60. $\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\cdots=\frac{1}{4}$

61. Zeige $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{F_nF_{n+2}}=1$ für die Fibonaccizahlen $F_1=F_2=1$, $F_{n+2}=F_{n+1}+F_n$.

62. Berechne $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$.

63. Beweise den Konvergenzsatz für alternierende Reihen.

64. Zeige, dass Reihe $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^n}{n}$ konvergiert und berechne ihren Wert.

65. Beweise den Majorantentest: Wenn $|a_n|\le c_n\ \forall n$ und $\sum c_n<\infty$ dann konvergiert die Reihe $\sum a_n$ absolut.

66. Zeige mit dem Quotiententest, dass $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{n!}$ konvergiert.

Welche der folgenden Reihen konvergiert, welche divergiert?

67. a) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\log n}$, b) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(\log n)^s}$

68. a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n}$, b) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}$

69. a) $\sum_{k=2}^{\infty}\frac{k}{(\log k)^k}$. b) $\sum_{k=0}^{\infty}(\sqrt[k]{a}-1)$

70. Leite aus der Eulerschen Summenformel her:
$\zeta(s)=\frac{1}{s-1}+\frac{1}{2}-s\int_1^{\infty}\frac{B_1(x)}{x^{s+1}}dx$

71. Die Potenzsummen lassen sich mit Hilfe der Bernoullizahlen $B_0=1$,$B_1=-\frac{1}{2}$, $B_2=\frac{1}{6},\dots$ berechnen:

$$1^p+2^p+\cdots+n^p=\frac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{p}\binom{p+1}{k}n^{p+1-k}(-1)^kB_k$$

72. Für den Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty}a_nz^n$ gilt: $R=\lim_{n\to\infty}|\frac{a_n}{a_{n+1}}|$ (falls dieser Limes existiert).

73. Der Konvergenzradius der binomischen Reihe $\sum\binom{\alpha}{n}x^n$ ist 1.

74. Berechne die Reihen a) $\sum_{k=0}^{\infty}kx^k$, b) $\sum_{k=0}^{\infty}k^2x^k$.

75. Zeige den Satz von Abel: Falls die beiden Reihen $\sum_{n=0}^{\infty}a_n$ und $\sum_{n=0}^{\infty}b_n$ konvergieren und auch das Cauchyprodukt $\sum_{n=0}^{\infty}c_n$ konvergiert, dann gilt $\sum_{n=0}^{\infty}c_n=(\sum_{k=0}^{\infty}a_k)(\sum_{l=0}^{\infty}b_l)$

76. Zeige den Satz von Mertens: Wenn eine der beiden Reihen $\sum a_n,\sum b_n$ absolut konvergiert und die andere konvergiert, dann konvergiert das Cauchyprodukt $\sum c_n$ und es gilt $\sum c_n=\sum a_k\sum b_l$.

77. $\tan x=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{4^n(4^n-1)}{(2n)!}B_{2n}x^{2n-1}\qquad(|x|<\frac{\pi}{2})$

78. $\frac{1}{2}\arctan^2 x=\frac{x^2}{2}-(1+\frac{1}{3})\frac{x^4}{4}+(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5})\frac{x^6}{6}-+\dots\qquad(-1\le x\le 1)$