Name: Matr.Nr.:

Kolloquium zu Differentialgleichungen (SS 2018), 4. Termin, 18.12.2018

Josef Hofbauer

- 1. Löse die Differentialgleichung $xy' y = x^2 + y^2$.
- 2. Löse das System $\dot{x} = Ax$ mit $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

Zeichne das Phasenportrait (inklusive Isoklinen).

Welcher Typ von Gleichgewicht liegt hier vor? Markieren Sie die richtige(n) Antwort(en): Knoten, Sattel, Senke, Quelle, stabil, asymptotisch stabil, Strudel, Zentrum, hyperbolisch.

3. Das Invarianzprinzip von La
Salle sieht ungefähr so aus: $\omega(x)\subseteq\{\dot{V}=0\}$ Formulieren Sie diesen Satz exakt, erklären Sie alle vorkommenden Konzepte, und beweisen Sie ihn.

Illustrieren Sie den Satz an Hand des Systems $\dot{x}=-x,\dot{y}=y$ im \mathbb{R}^2 mit $V(x,y)=x^2-y^2.$

4. Bestimmen Sie alle Gleichgewichte des folgenden Systems im \mathbb{R}^2 :

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -6x - y - 3x^2$$

Berechnen Sie die Jacobische und bestimmen Sie die Stabilität aller Gleichgewichte. Gibt es periodische Lösungen?

Zeichnen Sie das Phasenportrait (inklusive Isoklinen).

Gibt es eine Lösung mit $\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{t\to-\infty} y(t) = 0$?

1	2	3	4	Summe

Beurteilung: