Bsp. 1.9:

Notation:

$$\begin{array}{lll} D_i & \cdots & \text{gelöster Sauerstoff bei Stadt } i \\ B_i & \cdots & \text{Verschmutzungsgrad vor Stadt } i \\ \tilde{B}_i & \cdots & \text{Verschmutzungsgrad nach Stadt } i \\ f_j & \cdots & \text{Wassermenge von Fluss } j, \quad j = 1, 2 \\ w_i & \cdots & \text{Abwassermenge von Stadt } i \\ x_i & \cdots & \text{Verschmutzungsgrad Abwasser von Stadt } i, \text{Entscheidungsvariable} \end{array}$$

Gegeben: $B_1, B_2, D_1, D_2, w_i, f_1, f_2$.

Änderung der Verschmutzung:

$$\tilde{B} = \frac{Bf + xw}{f + w} \approx B + \left(\frac{w}{f}\right) x.$$

zeitliche Dynamik von B bzw. D:

$$\begin{aligned} B(t+1) &= \delta + \epsilon B(t) \\ D(t+1) &= \alpha + \beta D(t) - \gamma B(t) \end{aligned}$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon > 0$ sind gegebene Parameter.

Für B_3 bzw. D_3 bekommt man daher

$$B_3 = \frac{f_1(\delta + \epsilon \tilde{B}_1) + f_2(\delta + \epsilon \tilde{B}_2)}{f_1 + f_2}$$

$$D_3 = \frac{f_1(\alpha + \beta D_1 - \gamma \tilde{B}_1) + f_2(\alpha + \beta D_2 - \gamma \tilde{B}_2)}{f_1 + f_2}$$

sowie weiters

$$\tilde{B}_3 = \frac{B_3(f_1 + f_2) + w_3 x_3}{f_1 + f_2 + w_3}$$

$$D_4 = \alpha + \beta D_3 - \gamma \tilde{B}_3$$

Zielfunktional:

Je höher x_i desto schmutziger ist das Abwasser von Stadt i.

Die zu minimierenden Reinigungskosten entsprechen $\sum_{i=1}^{4} c_i(U_i - x_i)$.

Nebenbedingungen:

$$\begin{array}{lllll} L_i & \leq & x_i & \leq U_i & i = 1, \cdots, 4 \\ S & \leq & D_j & & j = 3, 4 \end{array}$$

gegebene Parameter: c_i, L_i, U_i, S