$$

$$\Rightarrow F(z) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u), \quad z \geq u.$$

Theorem

Für eine "große" Klasse von Verteilungen F existieren ein ζ und eine Funktion $\beta = \beta(u)$, sodass

$$\lim_{u \to x_0} \sup_{0 \leq y \leq x_0 - u} |F_u(y) - G_{\zeta,\beta(u)}(y)| = 0$$

Daher approximiert man $F_u(y)$ durch $G_{\zeta,\beta}(y)$.

Vorgehensweise:

- Habe Beobachtungen $X_1, X_2. \cdots$.
- wähle Schranke u. Schätze ζ, β.
- Schätze F(u): von N Daten übersteigen N_u Daten die Schranke u

$$\Rightarrow \hat{F}(u) = \frac{N - Nu}{N}$$

-

$$\hat{F}(z) = 1 - (1 - \hat{F}(u))(1 - G_{\hat{\zeta},\hat{\beta}}(z - u))$$

$$\hat{F}(z) = 1 - \frac{N_u}{N} \left(1 + \frac{\hat{\zeta}}{\hat{\beta}}(z - u)\right)^{-1/\hat{\zeta}}, \quad z > u$$

References

[1] Bernhard, Elisabeth M., "Risikomanagement bei Energieversorgungsunternehmen", Diplomarbeit, Wien, 2001.

[2] Bergschneider, C., Karasz, M., Schumacher, R., "Risikomanagement im Energiehandel: Grundlagen, Techniken und Absicherungsstrategien für den Einsatz von Derivaten", Schäffer-Poeschel, Stuttgart 1999.

[3] Hull, John C., "Einführung in Futures- und Optionsmärkte", R. Oldenbourg, München, Wien 2001. (B64.H913.E3)

[4] Hull, John C., "Introduction to Futures and Options Markets", Prentice-Hall Int., Inc., 1991. (B64.H913.I6)

[5] McNeil, Alexander J., "Extreme Value Theory for Risk Managers", Internet.

[6] Pilipovic, Dragana, "Energy Risk: Valuing and Managing Energy Derivatives", McGraw-Hill, New York 1997.

[7] Puchbauer Klaus, "Risk Management in Energy Trading: The Value-at-Risk of Electricity Swaps", Diplomarbeit, Wien 2003.

References

[1] Domschke, Drexl, "Einführung in Operations Research", Springer

[2] Frauendorfer Karl, Glavitsch Hans, Bacher Rainer, "Optimization, Planning and Operation of Electric Power Systems", Physica Verlag.

[3] Hritonenko Natali, Yatsenko Yuri, "Mathematical Modeling in Economics, Ecology and the Environment", Kluwer Academic Publisher.

[4] Kall Peter, Wallace Stein W., "Stochastic Programming", John Wiley and Sons.

[5] Sengupta Jati, "Stochastic Programming", North Holland.